2021-2022学年度第一学期期中练习题

年级：高三　科目：数学

考试时间120分钟，满分150分

命题：陈孟伟　审核：白真

一、选择题（本大题共10题，每题4分，共40分）

1. 已知集合$M=\{x|x^2-5x+4\leq 0\}$，$N=\{x|2^x>4\}$，则（　）

A. $M\cup N=R$　　B. $M\cap N=\{x|2<x<4\}$

C. $M\cup N=\{x|x>2\}$　　D. $M\cap N=\{x|2<x\leq 4\}$

2. 已知等差数列$\{a_n\}$满足：$a_2+a_5+a_8=15$，则$a_3+a_7=$（　）

A. 3　　B. 5　　C. 7　　D. 10

3. 在$\triangle ABC$中，若$b=1$，$A=60^\circ$，$\triangle ABC$的面积为$\sqrt{3}$，则$a=$（　）

A. 13　　B. $\sqrt{13}$　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

4. 设α,β是两个不同的平面，m,n是两条不同的直线，则下列结论中正确的是（　）

A. 若$m\perp\alpha$，$m\perp n$，则$n//\alpha$　　B. 若$\alpha\perp\beta$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则$m\perp n$

C. 若$n//\alpha$，$m\perp n$，则$m\perp\alpha$　　D. 若$\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m//n$

5. 已知复数z满足$\frac{z}{i}=2-ai$（i是虚数单位），$a\in R$，则$|z|$的最小值为（　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

6. 已知$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为120°，若$k\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}-2\vec{b}$垂直，则k的值为（　）

A. -1　　B. 1　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

7. 下列各式中最小值是2的是（　）

A. $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$　　B. $\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$　　C. $\tan x+\frac{1}{\tan x}$　　D. 2^x+2^{-x}

8. 设$m\in R$，则“$m=1$”是“$f(x)=m\cdot 2^x+2^{-x}$为偶函数”的（　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

9. 已知函数$y=\cos x$与函数$y=2\sin x-1$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上的图象的交点为$P_0$，过点$P_0$作$x$轴的垂线$l$，垂足为$H$，$l$与函数$y=\tan x$的图象交于点$P_1$，则线段$P_1H$的长为（　　）

A. $\frac{3}{5}$　　　　B. $\frac{4}{5}$　　　　C. $\frac{4}{3}$　　　　D. $\frac{3}{4}$

10. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$的左右焦点分别为$F_1,F_2$，圆$F_2$与双曲线$C$的渐近线相切，$M$是圆$F_2$与双曲线$C$的一个交点．若$\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2M}=0$，则双曲线$C$的离心率等于（　　）

A. $\sqrt{5}$　　　　B. 2　　　　C. $\sqrt{3}$　　　　D. $\sqrt{2}$

二、填空题（本大题共5题，每题5分，共25分）

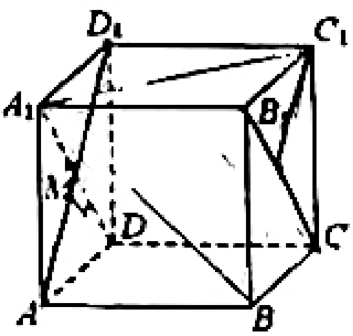
11. 已知点$A(-2,0)$，$B(0,2)$，若点C是圆$x^2-2x+y^2=0$上的动点，则点C到直线AB距离的最小值是________.

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}3^x,x>0\\x^2+2x,x\le 0\end{cases}$，若方程$f(x)=m$有1个[illegible]的实根，则实数$m$的取值范围是________

13. 已知$\sin\alpha=\frac{3}{5}$且$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，则$\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$的值是________.

14. 已知抛物线$y^2=8x$的焦点为F，点P为抛物线上的动点，点M为其准线上的动点，若$\triangle FPM$为等边三角形，则其面积为________.

15. 如图，点M是正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中的线段A_1D上的一个动点，则下列结论正确的是________.



