2018-2019学年北京市清华附中高二（上）期中数学试卷

一、选择题（每小题5分，共40分）

1．（5分）设P是椭圆$\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{3}=1$上的动点，则$P$到该椭圆的两个焦点的距离之和为(　　)

A．$2\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$4\sqrt{2}$

2．（5分）设a，b，$c\in R$，且$a>b$，则(　　)

A．$ac>bc$　　B．$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　C．$ac^2>bc^2$　　D．$a^3>b^3$

3．（5分）已知数列$\{a_n\}$为等差数列，且$S_5=28$，$S_{10}=36$，则S_{15}等于(　　)

A．80　　B．40　　C．24　　D．-48

4．（5分）设命题p:$\exists x>0$，$\sin x+1>2^x$，则$\neg p$为(　　)

A．$\forall x>0$，$\sin x+1\leqslant 2^x$　　B．$\forall x\leqslant 0$，$\sin x+1\leqslant 2^x$

C．$\exists x>0$，$\sin x+1\leqslant 2^x$　　D．$\exists x\leqslant 0$，$\sin x+1\leqslant 2^x$

5．（5分）已知三点$P(5,2)$、$F_1(-6,0)$、$F_2(6,0)$那么以F_1、F_2为焦点且过点P的椭圆的短轴长为(　　)

A．3　　B．6　　C．9　　D．12

6．（5分）不等式$\dfrac{1}{x-2}\leqslant x-2$的解集是(　　)

A．$(-\infty$，$1]\cup(2$，$3]$　　B．$[1$，$2)\cup[3$，$+\infty)$　　C．$(-\infty$，$1]\cup[3$，$+\infty)$　　D．$[1$，$2)\cup(2$，$3]$

7．（5分）设$\{a_n\}$是首项为正数的等比数列，公比为q，则“$q<0$”是“对任意的正整数n，$a_{2n-1}+a_{2n}<0$”的(　　)

A．充要条件　　B．充分而不必要条件

C．必要而不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

8．（5分）已知点$A(0,6)B$为椭圆$\dfrac{x^2}{10}+y^2=1$上的动点，则A，B两点间的最大距离是(　　)

A．$4\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{46}$　　C．7　　D．$5\sqrt{2}$

二、填空题（每小题5分，共30分）

9．（5分）已知等比数列$\{a_n\}$中$a_1=1$，且$\dfrac{a_4+a_5+a_6}{a_1+a_2+a_3}=8$，那么$S_5=$______．

10．（5分）已知$x>0$，$y>0$，$\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=2$，则$x+2y$的最小值为______．

11．（5 分）曲线$3x^2+ky^2=6$表示焦点在x轴上的椭圆，则实数k的取值范围是____.

12．（5 分）关于x的不等式$ax^2+bx-2>0$的解集是$(-\infty,\ -\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{3},\ +\infty)$，则$ab$等于_____.

13．（5 分）椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左焦点为$F$，直线$x=m$与椭圆相交于点$A$、$B$，当$\Delta FAB$的周长最大时，$\Delta FAB$的面积是____.

14．（5 分）已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=a(0<a\leqslant 2)$，$a_{n+1}=\begin{cases}a_n-2(a_n>2)\\-a_n+3(a_n\leqslant 2)\end{cases}(n\in N^*)$，记$S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n$，若$S_n=2018$，则$a=$____，$n=$____.

三、解答题（共 6 小题，共 80 分）

15．在ΔABC中，$\angle B=\frac{2\pi}{3}$，$a=6$.

（1）若$b=14$，求$\sin A$的值；

（2）若ΔABC的面积为$3\sqrt{3}$，求b的值.

16．已知公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_4=a_7+9$，且a_1，a_4，a_{13}成等比数列.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\{\frac{1}{S_n}\}$的前n项和公式.

