

2023 年北京市第一次普通高中学业水平合格性考试

数 学 试 卷

考 生 须 知	1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
	2. 本试卷共 7 页，分为两部分：第一部分为选择题，共 60 分；第二部分为非选择题，共 40 分。
	3. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答，第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
	4. 考试结束后，考生应将试卷、答题卡放在桌面上，待监考员收回。

第一部分（选择题 共 60 分）

一、选择题共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{1, 2\}$ ，则 $\complement_U A =$

- (A) $\{1, 3\}$ (B) $\{2, 3\}$
(C) $\{1, 4\}$ (D) $\{3, 4\}$

(2) 不等式 $x^2 > 0$ 的解集是

- (A) $\{x | x = 0\}$ (B) $\{x | x \neq 0\}$
(C) $\{x | x > 0\}$ (D) $\{x | x < 0\}$

(3) 函数 $f(x) = x - 1$ 的零点是

- (A) -2 (B) -1
(C) 1 (D) 2

(4) 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 以 O 为顶点，以 Ox 为始边，终边经过点 $(-1, 1)$ ，则角 α 可以是

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$
(C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) π

(5) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为12, 则三棱锥 $A-A_1B_1C_1$ 的体积为

- (A) 3 (B) 4
(C) 6 (D) 8

(6) 已知 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\sin(-\alpha) =$

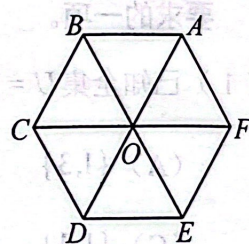
- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$
(C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(7) $\lg 100 =$

- (A) -100 (B) 100
(C) -2 (D) 2

(8) 如图, 点 O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心, 下列向量中, 与 \vec{OA} 相等的是

- (A) \vec{DO} (B) \vec{EO}
(C) \vec{FO} (D) \vec{CO}



(9) 下列函数中, 在 \mathbf{R} 上为增函数的是

- (A) $f(x) = -x$ (B) $f(x) = x^2$
(C) $f(x) = 2^x$ (D) $f(x) = \cos x$

(10) 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{b} = (m, 2)$. 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则实数 $m =$

- (A) 0 (B) 2
(C) 4 (D) 6

(11) 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a + b = 2$. 当 ab 取最大值时,

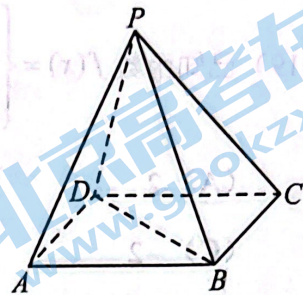
- (A) $a = 0, b = 2$ (B) $a = 2, b = 0$
(C) $a = 1, b = 1$ (D) $a = -1, b = 3$

(12) 将函数 $y = \log_2 x$ 的图象向上平移1个单位长度, 得到函数 $y = f(x)$ 的图象, 则 $f(x) =$

- (A) $\log_2(x+1)$ (B) $1 + \log_2 x$
(C) $\log_2(x-1)$ (D) $-1 + \log_2 x$

(13) 四棱锥 $P-ABCD$ 如图所示, 则直线 PC

- (A) 与直线 AD 平行
- (B) 与直线 AD 相交
- (C) 与直线 BD 平行
- (D) 与直线 BD 是异面直线



(14) 在 $\triangle ABC$ 中, $a=1, b=1, c=\sqrt{3}$, 则 $\angle C =$

- (A) 60°
- (B) 75°
- (C) 90°
- (D) 120°

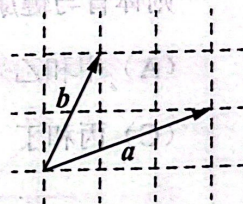
(15) 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 则 “ $a=b=0$ ” 是 “ $a+b=0$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件
- (B) 必要而不充分条件
- (C) 充分必要条件
- (D) 既不充分也不必要条件

(16) 向量 a, b 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格中每个小正方形的边长为 1, 则

$|a-b| =$

- (A) 2
- (B) $\sqrt{5}$
- (C) $2\sqrt{2}$
- (D) 3



(17) 已知函数 $f(x) = \sqrt{x+a}$. 若 $y=f(x)$ 的图象经过原点, 则 $f(x)$ 的定义域为

- (A) $[0, +\infty)$
- (B) $(-\infty, 0]$
- (C) $[1, +\infty)$
- (D) $(-\infty, 1]$

