2024 届安徽省高三摸底大联考

数 学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
3. 本卷命题范围：高考范围。

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的.

1. 复数 z 满足 $(1+i)^2 z=2-4i$，则 z 的共轭复数虚部为

A. i　　B. $-i$　　C. 1　　D. -1

2. 已知集合 $A=\{x|x=2n+3, n\in \mathbf{N}\}$，$B=\{-1,2,3,6,9,14\}$，则集合 $A\cap B$ 的真子集个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 2023 年 7 月 28 日第 31 届成都大学生运动会在成都隆重开幕，将 5 名大运会志愿者分配到游泳、乒乓球、篮球和排球 4 个项目进行志愿者服务，每名志愿者只分配到 1 个项目，每个项目至少分配 1 名志愿者，则不同的分配方案共有

A. 60 种　　B. 120 种　　C. 240 种　　D. 480 种

4. 已知函数 $f(x)=e^{-x}-e^{x}+\frac{1}{x}+3$，$x\in[-2023,2023]$ 的最大值为 M，最小值为 m，则 $M+m=$

A. 6　　B. 3　　C. 0　　D. -3

5. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，一条渐近线为 l，过点 F_2 且与 l 平行的直线交双曲线 C 于点 M，若 $|MF_1|=3|MF_2|$，则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

6. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(\cos x,\sin x)$，$\boldsymbol{b}=(3,-\sqrt{3})$，函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-m$，$x\in[0,\pi]$. 若函数 $f(x)$ 恰有两个零点，则实数 m 的取值范围为

A. $(-2\sqrt{3},-3]$　　B. $(-2\sqrt{3},-3)$

C. $(-2\sqrt{3},3)$　　D. $(-3,3)$

7. 英国物理学家牛顿用“作切线”的方法求函数的零点时，给出的“牛顿数列”在航空航天中应用广泛，若数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$，则称数列 $\{x_n\}$ 为牛顿数列，如果 $f(x)=x^2-x-2$，

数列$\{x_n\}$为牛顿数列，设$a_n=\ln\frac{x_n+1}{x_n-2}$且$a_1=1$，$x_n>2$，数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则$S_{2022}=$

A. $2^{2022}-1$　　B. $2^{2022}-2$　　C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2022}-\frac{1}{2}$　　D. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2022}-2$

8. 已知函数$f(x)=e^x-a\ln(ax-a)+a(a>0)$，若存在$x$使得关于$x$的不等式$f(x)<0$成立，则实数$a$的取值范围

A. $(0,e^2)$　　B. $(0,e^e)$　　C. $(e^2,+\infty)$　　D. $(e^e,+\infty)$

二、多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. "世界杂交水稻之父"袁隆平发明了"三系法"籼型杂交水稻，成功研究出"两系法"杂交水稻，创建了超级杂交稻技术体系. 某水稻种植研究所调查某地杂交水稻的株高，得出株高(单位：cm)服从正态分布，其分布密度函数$\varphi(x)=\frac{1}{10\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-100)^2}{200}}$，$x\in(-\infty,+\infty)$，则

A. 该地杂交水稻的平均株高为100 cm

B. 该地杂交水稻株高的方差为10

C. 该地杂交水稻株高在120 cm以上的数量和株高在80 cm以下的数量一样多

D. 随机测量该地的一株杂交水稻，其株高在(80,90)和在(100,110)的概率一样大

10. 下列说法中正确的是

A. 在$\triangle ABC$中，$|\overrightarrow{BC}|=3$，$|\overrightarrow{AC}|=4$，$\angle C=30°$，则$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}=6\sqrt{3}$

B. 已知$\boldsymbol{a}=(-4,5)$，$\boldsymbol{b}=(-2,4)$，则$|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=6\sqrt{2}$

C. 已知$\boldsymbol{a}=(1,-1)$，$\boldsymbol{b}=(d,1)$，$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为钝角，则d的取值范围是$d<1$

D. 若$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则$A,B,D$三点共线

11. 已知抛物线$C:y^2=4x$的焦点为F，A,B是抛物线上的两点，则下列说法中正确的是：

A. 若线段AB的中点为$(2,2)$，则直线AB的方程为$y=x$

B. 若线段AB过焦点F，且$|AB|=\frac{16}{3}$，则直线AB的斜率为$k=\pm\sqrt{3}$

C. 已知A为抛物线C上在第一象限内的一个动点，$M(-1,0)$，若$\tan\angle AMO=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，则直线$AF$的斜率为$2\sqrt{2}$

D. 抛物线上一动点N到直线$l_1:4x-3y+8=0$和$l_2:x=-3$的距离之和的最小值为$\frac{22}{5}$

12. 一般地，若函数$f(x)$的定义域为$[a,b]$，值域为$[ka,kb]$，则称$[a,b]$为$f(x)$的"k倍跟随区间"；特别地，若函数$f(x)$的定义域为$[a,b]$，值域也为$[a,b]$，则称$[a,b]$为$f(x)$的"跟随区间". 下列结论正确的是

A. 若$[1,a]$为$f(x)=x^2-2x+2$的跟随区间，则$a=3$

B. 函数$f(x)=\frac{9}{2}-\frac{2}{x}$不存在跟随区间

C. 若函数$f(x)=m-\sqrt{x+1}$存在跟随区间，则$m\in\left(-\frac{1}{4},0\right]$

D. 二次函数$f(x)=-x^2+2x$存在"3倍跟随区间"

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知某圆锥的母线长为 10，其侧面展开图的面积为 60π，则该圆锥外接球的表面积为______.

