高三文科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

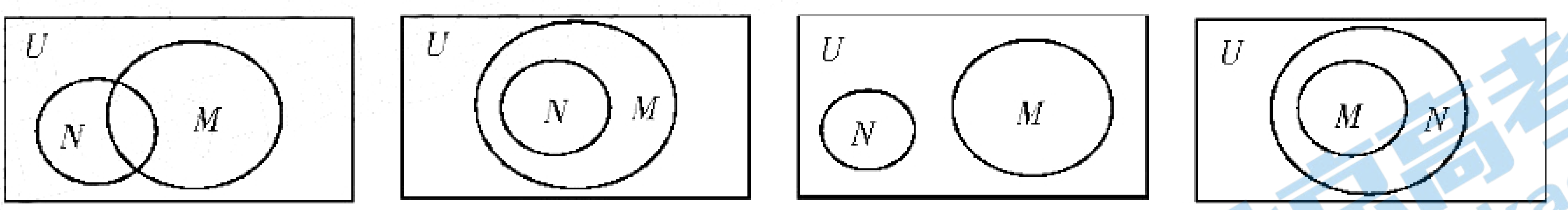
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设复数 $z=2+\mathrm{i}$，则 $\frac{5}{z}+z^2=$

A. $-5+3\mathrm{i}$　　B. $-5-3\mathrm{i}$

C. $5+3\mathrm{i}$　　D. $5-3\mathrm{i}$

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，则下列能正确表示集合 $M=\{0,1,2\}$ 和 $N=\{x|x^2+2x=0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是



A　　B　　C　　D

3. 命题 p："$\forall x>0, \mathrm{e}^x\leqslant x^2+x$"，则命题 $\neg p$ 为

A. $\forall x_0>0, \mathrm{e}^{x_0}>x_0^2+x_0$　　B. $\forall x_0\leqslant 0, \mathrm{e}^{x_0}\leqslant x_0^2+x_0$

C. $\exists x_0\leqslant 0, \mathrm{e}^{x_0}>x_0^2+x_0$　　D. $\exists x_0>0, \mathrm{e}^{x_0}>x_0^2+x_0$

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中，S_n 为其前 n 项和，若 $a_3=4, a_8=128$，则 $S_5=$

A. 15　　B. 16

C. 31　　D. 32

5. 某产品生产厂家的市场部在对 4 家商场进行调研时，获得该产品的售价 x(单位：元)和销售量 y(单位：百个)之间的四组数据如下表：

售价 x	4	a	5.5	6
销售量 y	12	11	10	9

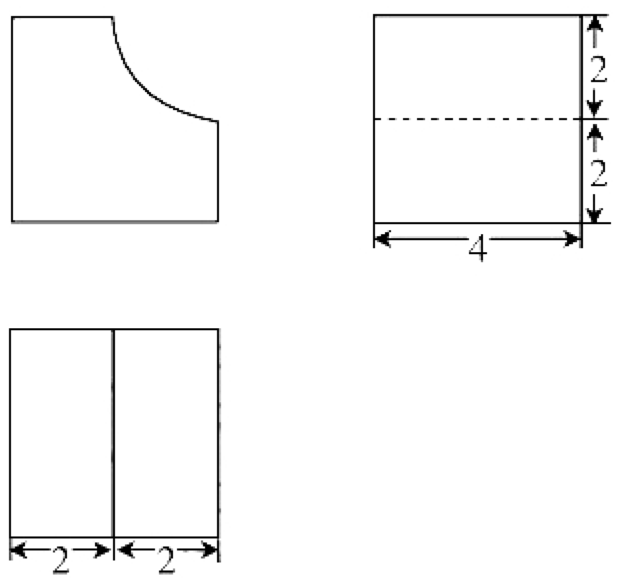
用最小二乘法求得销售量 y 与售价 x 之间的线性回归方程 $\hat{y}=-1.4x+17.5$，那么表中实数 a 的值为