17．北京某附属中学为了改善学生的住宿条件，决定在学校附近修建学生宿舍，学校总务办公室用1000万元从政府购得一块廉价土地，该土地可以建造每层1000平方米的楼房，楼房的每平方米建筑费用与建筑高度有关，楼房每升高一层，整层楼每平方米建筑费用提高0.02万元，已知建筑第5层楼房时，每平方米建筑费用为0.8万元．

（1）若学生宿舍建筑为x层楼时，该楼房综合费用为y万元，综合费用是建筑费用与购地费用之和)，写出$y=f(x)$的表达式；

（2）为了使该楼房每平方米的平均综合费用最低，学校应把楼层建成几层？此时平均综合费用为每平方米多少万元？

18．已知集合$A=\{x\mid(x-2a)(x-3a-1)<0\}$，集合$B=\{x\mid\dfrac{x-2a}{x-a^{2}}<0\}$．

（1）当$a=3$时，求$A\bigcap B$；

（2）$\forall x\in[1，2]$，不等式$(x-2a)(x-3a-1)<0$恒成立，求实数a的取值范围；

（3）若“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，求实数a的取值范围．

19．在平面直角坐标系xOy中，椭圆：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$y$轴于椭圆相交于$A$、$B$两点，$AB=2\sqrt{3}$，$C$、$D$是椭圆上异于$A$、$B$的任意两点，且直线$AC$、$BD$相交于点$M$，直线$AD$、$BC$相交于点$N$．

（1）求椭圆的方程；

（2）求直线MN的斜率．

20．已知集合$A=\{a_1，a_2，a_3…，a_6\}$且$a_i\in N^*(i=1.2，…，6)$，设$S=a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+a_4a_5+a_5a_6+a_6a_1$．

（1）若$(a_1，a_2，a_3，…，a_6)=(1，2，3，4，5，6)$和$(a_1，a_2，a_3，…a_6)=(1，2，3，4，5，7)$，分别求$S$的值；

（2）若集合A中所有元素之和为55，求S的最小值；

（3）若集合A中所有元素之和为103，求S的最小值．

2018-2019 学年北京市清华附中高二（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 5 分，共 40 分）

【解答】解：椭圆 $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1$ 的焦点坐标在 x 轴，$a=\sqrt{5}$，

P 是椭圆 $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1$ 上的动点，由椭圆的定义可知：则 P 到该椭圆的两个焦点的距离之和为 $2a=2\sqrt{5}$．

故选：C．

【解答】解：对于选项：A、

当 $c\leqslant 0$ 时，不等式不成立．

对于选项：B、

当 $a=0$ 或 $b=0$ 时，不等式无意义．

对于选项 C、

当 $c=0$ 时，不等式不成立．

对于选项 D:

当 $a-b>0$ 时，

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)=(a-b)[(a+\frac{b}{2})^2+\frac{3b^2}{4}]>0$，

故选：D．

【解答】解：$\because$ 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $S_5=28$，$S_{10}=36$，

又 $\because S_5$，$S_{10}-S_5$，$S_{15}-S_{10}$ 成等差数列，

$\therefore 2\times 8=28+S_{15}-36$，

$\therefore S_{15}=24$；

法二：$\because$ 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $S_5=28$，$S_{10}=36$，

$\begin{cases}5a_1+10d=28\\10a_1+45d=36\end{cases}$，

解方程可得，$d=-\frac{4}{5}$，$a_1=\frac{36}{5}$，

$S_{15}=15a_1+\frac{15\times 14}{2}\times(-\frac{4}{5})=24$．

故选：C．

【解答】解：命题 $p:\exists x>0$，$\sin x+1>2^x$，

则 $\neg p$ 为：$\forall x>0$，$\sin x+1\leqslant 2^x$，

故选：A．

【解答】解：设椭圆的标准方程为：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，

可得：$c=6$，$2a=|PF_1|+|PF_2|=\sqrt{11^2+2^2}+\sqrt{1^2+2^2}=6\sqrt{5}$，解得 $a=3\sqrt{5}$．