①存在点M，使$CM//$平面A_1BC_1

②点M存在无数个位置满足$CM\perp AD_1$

③存在点M，使异面直线C_1M与AB所成的角是30°

④若正方体的棱长为1，三棱锥$B-C_1MD$的体积最大值为$\frac{1}{3}$

三、解答题（本大题共 6 题，共 85 分）

16.（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，且 $f(x)$ 图象的相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$，再从条件①、条件②、条件③中选择两个作为一组已知条件.

条件①：$f(x)$ 的最小值为 -2；

条件②：$f(x)$ 图象的一个对称中心为 $\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$；

条件③：$f(x)$ 的图象经过点 $\left(\frac{5\pi}{6},-1\right)$.

（Ⅰ）确定 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 图象的对称轴只有一条落在区间 $[0,a]$ 上，求 a 的取值范围.

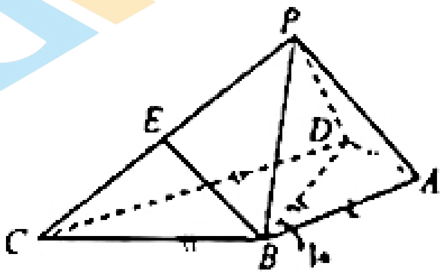
注：如果选择多组条件分别解答，按第一个解答计分

17.（本小题 14 分）

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$BC=BD=DC=2\sqrt{3}$，$AD=AB=PD=PB=2$.

（Ⅰ）若点 E 为 PC 的中点，求证：$BE//$ 平面 PAD；

（Ⅱ）当平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$ 时，求二面角 $C-PD-B$ 的余弦值.



18.（本小题 14 分）

全社会厉行勤俭节约，反对餐饮浪费．某市为了解居民外出就餐有剩余时是否打包，进行了一项“舌尖上的浪费”的调查，对该市的居民进行简单随机抽样，将获得的数据按不同年龄段整理如下表：

	男性		女性	
	打包	不打包	打包	不打包
第 1 段	250	650	450	650
第 2 段	300	600	550	550
第 3 段	600	400	750	250
第 4 段	850	350	650	150

假设所有居民外出就餐有剩余时是否打包相互独立．

（Ⅰ）分别估计该市男性居民外出就餐有剩余时打包的概率，该市女性居民外出就餐有剩余时打包的概率；

（Ⅱ）从该市男性居民中随机抽取 1 人，女性居民中随机抽取 1 人，记这 2 人中恰有 X 人外出就餐有剩余时打包，求 X 的分布列；

（Ⅲ）假设每年龄段居民外出就餐有剩余时打包的概率与表格中该段居民外出就餐有剩余时打包的频率相等．用“$Y_k=1$”表示第 k 段居民外出就餐有剩余时打包，“$Y_k=0$”表示第 k 段居民外出就餐有剩余时不打包（$k=1,2,3,4$），写出方差 $D(Y_1)$、$D(Y_2)$、$D(Y_3)$、$D(Y_4)$的大小关系．（只需写出结论）

19.（本小题 15 分）

已知椭圆C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右顶点$A(2,0)$，且离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）设O为原点，过点O的直线l与椭圆C交于两点P,Q，直线AP和AQ分别与直线$x=4$交于点M,N．求$\triangle APQ$与$\triangle AMN$面积之和的最小值．

20．（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=e^x-ax+\frac{1}{2}x^2$，其中 $a>-1$．

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）若 $f(x)\geq\frac{1}{2}x^2+x+b$ 对于 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求 $b-a$ 的最大值．

21．（本小题 13 分）

已知各项均为整数的数列 A_N：$a_1,a_2,\cdots,a_N$（$N\geq3,N\in\mathbf{N}^*$）满足 $a_1a_N<0$，且对任意 $i=2,3,\cdots,N$，都有 $|a_i-a_{i-1}|\leq1$．记 $S(A_N)=a_1+a_2+\cdots+a_N$．

（Ⅰ）若 $a_1=3$，写出一个符合要求的 A_N；

（Ⅱ）证明：数列 A_N 中存在 a_i 使得 $a_i=0$；

（Ⅲ）若 $S(A_N)$ 是 N 的整数倍，证明：数列 A_N 中存在 a_i 使得 $S(A_N)=N\cdot a_i$．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 〃 精益求精、专业严谨 〃 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。