百校联盟 2022届普通高中教育教学质量监测考试

全国卷　文科数学　参考答案

1. B 【解析】由 $B=\{x\in\mathbf{Z}|x\leqslant-2$ 或 $x\geqslant2\}$，得 $A\cap B=\{-3,2,3,5\}$.

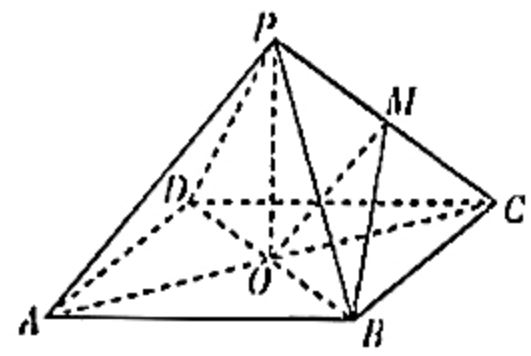
2. A 【解析】$(1+2i)(3-4i)=11+2i$，所以 z 在复平面内对应的点为 $(11,2)$.

3. B 【解析】$f(1)=e$，由 $f'(x)=(x^3+3x^2)e^x$，则 $f'(1)=4e$，所以切线方程为：$y=4e(x-1)+e$，即 $4ex-y-3e=0$.

4. D 【解析】命题 p 是真命题，则 $\neg p$ 为假命题，又命题 q 是真命题，从而 $(\neg p)\wedge q$ 为假命题.

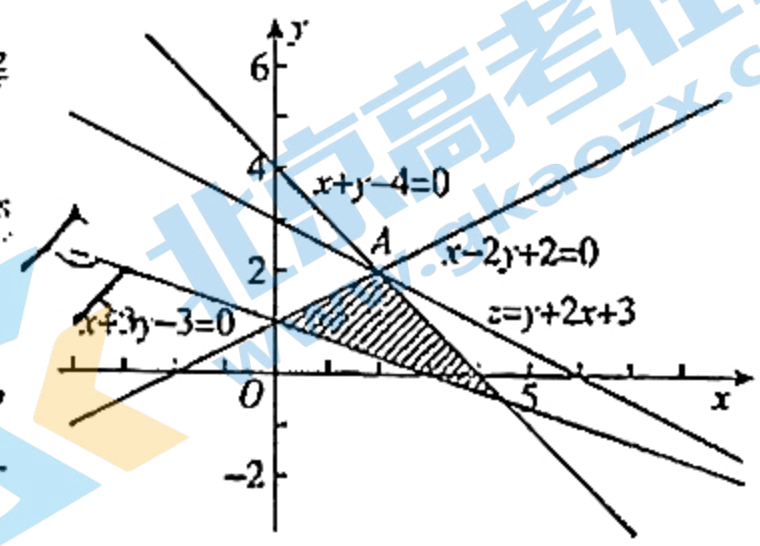
5. D 【解析】因为当 $a=\pm1$ 时，函数故 $f(x)$ 是奇函数，又 $-2b+4=b$，$\therefore b=\frac{4}{3}$. 所以 $b^a=\frac{4}{3}$ 或 $b^a=\frac{3}{4}$.

6. A 【解析】连接 AC 与 BD 交于 O 点，连接 PO. $\because$ 正四棱锥 $P-ABCD$，$\therefore PO\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $OB\perp OP$，又 $OB\perp AC$，$\therefore BO\perp$ 平面 APC，因为 $OM/\!/PA$，所以 $\angle OMB$ 是直线 BM 与 PA 所成的角. 在 $\mathrm{Rt}\triangle MOB$ 中，$OB=\sqrt{2}$，$OM=\frac{3}{2}$，所以 $\tan\angle OMB=\frac{OB}{OM}=\frac{\sqrt{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.



7. B 【解析】由 $f(x)=\sqrt{3}\cos2x+\sin2x=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，若把函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再把各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标伸长到原来的 2 倍，则得到 $g(x)=-4\sin4x$ 的图象.

8. C 【解析】由约束条件找出可行域如图阴影部分，由 $\begin{cases}x+y-4=0\\x-2y+2\end{cases}$，解得 $A(2,2)$，由 $z=x+2y+3$，得 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{z-3}{2}$，作出直线 $y=-\frac{1}{2}x$ 的平行线，当经过点 $A(2,2)$ 时，z 取得最大值，且 $z_{\max}=9$.



