

2021 北京一五九中学高一（上）期中

数 学

班 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

考生 须知	1.本试卷共 6 页，共三道大题，24 道小题。考试时间 120 分钟，试卷满分 150 分。 2.除特别说明外，试卷答案一律填涂在答题卡或书写在答题纸上。 3.选择题用 2B 铅笔在答题卡上作答，其他试题用黑色字迹的钢笔或签字笔作答。
----------	--

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分。

1. 集合 $\{x \in N | x - 3 < 2\}$ 用列举法表示是 ()

- A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ C. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

2. 已知命题 $P: \forall x \geq 0, e^x + 2x - 1 \geq 0$ ，则命题 P 的否定为 ()

- A. $\exists x < 0, e^x + 2x - 1 < 0$ B. $\forall x \geq 0, e^x + 2x - 1 < 0$
 C. $\exists x \geq 0, e^x + 2x - 1 < 0$ D. $\forall x < 0, e^x + 2x - 1 \geq 0$

3. 下列四个函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是 ()

- A. $y = 1 - x$ B. $y = x^2 - x$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = |x|$

4. 若 $x > -5$ ，则 $x + \frac{4}{x+5}$ 的最小值为 ()

- A. -1 B. 3 C. -3 D. 1

5. 若 $2 \in \{1, a^2 + 1, a + 1\}$ ，则 $a =$ ()

- A. 2 B. 1 或 -1 C. 1 D. -1

6. 已知 $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \geq 2 \\ -x^2 + 3x, & x < 2 \end{cases}$ ，则 $f(-1) + f(4)$ 的值为 ()

- A. -7 B. 3 C. -8 D. 4

7. 函数 $y = x^2 - 6x + 7$ 的值域是 ()

- A. $\{y | y < -2\}$ B. $\{y | y > -2\}$ C. $\{y | y \geq -2\}$ D. $\{y | y \leq -2\}$

8. 不等式 $\frac{4x+2}{3x-1} > 0$ 的解集是 ()

- A. $\{x|x > \frac{1}{3} \text{ 或 } x < -\frac{1}{2}\}$ B. $\{x|-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$ C. $\{x|x > \frac{1}{3}\}$ D. $\{x|x < -\frac{1}{2}\}$

9. 已知 $p: x > 2$, $q: x > 1$, 则 p 是 q 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 函数 $f(x) = 2^x + 3x$ 的零点所在的一个区间是 ()

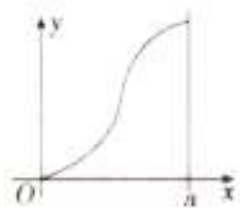
- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$

11. 若定义在 \mathbb{R} 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 则下列各式中正确的是 ()

- A. $f(-2) > f(-1)$ B. $f(1) < f(3)$ C. $f(-1) < f(1)$ D. $f(1) > f(-2)$

12. 如图, 有四个平面图形分别是三角形、平行四边形、直角梯形、圆, 垂直于 x 轴的直线 $l: x = t (0 \leq t \leq a)$ 经过原点 O 向右平行移动, l 在移动过程中扫过平面图形的面积为 Y (图中阴影部分), 若函数 $y = f(t)$ 的大致图象如图, 那么平面图形的形状不可能是

()



- A. B. C. D.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

13. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的定义域为_____.

14. 下列各组函数中, 表示同一个函数的是_____.

①. $f(x) = x^0, g(x) = 1$

②. $f(x) = x^2, g(x) = \frac{x^3}{x}$

③. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = |x|$

④. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}, g(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$

15. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的子集共有 _____ 个.

16. 设 a 为常数, 函数 $f(x+1) = x^2 - ax + 1$. 若 $f(x)$ 为偶函数, 则 a 等于 _____.

17. 已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的减函数, 且 $f(2x-3) > f(5x-6)$, 则实数 x 的取值范围为 _____.

18. 已知 $f_1(x), f_2(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 定义 $F(x) = f_1(x) * f_2(x) = \begin{cases} f_1(x), & f_1(x) \geq f_2(x) \\ f_2(x), & f_1(x) < f_2(x) \end{cases}$

若 $f_1(x) = \frac{2}{3}x - 1, f_2(x) = -x - 1$, 则 $F(x)$ 的最小值是 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 72 分. 解答题写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

19. (本小题共 12 分)

如果全集 S 为全体实数, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| - 1 < 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$

(1) 求 $A \cap B$

(2) 求 $(\complement_S A) \cup (\complement_S B)$

20. (本小题共 12 分)

已知 $f(x) = x + \frac{m}{x}$

(1) 当 $m=1$ 时, 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 当 $m=1$ 时利用函数单调性定义, 证明函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增;

(3) 若不等式 $x + \frac{m}{x} > 0$ 在区间 $[1, 2]$ 上对任意 x 恒成立, 求 m 的取值范围.

21. (本小题共 12 分)

欲修建一个容积为 8 立方米，深为 2 米的长方体无盖水池，如果池底造价是 120 元/平方米，池壁的造价是 80 元/平方米

- (1) 求水池的总造价 y 元与池底宽 x 米之间的函数关系式；
- (2) 该水池池底宽多少米时，可使水池的总造价最低？最低造价是多少？

22. (本小题共 12 分)

关于 x 的方程 $x^2 + 2mx + m + 2 = 0$ 分别满足下列条件：

- (1) 当 $m = 4$ 时，两根分别为 x_1, x_2 ，求 $x_1^2 + x_2^2$ 的值；
- (2) m 为何值时，有一正根一负根；
- (3) m 为何值时，有两个不相等的正根.

23. (本小题共 12 分)

已知 $f(x) = ax^2 + x - a, a \in \mathbb{R}$.

- (1) 若 $a = 1$ ，解不等式 $f(x) \geq 1$ ；
- (2) 若不等式 $f(x) > -2x^2 - 3x + 1 - 2a$ 对一切实数 x 恒成立，求实数 a 的取值范围；
- (3) 若 $a < 0$ ，解不等式 $f(x) > 1$.

24. (本小题共 12 分)

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ，并且满足 $f(x-y) = f(x) - f(y)$ ，且 $f(2) = 1$ 当 $x > 0$ 时， $f(x) > 0$ 。

- (1) 求 $f(0)$ 的值；
- (2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性；
- (3) 如果 $f(x) + f(x+2) < 2$ ，求 x 的取值范围。