A. 4　　B. 4.5

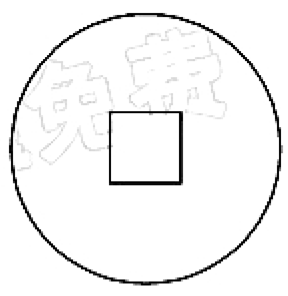
C. 4.6　　D. 4.7

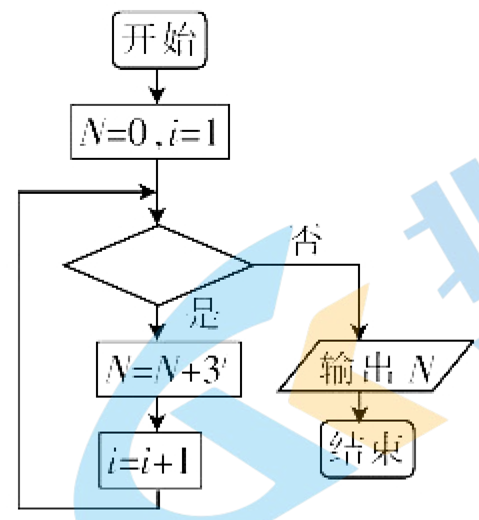
6. 某几何体的三视图如图所示，其中，正视图中的曲线为圆弧，则该几何体的体积为

A. $64-\frac{4\pi}{3}$　　B. $64-4\pi$　　C. $64-6\pi$　　D. $64-8\pi$

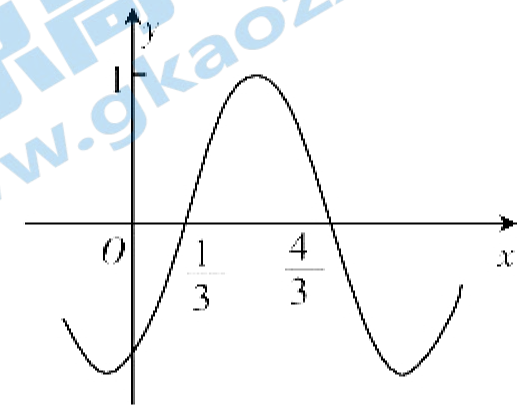


第 6 题图


第 7 题图



第 8 题图



第 9 题图

7.《周髀算经》中提出了"方属地，圆属天"，也就是人们常说的"天圆地方". 我国古代铜钱的铸造也蕴含了这种"外圆内方""天地合一"的哲学思想. 现将铜钱抽象成如图所示的图形，其中圆的半径为 r，正方形的边长为 $a(0<a<r)$，若在圆内随机取一点，则该点取自阴影部分的概率是

A. $1-\frac{a^2}{\pi r^2}$　　B. $\frac{a^2}{\pi r^2}$　　C. $\frac{a}{r}$　　D. $1-\frac{a}{r}$

8. 有一程序框图如图所示，要求运行后输出的值为大于 1 000 的最小数值，则在空白的判断框内可以填入的是

A. $i<6$　　B. $i<7$　　C. $i<8$　　D. $i<9$

9. 函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的部分图象如图所示，则 $f(x)$在$[1,2]$上的单调递减区间为

A. $\left[1,\frac{11}{6}\right]$　　B. $\left[\frac{11}{6},2\right]$　　C. $\left[\frac{5}{3},2\right]$　　D. $\left[1,\frac{5}{3}\right]$

10. 已知定义在 **R** 上的偶函数 $f(x)$满足：当 $x\in(-1,0]$时，$f(x)=2^x$，且 $f(x+1)$的图象关于原点对称，则 $f\left(\frac{2\ 019}{2}\right)=$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $-\sqrt{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 在直角坐标系 xOy 中，F 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点，$A$，$B$ 分别为左、右顶点，过点 F 作 x 轴的垂线交椭圆 C 于 P，Q 两点，连接 PB 交 y 轴于点 E，连接 AE 交 PQ 于点 M，若 M 是线段 PF 的中点，则椭圆 C 的离心率为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

12. 已知奇函数 $f(x)$在 **R** 上的导数为 $f'(x)$，且当 $x\in(-\infty,0]$时，$f'(x)>1$，则不等式 $f(2x-1)-f(x+2)\geqslant x-3$ 的解集为

A. $(3,+\infty)$　　B. $[3,+\infty)$　　C. $(-\infty,3]$　　D. $(-\infty,3)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°，则$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})=$________.

