

北师大附属实验中学 2020-2021 学年度第一学期

高二年级数学期中考试试卷

一卷

试卷说明:

1. 本次考试时间 120 分钟, 总分 150 分, 试卷一 100 分, 试卷二 50 分.
2. 试卷一共有三道大题, 17 道小题, 试卷二共有两道大题, 8 道小题.
3. 请将全部答案答在答题纸上.

命题人: 虞莉霞、赵宝伟

审题人: 姚玉平

一、 选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. 圆 $x^2 + y^2 + 2y = 1$ 的半径为().

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

2. 已知四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{BD_1} =$ ().

- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$ C. $-\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ D. $-\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$

3. 直线 $x + y - \sqrt{3} = 0$ 的倾斜角为().

- A. 45° B. 60° C. 120° D. 135°

4. 关于直线 a, b 以及平面 M, N , 下列命题中正确的是().

- A. 若 $a // M$, $b // M$, 则 $a // b$ B. 若 $a // M$, $b \perp a$, 则 $b \perp M$
C. 若 $b \subset M$, 且 $a \perp b$, 则 $a \perp M$ D. 若 $a \perp M$, $a // N$, 则 $M \perp N$

5. 椭圆 $\frac{x^2}{m-2} + \frac{y^2}{m+5} = 1$ 的焦点坐标是 ().

- A. $(\pm 7, 0)$ B. $(0, \pm 7)$ C. $(\pm\sqrt{7}, 0)$ D. $(0, \pm\sqrt{7})$

6. 已知直线 $l_1: ax + y + 2 = 0$ 和直线 $l_2: x + ay + 2 = 0$ 平行, 则实数 a 的值为 ().

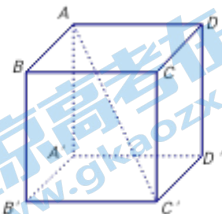
- A. 1 B. -1 C. -1 和 1 D. $\frac{2}{3}$

7. “ $a = -3$ ”是“圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与圆 $(x+a)^2 + y^2 = 4$ 相切”的 ().

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 在正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 中, 若点 P (异于点 B) 是棱上一点, 则满足 BP 与 AC' 所成的角为 45° 的点 P 的个数为 ().

- A. 0 B. 3 C. 4 D. 6



二、 填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

9. 在空间直角坐标系中, 点 $A = (-1, 1, -2)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是_____.

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线方程为 $y = \frac{4}{3}x$, 那么双曲线的离心率为_____.

11. 三棱锥 $P-ABC$ 中, D, E 分别为 PB, PC 的中点, 记三棱锥 $D-ABE$ 的体积为 V_1 ,

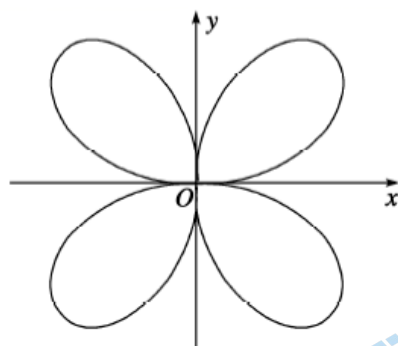
三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 V_2 , 则 $\frac{V_1}{V_2} =$ _____.

12. 已知直线 $y = kx + 2k - 1$ 过定点, 则定点的坐标为_____.

13. 由直线 $y = x$ 上一点向圆 $(x - 4)^2 + y^2 = 1$ 引切线, 则切线长的最小值为_____.

14. 数学中的数形结合, 也可以组成世间万物的绚丽画面. 一些优美的曲线是数学形象美、对称美、和谐美的结合产物, 曲线 $C: (x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2$ 恰好是四叶玫瑰线. 给出下列结论:

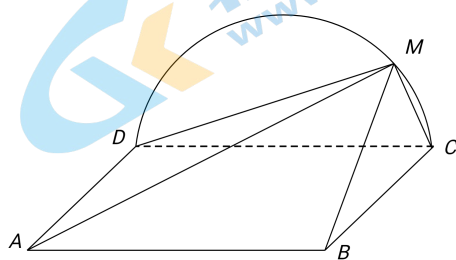
- ① 曲线 C 经过 5 个整点 (即横、纵坐标均为整数的点);
- ② 曲线 C 上任意一点到坐标原点 O 的距离都不超过 2;
- ③ 曲线 C 围成区域的面积大于 4π ;
- ④ 方程 $(x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2$ ($xy < 0$) 表示的曲线 C 在第二象限和第四象限, 其中正确结论的序号是_____.



三、解答题 (本大题共 3 小题, 共 38 分)

15. (本题满分 12 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 所在平面与半圆弧 \widehat{CD} 所在平面垂直, M 是 \widehat{CD} 上异于 C, D 的点.