$\therefore b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-6^2}=3$．

$\therefore$椭圆的短轴长为6．

故选：B．

【解答】解：$\because \dfrac{1}{x-2}\leqslant x-2$，

$\therefore \dfrac{1-x^2+4x-4}{x-2}\leqslant 0$，

$\therefore \dfrac{(x-3)(x-1)}{x-2}\geqslant 0$，

解得：$x\geqslant 3$ 或 $1\leqslant x<2$，

故选：B．

【解答】解：$\{a_n\}$ 是首项为正数的等比数列，公比为 q，

若“$q<0$”是“对任意的正整数 n，$a_{2n-1}+a_{2n}<0$”不一定成立，

例如：当首项为2，$q=-\dfrac{1}{2}$ 时，各项为2，-1，$\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{1}{4}$，…，此时 $2+(-1)=1>0$，$\dfrac{1}{2}+(-\dfrac{1}{4})=\dfrac{1}{4}>0$；

而“对任意的正整数 n，$a_{2n-1}+a_{2n}<0$”，前提是“$q<0$”，

则“$q<0$”是“对任意的正整数 n，$a_{2n-1}+a_{2n}<0$”的必要而不充分条件，

故选：C．

【解答】解：椭圆 $\dfrac{x^2}{10}+y^2=1$，

由椭圆的参数方程可得 $x=\sqrt{10}\cos\theta$，$y=\sin\theta$，

$\therefore |AB|^2=(\sqrt{10}\cos\theta-0)^2+(\sin\theta-6)^2$

$=10\cos^2\theta+\sin^2\theta-12\sin\theta+36$

$=10(1-\sin^2\theta)+\sin^2\theta-12\sin\theta+36$

$=-9\sin^2\theta-12\sin\theta+46$，

令 $\sin\theta = t$，则 $t\in[-1，1]$，

$\therefore |AB|^2 = -9t^2 - 12t + 46$ 的图象为开口向下的抛物线，对称轴为 $t = -\dfrac{2}{3}$，

$\therefore |AB|^2 = -9t^2 - 12t + 46$ 在 $t\in[-1，-\dfrac{2}{3}]$ 单调递增，在 $t\in[-\dfrac{2}{3}，1]$ 单调递减，

$\therefore$ 当 $t = -\dfrac{2}{3}$ 时，$|AB|^2$ 取最大值 50，此时 $|AB|$ 取最大值：$5\sqrt{2}$．

故选：D．

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

【解答】解：设公比为 q，$a_1 = 1$，且且 $\dfrac{a_4 + a_5 + a_8}{a_1 + a_2 + a_5} = 8$，

$\therefore \dfrac{q^3 + q^4 + q^7}{1 + q + q^4} = q^3 = 8$，

$\therefore q = 2$，

$\therefore S_5 = \dfrac{1\times(1-2^5)}{1-2} = 31$，

故答案为：31

【解答】解：$\because x > 0$，$y > 0$，$\dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 2$，

$\therefore x + 2y = \dfrac{1}{2}(\dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y})(x + 2y) = \dfrac{1}{2}(4 + \dfrac{x}{y} + \dfrac{4y}{x}) \geqslant \dfrac{1}{2}(4 + 2\sqrt{\dfrac{x}{y}\cdot\dfrac{4y}{x}}) = 4$，当且仅当 $x = 2y = 2$ 时取等号．

故答案为：2．

【解答】解：根据题意，$3x^2 + ky^2 = 6$ 化为标准形式为 $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{\frac{6}{k}} = 1$；

根据题意，其表示焦点在 x 轴上的椭圆，则有 $2 > \dfrac{6}{k} > 0$

解得 $k > 3$；则实数 k 的取值范围是：$(3, +\infty)$．

故答案为：$(3, +\infty)$．

【解答】解：$\because x$ 的不等式 $ax^2 + bx - 2 > 0$ 的解集是 $(-\infty，-\dfrac{1}{2})\cup(\dfrac{1}{3}，+\infty)$，