14. 某第三方支付平台的会员每天登陆该平台都能得积分，第一天得 1 积分，以后只要连续登陆每天所得积分都比前一天多 1 分. 某会员连续登陆 10 天，则他这 10 天共得________积分.

15. 在高为 3 的正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，若 AB_1 与底面 ABC 所成角为 $60°$，则以线段 AB_1 为直径的球的表面积为________.

16. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，圆 $M:(x-a)^2+y^2=\frac{b^2}{4}$. 若双曲线 C 的一条渐近线与圆 M 相切，则当 $b^2+\frac{1}{a^2}-\frac{47}{2}\ln a$ 取得最小值时，C 的实轴长为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $2a\cos C+c=2b$.

(1)求角 A 的大小；

(2)若 $a=\sqrt{3}$，△ABC 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，求△ABC 的周长.

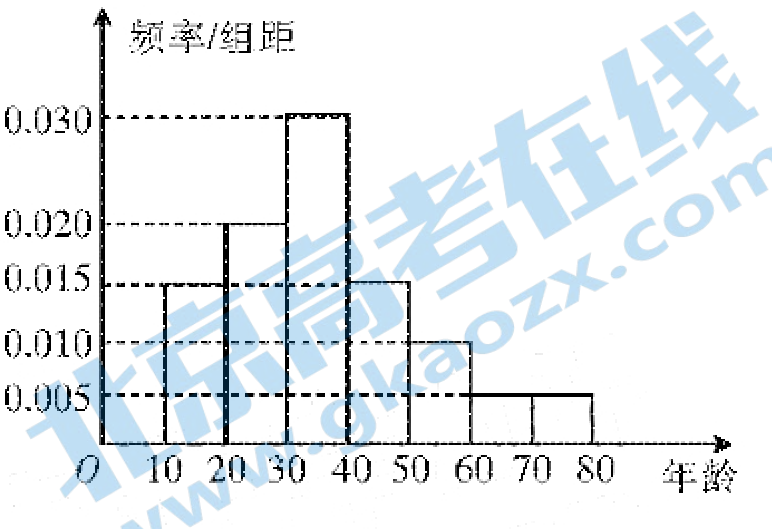
18.（本小题满分 12 分）

2018 年 8 月 8 日是我国第十个全民健身日，其主题是：新时代全民健身动起来. 某市为了解全民健身情况，随机从某小区居民中抽取了 40 人，将他们的年龄分成 7 段：[10,20)，[20,30)，[30,40)，[40,50)，[50,60)，[60,70)，[70,80]后得到如图所示的频率分布直方图.

(1)试求这 40 人年龄的平均数、中位数的估计值；

(2)(ⅰ)若从样本中年龄在[50,70)的居民中任取 2 人赠送健身卡，求这 2 人中至少有 1 人年龄不低于 60 岁的概率；

(ⅱ)已知该小区年龄在[10,80]内的总人数为 2000，若 18 岁以上(含 18 岁)为成年人，试估计该小区年龄不超过 80 岁的成年人人数.