(18) 某银行客户端可通过短信验证码登录, 验证码由 $0, 1, 2, \dots, 9$ 中的四个数字随机组成 (如 “0013”). 用户使用短信验证码登录该客户端时, 收到的验证码的最后一个数字是奇数的概率为

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{1}{4}$
- (C) $\frac{1}{8}$
- (D) $\frac{1}{16}$

(19) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x, & x \leq 0, \\ x^2 - 2x, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的最小值是

(A) 2

(B) 1

(C) -2

(D) -1

(20) 某校学生的体育与健康学科学年成绩 s 由三项分数构成，分别是体育与健康知识测试分数 a ，体质健康测试分数 b 和课堂表现分数 c ，计算方式为 $s = a \times 20\% + b \times 40\% + c \times 40\%$ 。学年成绩 s 不低于 85 时为优秀。若该校 4 名学生的三项分数如下：

	a	b	c
甲	85	85	90
乙	90	85	80
丙	85	80	85
丁	85	80	90

则体育与健康学科学年成绩为优秀的学生是

(A) 甲和乙

(B) 乙和丙

(C) 丙和丁

(D) 甲和丁

第二部分 (非选择题 共 40 分)

二、填空题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分.

(21) 已知复数 $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - i$, 则 $z_1 + z_2 =$ _____.

(22) 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 2$, $\angle A = 30^\circ$, 则 $\frac{b}{\sin B} =$ _____.

(23) 某校初一年级共有三个班, 为了解课外阅读情况, 随机抽取部分学生调查他们一周的课外阅读时长 (单位: 小时), 整理数据得到下表:

1 班	8	9	10	11	11	15
2 班	7	7	8	9	9	11 12
3 班	5	7	9	9	9	10 14

① 设样本中 1 班数据的均值为 μ_1 , 2 班数据的均值为 μ_2 , 则 μ_1 _____ μ_2 (填 “>” 或 “<”);

② 设样本中 2 班数据的方差为 s_2^2 , 3 班数据的方差为 s_3^2 , 则 s_2^2 _____ s_3^2 (填 “>” 或 “<”).

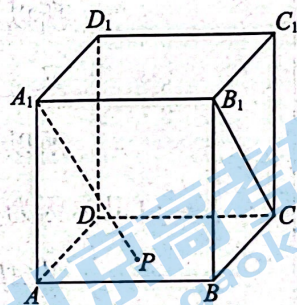
(24) 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, Ω 是正方形 $ABCD$ 及其内部的点构成的集合. 给出下列三个结论:

① $\forall P \in \Omega$, $A_1P \geq A_1A$;

② $\exists P \in \Omega$, $A_1P \parallel B_1C$;

③ $\forall P \in \Omega$, A_1P 与 B_1C 不垂直.

其中所有正确结论的序号是 _____.



三、解答题共 4 小题, 共 28 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

(25) (本小题 7 分)

已知函数 $f(x) = 1 + \sin 2x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

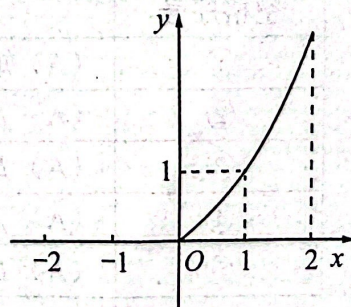
(II) 求 $f(x)$ 的最大值, 并写出相应的一个 x 的值.

(26) (本小题 7 分)

已知 $y = f(x)$ 是定义在区间 $[-2, 2]$ 上的偶函数, 其部分图象如图所示.

(I) 求 $f(-1)$ 的值;

(II) 补全 $y = f(x)$ 的图象, 并写出不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集.



(27) (本小题 7 分)

阅读下面题目及其解答过程.

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, D, E 分别为 BC, A_1B_1 的中点.

(I) 求证: $DE \parallel$ 平面 A_1ACC_1 ;

(II) 求证: $AB \perp DE$.

解: (I) 取 A_1C_1 的中点 F , 连接 EF, FC , 如图所示.

在 $\triangle A_1B_1C_1$ 中, E, F 分别为 A_1B_1, A_1C_1 的中点,

所以 $EF \parallel B_1C_1, EF = \frac{1}{2} B_1C_1$.

由题意知, 四边形 B_1BCC_1 为 ①.