$\therefore -\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{3}$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx - 2 = 0$ 的解且 $a > 0$．

$\therefore -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} = -\dfrac{b}{a}$，$-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3} = -\dfrac{2}{a}$

解得 $a = 12$，$b = 2$．

$\therefore ab = 24$．

故答案为：24．

【解答】解：设椭圆的右焦点为 E．如图：

由椭圆的定义得：ΔFAB 的周长：$AB+AF+BF=AB+(2a-AE)+(2a-BE)=4a+AB-AE-BE$；

$\because AE+BE\geqslant AB$；

$\therefore AB-AE-BE\leqslant 0$，当 AB 过点 E 时取等号；

$\therefore AB+AF+BF=4a+AB-AE-BE\leqslant 4a$；

即直线 $x=m$ 过椭圆的右焦点 E 时 ΔFAB 的周长最大；

此时 ΔFAB 的高为：$EF=2$．

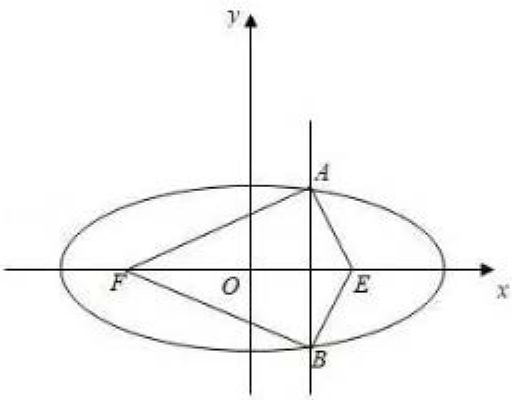
此时直线 $x=m=c=1$；

把 $x=1$ 代入椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的方程得：$y=\pm\dfrac{3}{2}$．

$\therefore AB=3$．

所以：ΔFAB 的面积等于：$S_{\Delta FAB}=\dfrac{1}{2}\times 3\times EF=\dfrac{1}{2}\times 3\times 2=3$．

故答案为：3．



【解答】解：$a_1=a(0<a\leqslant 2)$，$a_{n+1}=\begin{cases}a_n-2(a_n>2)\\-a_n+3(a_n\leqslant 2)\end{cases}(n\in N^*)$．

$\therefore a_2=-a+3$．

①$a\in(0,1)$ 时，$a_2\in(2,3)$，$a_3=-a+1\in(0,1)$．

$a_4=a+2\in(2,3)$，$a_5=a\in(0,1)$．

可得 $a_{n+4}=a_n$．

$a_1+a_2=3$，$a_3+a_4=3$．

$a_1+a_2+a_3+a_4=6$．

$\because S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n$，$S_n=2018=336\times 6+2$，

$\therefore$ 此时无解.

②$a\in[1，2]$时，$a_2\in[1，2]$，$a_3=a\in[1，2]$，

可得 $a_{n+2}=a_n$.

$a_1+a_2=3$，

$\because S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n$，$S_n=2018=672\times 3+2$，

$\therefore a=2$，$n=672\times 2+1=1345$.

故答案为：2，1345.

三、解答题（共 6 小题，共 80 分）

【解答】解：（1）$\because$ 在 ΔABC 中，$\angle B=\dfrac{2\pi}{3}$，$a=6$，$b=14$，

$\therefore$ 由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，可得：$\sin A=\dfrac{a\bullet\sin B}{b}=\dfrac{6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{14}=\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$；

（2）$\because \angle B=\dfrac{2\pi}{3}$，$a=6$，$\Delta ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times 6\times c\times\sin\dfrac{2\pi}{3}$，

$\therefore$ 解得：$c=2$，

$\therefore$ 由余弦定理可得：$b=\sqrt{a^2+c^2-2ac\cos B}=\sqrt{6^2+2^2-2\times 6\times 2\times\cos\dfrac{2\pi}{3}}=2\sqrt{13}$.