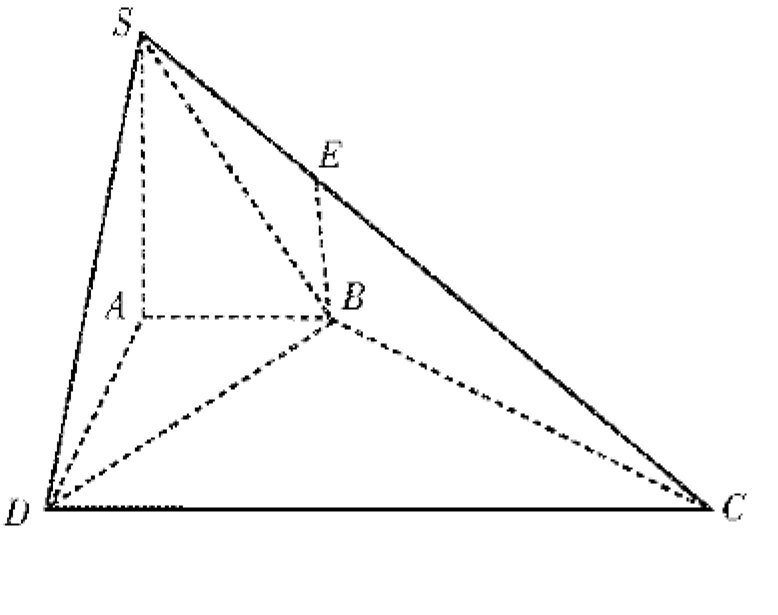


19.（本小题满分 12 分）

如图所示，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，$SA\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为直角梯形，其中 $AB\parallel CD$，$\angle ADC=90°$，$AD=AS=2$，$AB=1$，$CD=3$，点 E 在棱 CS 上，且 $CE=\lambda CS$.

(1)若 $\lambda=\frac{2}{3}$，证明：$BE\perp CD$；

(2)若 $\lambda=\frac{1}{3}$，求点 E 到平面 SBD 的距离.



20.（本小题满分 12 分）

设抛物线 $E:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，过 F 且倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线 l 与抛物线 E 交于 A,B 两点，$|AB|=\frac{16}{3}$.

(1)求抛物线 E 的方程；

(2)已知过点 $M(m,-1)$ 作直线 n 与抛物线 E 相切于点 N，证明：$FM\perp FN$.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(x-a)e^x+b$ 的图象在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=2$.

(1)求 a,b 的值；

(2)已知 $m\leqslant\frac{e}{2}$，证明：当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)>mx^2+\frac{3}{2}$.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（本小题满分 10 分）**选修 4－4：坐标系与参数方程**

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2t+1,\\ y=|2t-1|\end{cases}$（$t$ 为参数）. 以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 M 的极坐标方程为 $\rho^2=4\rho\cos\theta+2m\rho\sin\theta-m^2$.

(1)求 C 和 M 的直角坐标方程；

(2)若 C 与 M 恰有 4 个公共点，求 m 的取值范围.

23.（本小题满分 10 分）**选修 4－5：不等式选讲**

设函数 $f(x)=|3x-a^2|+|3x-3|+a$.

(1)当 $a=-2$ 时，求不等式 $f(x)<0$ 的解集；

(2)若 $f(x)>17$，求 a 的取值范围.

高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. C　$\frac{5}{z}+z^2=\frac{5}{2+i}+(2+i)^2=2-i+3+4i=5+3i$. 故选 C.

2. A　由 $N=\{x|x^2+2x=0\}=\{-2,0\}$，得 $M\cap N=\{0\}$. 故选 A.

3. D　因为命题 p："$\forall x>0, e^x\leqslant x^2+x$"是全称命题，所以命题 p 的否定为特称命题，即 $\neg p$：$\exists x_0>0, e^{x_0}>x_0^2+x_0$. 故选 D.

4. C　设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由题意可知 $\begin{cases}a_3=a_1q^2=4,\\ a_8=a_1q^7=128,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a_1=1,\\ q=2,\end{cases}$ 所以 $S_5=\frac{1\times(1-2^5)}{1-2}=31$. 故选 C.

5. B　由题意，得 $x=\frac{4+a+5.5+6}{4}=\frac{a+15.5}{4}$，$y=\frac{12+11+10+9}{4}=10.5$，因为线性回归方程 $\hat{y}=-1.4x+17.5$ 经过样本中心点 (x,y)，所以代入得 $10.5=-1.4\times\frac{a+15.5}{4}+17.5$，解得 $a=4.5$. 故选 B.