因为 D 为 BC 的中点,

所以 $DC \parallel B_1C_1, DC = \frac{1}{2} B_1C_1$.

所以 $EF \parallel DC, EF = DC$.

所以四边形 $DCFE$ 为平行四边形.

所以 $DE \parallel CF$.

又 ②, $CF \subset$ 平面 A_1ACC_1 ,

所以 $DE \parallel$ 平面 A_1ACC_1 .

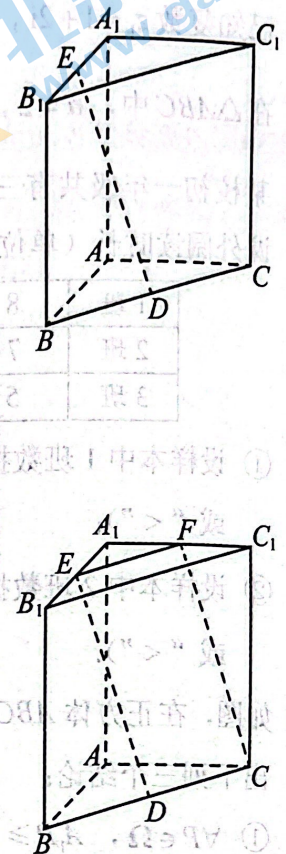
(II) 因为 $ABC-A_1B_1C_1$ 为直三棱柱, 所以 $A_1A \perp$ 平面 ABC .

又 $AB \subset$ 平面 ABC , 所以 ③.

因为 $AB \perp AC$, 且 $A_1A \cap AC = A$, 所以 ④.

又 $CF \subset$ 平面 A_1ACC_1 , 所以 $AB \perp CF$.

因为 ⑤, 所以 $AB \perp DE$.



以上题目的解答过程中, 设置了①~⑤五个空格, 如下的表格中为每个空格给出了两个选项, 其中只有一个符合逻辑推理. 请选出符合逻辑推理的选项, 并填写在答题卡的指定位置 (只需填写“ A ”或“ B ”).

空格序号	选项	
①	(A) 矩形	(B) 梯形
②	(A) $DE \not\subset$ 平面 A_1ACC_1	(B) $DE \subset$ 平面 A_1ACC_1
③	(A) $BC \perp A_1A$	(B) $AB \perp A_1A$
④	(A) $AB \perp$ 平面 A_1ACC_1	(B) $BC \perp$ 平面 A_1ACC_1
⑤	(A) $DE = CF$	(B) $DE \parallel CF$

(28) (本小题 7 分)

给定正整数 $k \geq 2$, 设集合 $M = \{(x_1, x_2, \dots, x_k) \mid x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, k\}$. 对于集合 M 的子集 A ,

若任取 A 中两个不同元素 $(y_1, y_2, \dots, y_k), (z_1, z_2, \dots, z_k)$, 有 $y_1 + y_2 + \dots + y_k = z_1 + z_2 + \dots + z_k$, 且

$y_1 + z_1, y_2 + z_2, \dots, y_k + z_k$ 中有且只有一个为 2, 则称 A 具有性质 P .

(I) 当 $k=2$ 时, 判断 $A = \{(1, 0), (0, 1)\}$ 是否具有性质 P ; (结论无需证明)

(II) 当 $k=3$ 时, 写出一个具有性质 P 的集合 A ;

(III) 当 $k=4$ 时, 求证: 若 A 中的元素个数为 4, 则 A 不具有性质 P .

解: (I) A 不具有性质 P .

(II) $A = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$.

(III) 当 $k=4$ 时, 若 A 中的元素个数为 4, 假设 A 具有性质 P .

任取 A 中两个不同元素 $(y_1, y_2, y_3, y_4), (z_1, z_2, z_3, z_4)$, 有 $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = z_1 + z_2 + z_3 + z_4$.

且 $y_1 + z_1, y_2 + z_2, y_3 + z_3, y_4 + z_4$ 中有且只有一个为 2.

设 $y_1 + z_1 = 2$, 则 $y_1 = z_1 = 1$.

当 $m=1$ 时, 由①得 $A = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$.

当 $m=2$ 时, 由①得 $A \subseteq \{(1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (0, 1, 0, 1), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\}$.