- (1) 证明: 平面 $AMD \perp$ 平面 BMC ;
- (2) 若 P 点是线段 AM 的中点, 求证: $MC \parallel$ 平面 PBD .



16. (本题满分 13 分) 在平面直角坐标系中, 已知菱形 $ABCD$ 的顶点 $A(-1, 2)$ 和 $C(5, 4)$, AB 所在直线的方程为 $x - y + 3 = 0$.

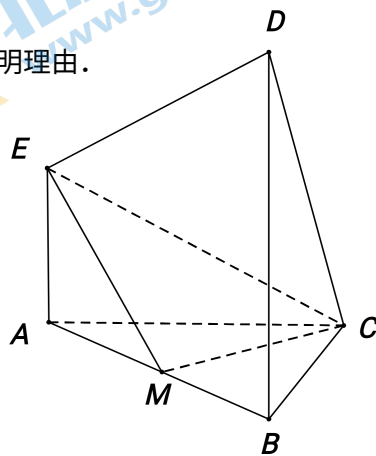
- (1) 求对角线 BD 所在直线的方程;
- (2) 求 AD 所在直线的方程.

17. (本题满分 13 分) 在如图所示的多面体中, $EA \perp$ 平面 ABC , $DB \perp$ 平面 ABC , $AC \perp BC$, 且 $AC = BC = BD = 2AE = 2$, M 是 AB 的中点.

(I) 求证: $CM \perp EM$;

(II) 求平面 EMC 与平面 BCD 所成的锐二面角的余弦值;

(III) 在棱 DC 上是否存在一点 N , 使得直线 MN 与平面 EMC 所成的角为 60° . 若存在, 指出点 N 的位置; 若不存在, 请说明理由.

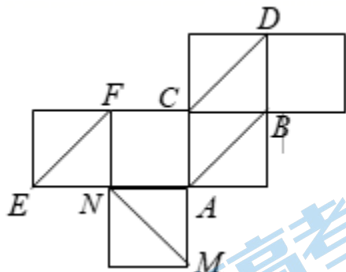


二卷

四、 填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

18. 已知两点 $A(3, 2)$ 和 $B(-1, 4)$ 到直线 $mx + y + 3 = 0$ 距离相等, 则 m 值为_____.

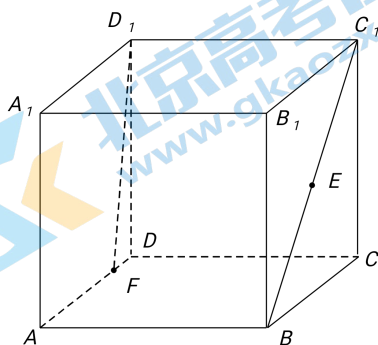
19. 如图是棱长为 a 的正方体的平面展开图, 则在这个正方体中, 直线 EF 与 MN 所成角的余弦值为_____.



20. 设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上的一点, F_1, F_2 是椭圆的两个焦点, 则 $|PF_1| \cdot |PF_2|$ 的最大值为 _____; 最小值为_____.

21. 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱中, 既与 AB 共面, 又与 CC_1 共面的棱的条数为 _____.

22. 已知棱长为1的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为侧面 BB_1C_1C 中心, F 在棱 AD 上运动, 正方体表面上有一点 P 满足 $\overrightarrow{D_1P} = x\overrightarrow{D_1F} + y\overrightarrow{D_1E}$ ($x \geq 0, y \geq 0$), 则所有满足条件的 P 点构成图形的面积为_____.



23. 实数 x, y 满足 $2(x^2 + y^2) - 2(x + y) - 1 = 0$, ($x \geq 0, y \geq 0$), 则 $2x + y$ 的取值范围为_____.

五、解答题 (本大题共 2 小题, 共 26 分)

24. (本题满分 13 分) 已知曲线 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + m = 0$ 和直线 $l: x + 2y - 4 = 0$

(1) 当 m 为何值时, 曲线 C 表示圆;

(2) 当曲线 C 表示圆时, 被直线 l 截得的弦长为 $2\sqrt{5}$, 求 m 的值.

(3) 是否存在实数 m , 使得曲线与直线 l 相交于 M, N 两点, 且满足 $OM \perp ON$ (O 为坐标原点), 若存在, 求 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

25. (本题满分 13 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长是短轴长的 2 倍,

点 $M\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 $P(1, 0)$ 的任意直线与椭圆 C 交于 A 、 B 两点, 设点 A 、 B 到直线 l_0 :

$x = x_0 (x_0 > 2)$ 的距离分别为 d_A, d_B . 若 $\frac{d_A}{d_B} = \frac{|PA|}{|PB|}$, 求 x_0 的值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