14. 为了更好地了解早高峰车辆情况，某地交管部门在 9 个路口统计 1 分钟的车流量，每个路口的车流量分别为 170，84，90，100，202，88，140，160，188，则这组数据的第 60 百分位数为______.

15. 已知直线 $l:3x-4y+1=0$ 与圆 $O:x^2+y^2+2x-4y+m=0$ 相离，则整数 m 的一个取值可以是______.

16. 已知 $f(x)=\sin|x|+|\cos x|$，给出以下几个结论：

①$f(x)$的最小正周期为 2π；

②$f(x)$是偶函数；

③$f(x)$的最小值为 $-\sqrt{2}$；

④$f(x)$在$[-2\pi,2\pi]$上有 4 个零点；

⑤$f(x)$在区间$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上单调递减；

其中正确结论的序号为______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

在锐角△ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知向量 $\boldsymbol{m}$、$\boldsymbol{n}$ 满足：$\boldsymbol{m}=(2a,\sqrt{6})$，$\boldsymbol{n}=(b,\sqrt{2}\sin B)$，且 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$.

(1)求角 A；

(2)若 $a=2$，求△ABC 周长的取值范围.

18.（12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=3$，$S_n=a_n+n^2-1$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

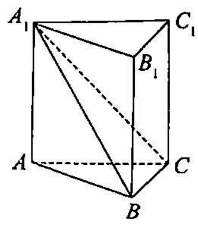
(2)证明：$\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_na_{n+1}}<\frac{1}{6}$.

19.（12 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 ABB_1A_1 是正方形，且平面 $A_1BC\perp$平面 ABB_1A_1.

(1)求证：$AB\perp BC$；

(2)若直线 AC 与平面 A_1BC 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$，E 为线段 A_1C 的中点，求平面 ABE 与平面 BCE 所成锐二面角的大小.



20.（12 分）

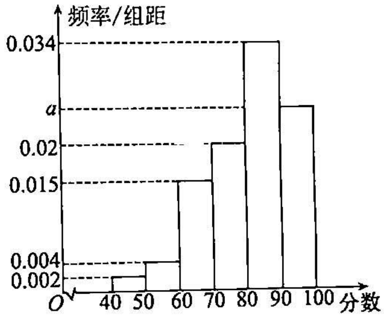
习近平总书记在党的十九大报告中指出，保障和改善人民最关心最直接最现实的利益问题要从“让人民群众满意的事情”做起. 2021 年底某市城市公园建设基本完成，为了解市民对该项目的满意度，从该市随机抽取若干市民对该项目进行评分（满分 100 分），绘制成如图所示的频率分布直方图，并将分数从低到高分为四个等级：

满意度评分	低于 60 分	60 分到 79 分	80 分到 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	基本满意	满意	非常满意

（1）若市民的满意度评分相互独立，以满意度样本估计全市民满意度，现从全市民中随机抽取 5 人，求至少 2 人非常满意的概率；

（2）相关部门对该项目进行验收，验收的硬性指标是：全民对该项目的满意指数不低于 0.8，否则该项目需要进行整改，根据你所学的统计知识，判断该项目能否通过验收，并说明理由；$\left(\text{注:满意指数}=\dfrac{\text{满意度平均分}}{100}\right)$

（3）在等级为不满意的市民中，老人占$\dfrac{1}{3}$，现从该等级市民中按年龄分层抽取 9 人了解不满意的原因，并从中选取 3 人担任督导员. 记 X 为老年督导员的人数，求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$.



21.（12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点 $A\left(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，且椭圆的长轴长为 4.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设经过点 $B(-1,0)$的直线 l 与椭圆 C 相交于 D、E 两点，点 E 关于 x 轴的对称点为 F，直线 DF 与 x 轴相交于点 G，求△DEG 的面积 S 的取值范围.

22.（12 分）

设函数 $f(x)=(e^x-ax)(x-2)$，$a\in\mathbf{R}$.

（1）若曲线 $y=f(x)$在点$(2,f(2))$处的切线斜率为 e^2，求 a 的值；

（2）若 $f(x)$存在两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，且对任意 $x\in[0,x_2]$，$f(x)<0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.