6. B　该几何体的形状为一个棱长为 4 的正方体挖去 $\frac{1}{4}$ 个圆柱后形成的几何体，所以体积 $V=4^3-\frac{\pi\times2^2\times4}{4}=64-4\pi$. 故选 B.

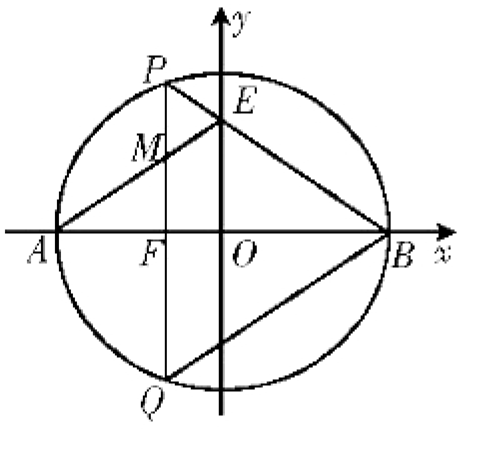
7. A　圆形钱币的半径为 r，面积为 $S_{圆}=\pi\cdot r^2$；正方形边长为 a，面积为 $S_{正方形}=a^2$. 在圆形内随机取一点，此点取自阴影部分的概率是 $p=\frac{S_{圆}-S_{正方形}}{S_{圆}}=1-\frac{a^2}{\pi r^2}$. 故选 A.

8. B　由框图知，该算法是为了计算 $N=3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^i$ 的值而设计的，当 $i=5$ 时，$N=363<1000$，当 $i=6$ 时，$N=1092>1000$，故 N 应该计算到 $i=6$，再返回进行判断时，$i=i+1$，即 $i=7$ 时执行判断框输出 $N=1092$，所以判断框中应填入 $i<7$.

9. A　由题可得 $\omega=\frac{2\pi}{2\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{3}\right)}=\pi$，当 $x=\frac{5}{6}$ 时，$f(x)$ 取得最大值，则 $\frac{5\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}+2k\pi, k\in\mathbf{Z}$，$f(x)=\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)$. 令 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant\pi x-\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi$，得 $\frac{5}{6}+2k\leqslant x\leqslant\frac{11}{6}+2k, k\in\mathbf{Z}$，$f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[\frac{5}{6}+2k,\frac{11}{6}+2k\right](k\in\mathbf{Z})$.

10. D　由题可知函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=0$ 和点 $(1,0)$ 对称，所以函数 $f(x)$ 的周期为 4，则 $f\left(\frac{2\,019}{2}\right)=f\left(4\times252+\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=-f\left(\frac{1}{2}\right)=-f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2^{\ \frac{1}{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. 故选 D.

11. C　如图，连接 BQ，则由椭圆的对称性易得 $\angle PBF=\angle QBF$，$\angle EAB=\angle EBA$，所以 $\angle EAB=\angle QBF$，所以 $ME\parallel BQ$. 因为 $\triangle PME\backsim\triangle PQB$，所以 $\frac{|PE|}{|EB|}=\frac{|PM|}{|MQ|}$. 因为 $\triangle PBF\backsim\triangle EBO$，所以 $\frac{|OF|}{|OB|}=\frac{|EP|}{|EB|}$，从而有 $\frac{|PM|}{|MQ|}=\frac{|OF|}{|OB|}$. 又因为 M 是线段 PF 的中点，所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{|OF|}{|OB|}=\frac{|PM|}{|MQ|}=\frac{1}{3}$. 故选 C.



12. B　令 $g(x)=f(x)-x$，当 $x\in(-\infty,0]$时，$g'(x)=f'(x)-1>0$，所以 $g(x)$在$(-\infty,0]$上单调递增. 因为 $f(x)$为奇函数，所以 $g(x)$也是奇函数，且在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，由 $f(2x-1)-f(x+2)\geqslant x-3$ 得到 $g(2x-1)\geqslant g(x+2)$，所以 $2x-1\geqslant x+2$，解得 $x\geqslant3$. 故选 B.

13. $-\frac{7}{2}$　由单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$，得 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}$，所以$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2-5\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{b}^2=-1-\frac{5}{2}=-\frac{7}{2}$.

14. 55　依题意可得该会员这 10 天每天所得积分依次成等差数列，故他这 10 天共得$\frac{(1+10)\times10}{2}=55$ 积分.

15. 12π　易知 AB_1 与底面 ABC 所成角为$\angle BAB_1=60°$，$\because BB_1=3$，$\therefore AB_1=2\sqrt{3}$，则所求球的表面积为 $4\pi\times(\frac{2\sqrt{3}}{2})^2=12\pi$.