9. C 【解析】依题意有，$|F_1A|=2a$，则 $|F_2A|-|F_1A|=2\sqrt{2}-2a=2a$，解得 $2a=\sqrt{2}$. 又在 $\mathrm{Rt}\triangle BF_1F_2$ 中，$|F_1F_2|^2=|BF_1|^2+|BF_2|^2=(2+\sqrt{2})^2+4=4c^2$，所以 $4c^2=10+4\sqrt{2}$，所以 $e^2=\frac{4c^2}{4a^2}=\frac{10+4\sqrt{2}}{2}=5+2\sqrt{2}$.

10. C 【解析】$\cos(2\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{3}{4}$，又 $\alpha\in(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3})$，所以 $2\alpha-\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6})$，$\cos(2\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{3}{4}>0$，则 $2\alpha-\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$，所以 $\sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{7}}{4}$，则 $\sin2\alpha=\sin[(2\alpha-\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{6}]=\frac{\sqrt{7}}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{21}+3}{8}$.

11. B 【解析】对于 A，由方程为 $tx^2+(8-t)y^2=t(8-t)$，得 $\frac{x^2}{8-t}+\frac{y^2}{t}=1$，若表示椭圆，则 $\begin{cases}t>0\\8-t>0\\t\neq4\end{cases}$，解得 $0<t<8$，且 $t\neq4$，所以 A 错误. 对于 B，当 $t=-1$ 时，曲线 C 为 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{1}=1$，渐近线为 $y=\pm\frac{1}{3}x$，所以 B 正确. 对于 C，若曲线 C 是等轴双曲线，则 $8-t=-t$，方程无解，所以 C 错误. 对于 D，若曲线 C 是双曲线，则 $t(8-t)<$

0，解得，$t<0$ 或 $t>8$，所以“$t>8$”是“曲线 C 为双曲线”的充分不必要条件，故 D 不正确.

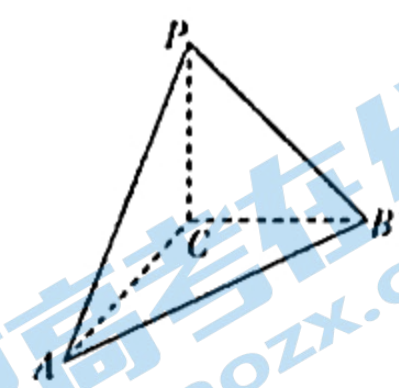
12. C 【解析】令 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，则 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，令 $f'(x)=0$，得 $x=e$，易得 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，所以①$f(2)<f(e)$，即 $\frac{\ln 4}{4}=\frac{\ln 2}{2}<\frac{1}{e}$，即 $e\ln 4<4$，故①正确；②$f(\sqrt{\pi})>f(\sqrt{e})$，即 $\frac{\ln\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}}>\frac{\ln\sqrt{e}}{\sqrt{e}}$，即 $\frac{\ln\pi}{\sqrt{\pi}}>\frac{\ln e}{\sqrt{e}}\Rightarrow\frac{\ln^2\pi}{\pi}>\frac{1}{e}$，所以 $e\ln^2\pi>\pi$，故②错误；③$f(\sqrt{17})<f(4)$，即 $\frac{\ln\sqrt{17}}{\sqrt{17}}<\frac{\ln 4}{4}=\frac{\ln 2}{2}$，即 $\ln 17=2\ln\sqrt{17}<\sqrt{17}\ln 2$，所以 $\ln 17<\ln 2^{\sqrt{17}}$，所以 $2^{\sqrt{17}}>17$，故③正确；④$f(2)>f(\sqrt{3})$，即 $\frac{\ln 2}{2}>\frac{\ln\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$，即 $\sqrt{3}\ln 2>2\ln\sqrt{3}=\ln 3$，故④正确. ⑤$f(\sqrt{8})<f(e)$，即 $\frac{\ln\sqrt{8}}{\sqrt{8}}<\frac{\ln e}{e}$，即 $\frac{\frac{3}{2}\ln 2}{2\sqrt{2}}<\frac{1}{e}$，即 $\frac{3e}{2}\ln 2<2\sqrt{2}$，所以 $\ln 2<\frac{4\sqrt{2}}{3e}$，故⑤正确；所以有 4 个命题正确.

13. $2\sqrt{3}$ 【解析】由 $\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$，得 $1\times k-2\times\sqrt{3}=0$，所以 $k=2\sqrt{3}$.

14. 0 【解析】由 $f(f(\ln\frac{1}{e}))=f(0)=0$.

15. $\frac{\sqrt{39}}{26}$ 【解析】依题意有圆心到直线的距离 $d=\frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}\leqslant\sqrt{1-\frac{1}{4}}$，解得 $-\frac{\sqrt{39}}{13}\leqslant k\leqslant\frac{\sqrt{39}}{13}$，则 $P=\frac{\frac{\sqrt{39}}{13}}{2}=\frac{\sqrt{39}}{26}$，所以概率是 $\frac{\sqrt{39}}{26}$.