【解答】解：（1）公差 d 不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，

$S_4=a_7+9$，可得 $4a_1+6d=a_1+6d+9$，

且 a_1，a_4，a_{13} 成等比数列，可得 $a_4^2=a_1a_{13}$，即 $(a_1+3d)^2=a_1(a_1+12d)$，

解得 $a_1=3$，$d=2$，

则 $a_n=3+2(n-1)=2n+1$；

（2）$S_n=3n+\dfrac{1}{2}n(n-1)\bullet 2=n^2+2n$，

$\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{1}{n^2+2n}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$，

则数列 $\{\dfrac{1}{S_n}\}$ 的前 n 项和为 $\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\ldots+\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$

$=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2})=\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}\bullet\dfrac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$.

【解答】解：（1）由建筑第 5 层楼房时，每平方米建筑费用为 0.8 万元，

且楼房每升高一层，整层楼每平方米建筑费用提高 0.02 万元，

可得建筑第 1 层楼房每平方米建筑费用为：0.72 万元．

建筑第 1 层楼房建筑费用为：$0.72\times1000=720$（万元）．

楼房每升高一层，整层楼建筑费用提高：$0.02\times1000=20$（万元）．

建筑第 x 层楼时，该楼房综合费用为：$y=f(x)=720x+\dfrac{x(x-1)}{2}\times20+1000=10x^2+710x+1000$．

$\therefore y=f(x)=10x^2+710x+1000(x\geqslant1,x\in Z)$；

（2）设该楼房每平方米的平均综合费用为 $g(x)$，

则：$g(x)=\dfrac{f(x)}{1000x}=\dfrac{10x^2+710x+1000}{1000x}=\dfrac{x}{100}+\dfrac{1}{x}+0.71\geqslant2\sqrt{\dfrac{x}{100}\cdot\dfrac{1}{x}}+0.71=0.91$，

当且仅当 $\dfrac{x}{100}=\dfrac{1}{x}$，即 $x=10$ 时，上式等号成立．

$\therefore$ 学校应把楼层建成 10 层，此时平均综合费用为每平方米 0.91 万元．

【解答】 解：（1）根据题意，

当 $a=3$ 时，$A=\{x\,|\,(x-2a)(x-3a-1)<0\}=\{x\,|\,(x-6)(x-10)<0\}=(6，10)$；

集合 $B=\{x\,|\,\dfrac{x-2a}{x-a^2}<0\}=\{x\,|\,\dfrac{x-6}{x-9}<0\}=(6,9)$．

则 $A\bigcap B=(6,9)$；

（2）根据题意，设 $f(x)=(x-2a)(x-3a-1)$，

若 $\forall x\in[1，2]$，不等式 $(x-2a)(x-3a-1)<0$，

必有 $\begin{cases}(1-2a)(1-3a-1)<0\\(2-2a)(2-3a-1)<0\end{cases}$，

解可得：$\dfrac{1}{3}<a<\dfrac{1}{2}$，

即实数 a 的取值范围是 $(\dfrac{1}{3}，\dfrac{1}{2})$；

（3）根据题意，分 3 种情况讨论：

①，当 $2a=a^2$，即 $a=0$ 或 2 时，$B=\varnothing$，$A\neq\varnothing$，“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，符合题意；

②，当 $2a<a^2$，即 $a>2$ 或 $a<0$ 时，

$B=(2a,a^2)$，若“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，则必有 $2a<a^2<3a+1$，

解可得：$\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}<a<0$ 或 $2<a<\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$；

③，当 $2a>a^2$，即 $0<a<2$ 时，

$B=(a^2，2a)$，若“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，则必有 $3as+1<a^2<2a$，