16. 4　不妨设渐近线方程为 $bx-ay=0$，圆心 $M(a,0)$，半径 $r=\frac{b}{2}$，由双曲线 C 的一条渐近线与圆 M 相切，得$\frac{|ab-a\times0|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{b}{2}$，即$\frac{b^2}{a^2}=3$，所以 $b^2+\frac{1}{a^2}-\frac{47}{2}\ln a=3a^2+\frac{1}{a^2}-\frac{47}{2}\ln a$. 设 $f(x)=3x^2+\frac{1}{x^2}-\frac{47}{2}\ln x(x>0)$，则 $f'(x)=\frac{(12x^2+1)(x^2-4)}{2x^3}$，当 $0<x<2$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>2$ 时，$f'(x)>0$. 故 $f(x)_{\min}=f(2)$，当 $f(a)$取得最小值时，$a=2$，C 的实轴长为 $2a=4$.

17. 解：(1)由正弦定理得 $2\sin A\cos C+\sin C=2\sin B=2\sin(A+C)=2(\sin A\cos C+\cos A\sin C)$， ………… 2 分

即 $\sin C(2\cos A-1)=0$. ………… 4 分

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq0$，所以 $\cos A=\frac{1}{2}$. ………… 5 分

又 $A\in(0,\pi)$，从而得 $A=\frac{\pi}{3}$. ………… 6 分

(2)由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，得 $b^2+c^2-bc=3$， ………… 7 分

由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A$，得 $bc=2$， ………… 9 分

所以 $b+c=3$， ………… 11 分

故 $a+b+c=3+\sqrt{3}$. ………… 12 分

18. 解(1) 平均数 $\bar{x}=15\times0.15+25\times0.2+35\times0.3+45\times0.15+55\times0.1+(65+75)\times0.05=37$. ………… 2 分

前三组的频率之和为 $0.15+0.2+0.3=0.65$，故中位数落在第 3 组，设中位数为 x，

则$(x-30)\times0.03+0.15+0.2=0.5$，解得 $x=35$，即中位数为 35. ………… 4 分

(2)(ⅰ)样本中，年龄在$[50,70)$的人共有 $40\times0.15=6$ 人，其中年龄在$[50,60)$的有 4 人，设为 a,b,c,d，年龄在$[60,70)$的有 2 人，设为 x,y.

则从中任选 2 人共有如下 15 个基本事件：(a,b)，(a,c)，(a,d)，(a,x)，(a,y)，(b,c)，(b,d)，(b,x)，(b,y)，(c,d)，(c,x)，(c,y)，(d,x)，(d,y)，(x,y). ………… 6 分

至少有 1 人年龄不低于 60 岁的共有如下 9 个基本事件：

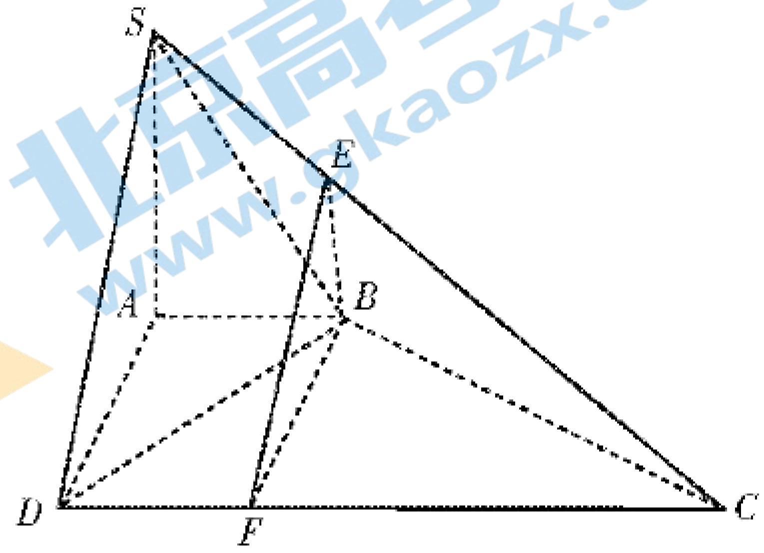
(a,x)，(a,y)，(b,x)，(b,y)，(c,x)，(c,y)，(d,x)，(d,y)，(x,y). ………… 8 分

记“这 2 人中至少有 1 人年龄不低于 60 岁”为事件 A，

故所求概率 $P(A)=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$. ………………………………………………………………………………… 10 分