16. $\frac{124}{3}\pi$ 【解析】由三视图可知原几何体为三棱锥，其中底面 $\triangle ABC$ 为俯视图中的钝角三角形，$\angle BCA=120°$，其中 $BC=2$，BC 边上的高为 $2\sqrt{3}$，$PC\perp$ 底面 ABC，且 $PC=2$，$AC=4$，所以 $AB=\sqrt{(2BC)^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$，设 $\triangle ABC$ 外接圆为半径 r，则 $2r=\frac{AB}{\sin\angle ACB}=\frac{4\sqrt{21}}{3}$，所以 $r=\frac{2\sqrt{21}}{3}$. 设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的半径 R，则 $R^2=r^2+1^2=\frac{31}{3}$. 所以三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 $\frac{124}{3}\pi$.



17.【解析】(1)甲选手最终得分：$\frac{80+78+78+75+80+85+83}{7}\approx 79.86$，…… 2 分

乙选手最终得分：$\frac{80+76+79+80+81+84+83}{7}\approx 80.43$. …… 4 分

(2)直接用 9 位评委评分的平均数作为选手的得分，则

甲选手最终得分：$\frac{80+70+78+78+75+80+85+83+99}{9}\approx 80.89$，…… 6 分

乙选手最终得分：$\frac{70+80+76+79+80+81+84+83+85}{9}\approx 79.78$. …… 8 分

(3)去掉一个最低分和一个最高分之后，剩下 7 个评分的平均数作为选手的最终得分更好，这是因为平均数对样本数据的极端值比较“敏感”. …… 10 分

(解释合理，则酌情给分.)

18.【解析】(1)设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，首项为 a_1，

则因为 $a_2+a_5=9$，$a_2\cdot a_5=8$，且数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列，

所以 $a_2=1$，$a_5=8$，…… 2 分

则$\begin{cases}a_1q=1\\a_1q^4=8\end{cases}$，解得$\begin{cases}a_1=\frac{1}{2}\\q=2\end{cases}$，…… 4 分

所以 $a_n=2^{n-2}(n\in N^*)$. …… 6 分

(2)设 $b_n=\log_2 a_n$，由(1)知 $b_n=n-2$，…… 7 分

所以 $T_n=\frac{(-1+n-2)n}{2}=\frac{n^2-3n}{2}$. …… 9 分

由 $T_n>2$，得$\frac{n^2-3n}{2}>2$，解得 $n>4$ 或 $n<-1$，…… 11 分

所以使 $T_n>2$ 成立的正整数 n 的最小值为 5. …… 12 分

19.【解析】(1)由$\frac{a^2+b^2-c^2}{2a}=2a\cos A-c\cos B$，

得 $b\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=2a\cos A-c\cos B$，由余弦定理得：$b\cos C=2a\cos A-c\cos B$. …… 2 分

由正弦定理得 $\sin B\cos C+\sin C\cos B=2\sin A\cos A$，

则 $\sin A=2\sin A\cos A$，又 $\sin A\neq 0$，…… 4 分

所以 $\cos A=\frac{1}{2}$，又 $0<A<\pi$，

所以 $A=\frac{\pi}{3}$. …… 6 分

(2)由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc$，

所以 $a^2=b^2+c^2-bc\geqslant bc$，即 $bc\leqslant 12$(当且仅当 $b=c$ 时，等号成立)，…… 9 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc\leqslant 3\sqrt{3}$，

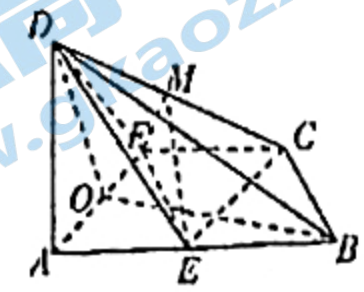
所以△ABC 面积的最大值是 $3\sqrt{3}$. …… 12 分

20.【解析】(1)如图，设 O 是 AF 中点，因为△FAD 为正三角形，则 $DO\perp AF$，

又平面 $FAD\perp$平面 $ABCF$，平面 $FAD\cap$平面 $ABCF=AF$，

所以 $DO\perp$平面 $ABCF$.