由②得 $(1, 1, 0, 0)$ 与 $(0, 1, 1, 0)$ 不同时在 A 中; $(1, 0, 1, 0)$ 与 $(0, 1, 0, 1)$ 不同时在 A 中;

$(1, 0, 0, 1)$ 与 $(0, 1, 0, 0)$ 不同时在 A 中; $(1, 0, 0, 1)$ 与 $(0, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中;

当 $m=3$ 时, 由①得 $A \subseteq \{(1, 1, 1, 0), (1, 1, 0, 1), (1, 0, 1, 1), (0, 1, 1, 1)\}$.

由②得 $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(0, 1, 1, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 1, 0, 1)$ 与 $(0, 1, 1, 1)$ 不同时在 A 中;

由③得 $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 1, 0, 1)$ 与 $(1, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中;

由④得 $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 1, 0, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 1, 0, 1)$ 不同时在 A 中;

由⑤得 $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 1, 0, 1)$ 不同时在 A 中;

由⑥得 $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(0, 1, 1, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中;

由⑦得 $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 1, 0, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中;

由⑧得 $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(0, 1, 1, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中;

由⑨得 $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 1, 0, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 1, 1, 0)$ 与 $(1, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中;

数学试卷参考答案

一、选择题 (共 20 小题, 每小题 3 分, 共 60 分)

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| (1) D | (2) B | (3) C | (4) C |
| (5) B | (6) A | (7) D | (8) A |
| (9) C | (10) C | (11) C | (12) B |
| (13) D | (14) D | (15) A | (16) B |
| (17) A | (18) A | (19) D | (20) D |

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

- | | |
|--------------|------------|
| (21) $3+i$ | (22) 4 |
| (23) $>$ $<$ | (24) ① ② ③ |

三、解答题 (共 4 小题, 共 28 分)

(25) (共 7 分)

解: (I) $f(x)$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

(II) 因为 $\sin 2x \leq 1$,

所以 $f(x) = 1 + \sin 2x \leq 2$, 且 $f(\frac{\pi}{4}) = 2$.

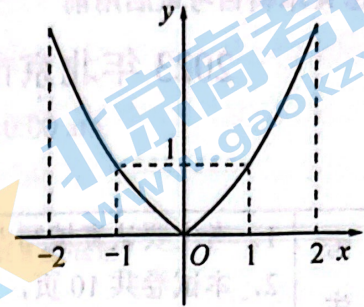
所以 $f(x)$ 的最大值为 2, 相应的一个 x 的值为 $\frac{\pi}{4}$.

(26) (共 7 分)

解: (I) 由图可知, $f(1)=1$.

因为 $f(x)$ 是偶函数,

所以 $f(-1)=f(1)=1$.



(II) $y=f(x)$ 的图象如图.

不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集为 $[-2, -1] \cup [1, 2]$.

(27) (共 7 分)

解: (I) ① A ② A

(II) ③ B ④ A ⑤ B

(28) (共 7 分)

解: (I) A 不具有性质 P .

(II) $A = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}$. (答案不唯一)

(III) 当 $k=4$ 时, 若 A 中的元素个数为 4, 假设 A 具有性质 P ,

即任取 A 中两个不同元素 $(y_1, y_2, y_3, y_4), (z_1, z_2, z_3, z_4)$, 有

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = z_1 + z_2 + z_3 + z_4, \dots \textcircled{1}$$

$$y_1 + z_1, y_2 + z_2, y_3 + z_3, y_4 + z_4 \text{ 中有且只有一个为 } 2. \dots \textcircled{2}$$

设 $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = m$, 则 $m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

当 $m=1$ 时, 由①得 $A = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$, 不满足②, 矛盾.

当 $m=2$ 时, 由①得 $A \subseteq \{(1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 1)\}$.

由②得 $(1, 1, 0, 0)$ 与 $(0, 0, 1, 1)$ 不同时在 A 中; $(1, 0, 1, 0)$ 与 $(0, 1, 0, 1)$ 不同时在 A 中;

$(1, 0, 0, 1)$ 与 $(0, 1, 1, 0)$ 不同时在 A 中, 所以 A 中元素个数至多为 3, 矛盾.

当 $m=3$ 时, 由①得 $A = \{(1, 1, 1, 0), (1, 1, 0, 1), (1, 0, 1, 1), (0, 1, 1, 1)\}$, 不满足②, 矛盾.

当 $m=0$ 或 $m=4$ 时, 矛盾.

所以假设不成立, 即 A 不具有性质 P .

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