(ⅱ)样本中年龄在 18 岁以上的居民所占频率为 $1-(18-10)\times0.015=0.88$,

故可以估计,该小区年龄不超过 80 岁的成年人人数约为 $2000\times0.88=1760$. ………………………… 12 分



19. (1)证明:因为 $\lambda=\frac{2}{3}$,所以 $CE=\frac{2}{3}CS$,在线段 CD 上取一点 F 使 $CF=\frac{2}{3}CD$,

连接 EF,BF,则 $EF/\!/SD$ 且 $DF=1$. …………………………………………… 1 分

因为 $AB=1,AB/\!/CD,\angle ADC=90^\circ$,

所以四边形 $ABFD$ 为矩形,所以 $CD\perp BF$. ………………………………… 2 分

又 $SA\perp$ 平面 $ABCD$,$\angle ADC=90^\circ$,

所以 $SA\perp CD,AD\perp CD$. ……………………………………………………………………………… 3 分

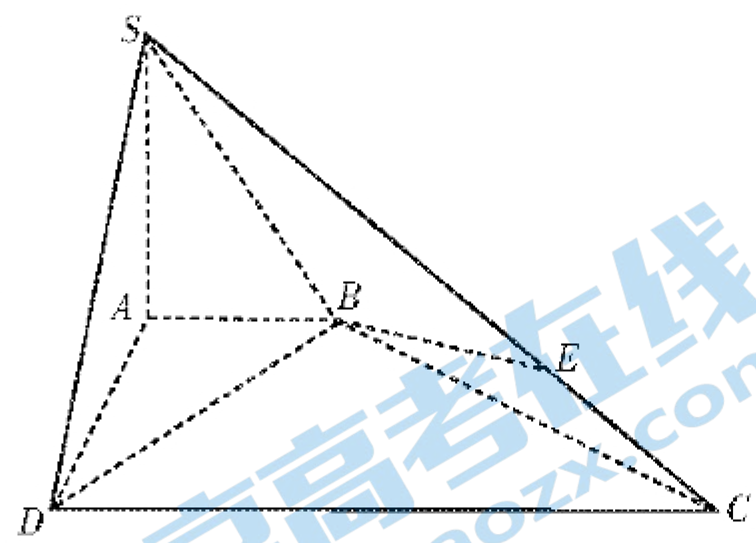
因为 $AD\cap SA=A$,所以 $CD\perp$ 平面 SAD,

所以 $CD\perp SD$,从而 $CD\perp EF$. …………………………………………………………………………… 4 分

因为 $BF\cap EF=F$,所以 $CD\perp$ 平面 BEF. ………………………………………………………………… 5 分

又 $BE\subset$ 平面 BEF,所以 $CD\perp BE$. …………………………………………………………………… 6 分

(2)解:由题设得,$V_{S-BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot SA=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times CD\times AD)\times SA=2$, ……………………… 7 分



又因为 $SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{5}$,$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{5}$,$SD=\sqrt{SA^2+AD^2}$

$=2\sqrt{2}$,

所以 $S_{\triangle SBD}=\frac{1}{2}\cdot SD\cdot\sqrt{SB^2-(\frac{1}{2}SD)^2}=\sqrt{6}$, ……………………………… 9 分

设点 C 到平面 SBD 的距离为 h,则由 $V_{S-BCD}=V_{C-SBD}$ 得 $h=\sqrt{6}$, ……… 11 分

因为 $CE=\frac{1}{3}CS$,所以点 E 到平面 SBD 的距离为 $\frac{2}{3}h=\frac{2\sqrt{6}}{3}$. ………… 12 分

20. (1)解:由题意可知 $F(0,\frac{p}{2})$,l 的方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{p}{2}$, ……………………………………………… 1 分

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,由 $\begin{cases}y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{p}{2}\\x^2=2py\end{cases}$,得 $3y^2-5py+\frac{3}{4}p^2=0$, ………………………………………… 2 分

故 $y_1+y_2=\frac{5p}{3}$, …………………………………………………………………………………………… 3 分

所以 $|AB|=|AF|+|BF|=y_1+y_2+p=\frac{5p}{3}+p=\frac{16}{3}$, ………………………………………………… 4 分