所以∠DBO 是直线 BD 与平面 $ABCF$ 所成的角. …… 2 分



在四边形 $ABCF$ 中，

$OB=\sqrt{AO^2+AB^2-2\times AO\times AB\cos 60^\circ}=\sqrt{13}$，$DB=\sqrt{DO^2+OB^2}=4$，

所以 $\sin\angle DBO=\frac{OD}{DB}=\frac{\sqrt{3}}{4}$. …… 5 分

所以直线 BD 与平面 $ABCF$ 所成角的正弦值是$\frac{\sqrt{3}}{4}$. …… 6 分

(2)因为 M 是 DC 的中点，所以点 M 到平面 $ABCF$ 的距离是点 D 到平面 $ABCF$ 的距离的$\frac{1}{2}$，…… 8 分

又所以 $DO\perp$平面 $ABCF$，且 $DO=\sqrt{3}$，则 M 到平面 $ABCF$ 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为△EFC 是边长为 2 的正三角形，所以 $S_{\triangle EFC}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2=\sqrt{3}$. …… 10 分

又因为 $V_{E-FMC}=V_{M-EFC}$，而 $V_{M-EFC}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\frac{1}{2}$.

所以三棱锥 $E-FMC$ 的体积是$\frac{1}{2}$. …… 12 分

21.【解析】(1)因为 $B(p,0)$，$C(0,p)$，点 A 在抛物线 E 上，

则$|AB|+|AC|\geqslant|BC|=\sqrt{2}p$.

则$|AB|+|AC|$的最小值为$\sqrt{2}p=2\sqrt{2}$，所以$p=2$

则抛物线E的方程为$y^2=4x$. …… 4分

(2)设$Q(x_0,y_0)$，则$\overrightarrow{PQ}=2\overrightarrow{OB}$，所以$P(3x_0-4,3y_0)$，

由P在抛物线上可得$(3y_0)^2=4(3x_0-4)$，即$x_0=\dfrac{9y_0^2+16}{12}$， …… 6分

所以直线NQ斜率$k_{NQ}=\dfrac{y_0}{x_0+2}=\dfrac{y_0}{\dfrac{9y_0^2+40}{12}}=\dfrac{12y_0}{9y_0^2+40}$，则当$y_0=0$时，$k_{NQ}=0$； …… 8分

当$y_0\neq0$时，$k_{NQ}=\dfrac{12}{9y_0+\dfrac{40}{y_0}}$.

当$y_0>0$时，因为$9y_0+\dfrac{40}{y_0}\geqslant2\sqrt{9y_0\cdot\dfrac{40}{y_0}}=12\sqrt{10}$，此时$0<k_{NQ}\leqslant\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，当且仅当$9y_0=\dfrac{40}{y_0}$，

即$y_0=\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$时，等号成立. …… 10分

当$y_0<0$时，$k_{NQ}<0$. …… 11分

综上，直线NQ斜率的最大值为$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ …… 12分

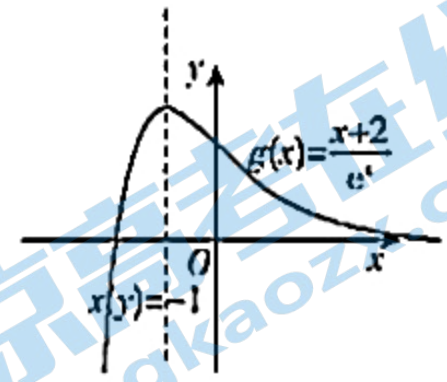
22.【解析】(1)由$f'(x)=-\dfrac{(x+1)}{e^x}$，

得函数$f(x)$在$(-\infty,-1)$上单调递增，在$(-1,+\infty)$上单调递减，

所以当$x=-1$时，函数$f(x)$的最大值为$f(1)$ …… 4分

(2)当$x>-2$时，$f(x)>0$，

由$e^{a-b}=\dfrac{2-b}{2-a}$，得$f(-a)=f(-b)$，且$-a>-2$，$-b>-2$ …… 6分



设$-a=x_1$，$-b=x_2$，由(1)可知不妨设$-2<x_1<-1<x_2$.

要证明：$a+b<2$，需证明：$(-a)+(-b)>-2$，即$x_1+x_2>-2$.

即证$x_2>-2-x_1>-1$，即证$f(x_2)<f(-2-x_1)$，又$f(x_2)=f(x_1$

所以$f(x_1)<f(-2-x_1)$，即证明：$f(x_1)-f(-2-x_1)<0(x_1\in(-2,-1))$.

设$g(x)=f(x)-f(-2-x)$，$x\in(-2,-1)$， …… 9分

所以$g(x)=\dfrac{x+2}{e^x}+xe^{x+2}$，

则$g'(x)=(x+1)\cdot\dfrac{e^{2x+2}-1}{e^x}>0$，所以函数$g(x)$在$x\in(-2,-1)$上单调递增，

所以$g(x)<g(-1)=0$，即$f(x)-f(-2-x)<0$.

则$x_1+x_2>-2$，即$a+b<2$. …… 12分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。