此时无解；

综合可得：$\frac{3-\sqrt{13}}{2}<a<0$ 或 $2<a<\frac{3+\sqrt{13}}{2}$；

故 a 的取值范围为 $\{a|\frac{3-\sqrt{13}}{2}<a<0$ 或 $2<a<\frac{3+\sqrt{13}}{2}\}$．

【解答】 解：(1) ∵椭圆：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，

y 轴于椭圆相交于 A、B 两点，$AB=2\sqrt{3}$，

$\therefore 2b=2\sqrt{3}$，$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow b=c=\sqrt{3}$，$a=\sqrt{6}$．

$\therefore$ 椭圆的方程为：$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$；

(2)、设 $A(0,\sqrt{3})$，$B(0,-\sqrt{3})$，$C(x_1，y_1)$．

$\frac{x_1^2}{6}+\frac{y_1^2}{3}=1 \Rightarrow \frac{y_1^2-3}{x_1^2}=-\frac{1}{2}$，$k_{AC} \cdot k_{BC}=\frac{(y_1-\sqrt{3})(y_1+\sqrt{3})}{x_1^2}=-\frac{1}{2}$

同理 $k_{AD} \cdot k_{BD}=-\frac{1}{2}$

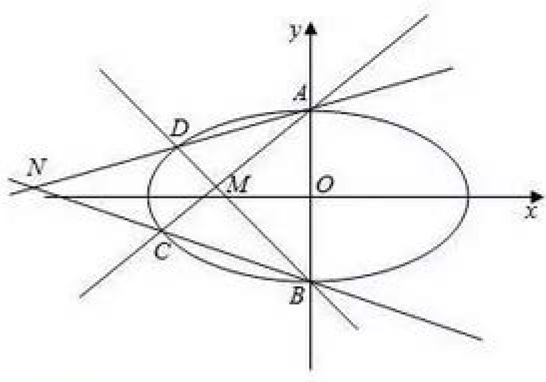
$\therefore$ 可设直线 AC 方程为 $y=kx+\sqrt{3}$，直线 AD 方程为 $y=mx+\sqrt{3}$

则直线 BC 方程为 $y=-\frac{1}{2k}x-\sqrt{3}$，直线 BD 方程为 $y=-\frac{1}{2m}x-\sqrt{3}$

由 $\begin{cases} y=kx+\sqrt{3} \\ y=-\frac{1}{2m}x-\sqrt{3} \end{cases}$ 可得直线 AC、BD 相交点 $M(\frac{-4\sqrt{3}m}{2mk+1}，\frac{-4\sqrt{3}km}{2km+1}+\sqrt{3})$．

同理可得直线 AD、BC 相交点 $N(\frac{-4\sqrt{3}k}{2km+1}，\frac{-4\sqrt{3}km}{2km+1}+\sqrt{3})$．

$\therefore$ 直线 MN 的斜率 $k_{MN}=0$．



【解答】 解：(1) $(a_1，a_2，a_3，\ldots，a_6)=(1，2，3，4，5，6)$，

可得$S=2+6+12+20+30+6=76$；

$(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_6)=(1, 2, 3, 4, 5, 7)$，

可得$S=2+6+12+20+35+7=82$；

（2）集合A中所有元素之和为55，

由$S=a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+a_4a_5+a_5a_6+a_6a_1$，

$a_i \in N^*(i=1.2, \ldots, 6)$，

要使S取得最小值，不妨设$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$，

可使较小的前5个数，尽可能差距最小，即相邻，

可得1，2，3，4，5，最大数为40，

则$S=2+6+12+20+200+40=280$，

可得S的最小值为280；

（3）若集合A中所有元素之和为103，

由$S=a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+a_4a_5+a_5a_6+a_6a_1$，

$a_i \in N^*(i=1.2, \ldots, 6)$，

要使S取得最小值，不妨设$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$，

可使较小的前5个数，尽可能差距最小，即相邻，

可得1，2，3，4，5，最大数为88，

则$S=2+6+12+20+440+88=568$．

可得S的最小值为568．