所以 $p=2$,故抛物线 E 的方程为 $x^2=4y$. ………………………………………………………………… 5 分

(2)证明:设点 $N(x_0,y_0)$,$x_0\neq0$. 因为 $y=\frac{1}{4}x^2$,所以 $y'=\frac{1}{2}x$. ………………………………… 6 分

切线方程为 $y-y_0=\frac{1}{2}x_0(x-x_0)$,即 $y=\frac{1}{2}x_0x-\frac{1}{4}x_0^2$. …………………………………… 7 分

令 $y=-1$,可解得 $m=\frac{x_0^2-4}{2x_0}$,所以 $M(\frac{x_0^2-4}{2x_0},-1)$. ……………………………………………… 8 分

所以$\overrightarrow{FM}=(\frac{x_0^2-4}{2x_0},-2)$，$\overrightarrow{FN}=(x_0,y_0-1)$，……………………………… 9分

$\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=\frac{x_0^2-4}{2}-2y_0+2=\frac{x_0^2-4}{2}-\frac{x_0^2}{2}+2=0$，……………………………… 11分

所以 $FM\perp FN$. ……………………………… 12分

21.(1)解：$f'(x)=(x-a+1)e^x$，……………………………… 1分

$f'(0)=1-a=0$，则 $a=1$，……………………………… 3分

由切线方程可知 $f(0)=2$，……………………………… 4分

所以 $f(0)=-1+b=2$，即 $b=3$. ……………………………… 5分

(2)证明：因为 $m\leqslant\frac{e}{2}$，所以 $f(x)-mx^2-\frac{3}{2}=(x-1)e^x-mx^2+\frac{3}{2}\geqslant(x-1)e^x-\frac{e}{2}x^2+\frac{3}{2}$. ……………… 7分

令 $g(x)=(x-1)e^x-\frac{e}{2}x^2+\frac{3}{2}(x>0)$，则 $g'(x)=x(e^x-e)$，

则函数 $g(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，……………………………… 9分

$g(x)\geqslant g(1)=\frac{3-e}{2}>0$，……………………………… 10分

所以 $f(x)-mx^2-\frac{3}{2}>0$，即当 $x\in(0,+\infty)$时，$f(x)>mx^2+\frac{3}{2}$. ……………………………… 12分

22.解：(1) 由 $y=|2t-1|=|2t+1-2|$，得 $y=|x-2|$，

故 C 的直角坐标方程为 $y=|x-2|$. ……………………………… 2分

由 $\rho^2=4\rho\cos\theta+2m\rho\sin\theta-m^2$，得 $x^2+y^2=4x+2my-m^2$，

故 M 的直角坐标方程为$(x-2)^2+(y-m)^2=4$. ……………………………… 4分

(2)当 C 和 M 相切时，圆 M 的圆心到直线 $y=x-2$ 的距离 $d=\frac{|m|}{\sqrt{2}}=2$，……………………………… 6分

且 $m>0$，则 $m=2\sqrt{2}$. ……………………………… 7分

当 C 与 M 恰有 3 个公共点时，$m=2$. ……………………………… 9分

故当 C 与 M 恰有 4 个公共点时，m 的取值范围为$(2,2\sqrt{2})$. ……………………………… 10分

23.解：(1)当 $a=-2$ 时，$f(x)=|3x-4|+|3x-3|-2=\begin{cases}5-6x,x\leqslant1\\-1,1<x<\frac{4}{3},\\6x-9,x\geqslant\frac{4}{3}\end{cases}$ ……………………………… 3分

故不等式 $f(x)<0$ 的解集为$(\frac{5}{6},\frac{3}{2})$. ……………………………… 5分

(2) ∵ $f(x)=|3x-a^2|+|3x-3|+a\geqslant|(3x-a^2)-(3x-3)|+a=|a^2-3|+a$，……………………………… 7分

∴ $|a^2-3|+a>17$，……………………………… 8分

则 $a^2-3>17-a$ 或 $a^2-3<17-a$，解得 $a<-5$ 或 $a>4$，

故 a 的取值范围为$(-\infty,-5)\cup(4,+\infty)$. ……………………………… 10分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。