2021 届高三期末预热联考

理数参考答案及评分细则

一、选择题

1. D 【解析】$M\cap N=\{2,4,6,\cdots,2020\}$，共有 1010 个元素. 故选 D.

2. A 【解析】由 $(z+\mathrm{i})(2+\mathrm{i})=5$，得 $z=\frac{5}{2+\mathrm{i}}-\mathrm{i}=\frac{5(2-\mathrm{i})}{(2+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}-\mathrm{i}=2-2\mathrm{i}$，所以复数 z 的虚部是 -2. 故选 A.

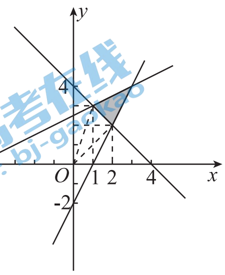
3. A 【解析】$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$. 故选 A.

4. B 【解析】根据框图可知：第一次执行循环，$n=2$，$m=5$，不满足条件，继续执行循环，得 $m=16$；第二次执行循环，$n=3$，不满足条件，继续执行循环，得 $m=8$；第三次执行循环，$n=4$，不满足条件，继续执行循环，得 $m=4$；第四次执行循环，$n=5$，不满足条件，继续执行循环，得 $m=2$；第五次执行循环，$n=6$，不满足条件，继续执行循环，得 $m=1$；第六次执行循环，$n=7$，满足条件，退出循环，输出 n 的值为 7. 故选 B.

5. D 【解析】记月牙形的面积为 S_1，曲线 AFC 与弦 AC 围成的弓形面积为 S_2，不妨设 $AB=4a$，$S_1=\frac{1}{2}\pi(\sqrt{2}a)^2-S_2=\frac{1}{2}\pi\times 2a^2-\left[\frac{1}{4}\pi\times(2a)^2-S_{\triangle AOC}\right]=S_{\triangle AOC}=2a^2$，在图形内任取一点，则该点在月牙形内的概率为 $P=\frac{2a^2}{2a^2+2\pi a^2}=\frac{1}{1+\pi}$. 故选 D.

6. C 【解析】曲线 C 是焦点在 x 轴上的椭圆，则 $k-3>7-k>0\Rightarrow 5<k<7$，所以“$k>5$”是“曲线 C 是焦点在 x 轴上的椭圆”的必要不充分条件. 故选 C.

7. D 【解析】作出可行域（如图阴影部分所示），



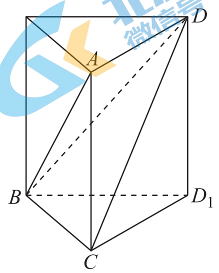
因为 $\ln y-\ln x=\ln\frac{y}{x}$，$\frac{y}{x}=\frac{y-0}{x-0}$表示可行域内一点 $P(x,y)$与点 $O(0,0)$连线的斜率，作图可知$\frac{y}{x}$分别在直线 OP 过点$(2,2)$和$(1,3)$时，取得最小值和最大值，所以$\frac{y}{x}\in[1,3]$，则 $\ln y-\ln x=\ln\frac{y}{x}\in[0,\ln 3]$. 故选 D.

8. B 【解析】因为$\left(2020x+\frac{\pi}{3}\right)-\left(2020x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{2}$，则 $f(x)=2\sin\left(2020x+\frac{\pi}{3}\right)$，所以 $M=2$，又 $f(x)$ 分别在 $x=m$ 和 $x=n$ 处取得极值，则 $|m-n|_{\min}=\frac{T}{2}=\frac{\frac{2\pi}{2020}}{2}=\frac{\pi}{2020}$，所以 $M|m-n|$ 的最小值为$\frac{\pi}{1010}$. 故选 B.

9. B 【解析】因为 M、N 关于过点 F 且斜率为 2 的直线 l 对称，则$|MF|=|NF|$，又由抛物线定义知$|NF|$等于点 N 到准线的距离，所以$|NF|=x_N+\frac{p}{2}$，而$|MF|=\frac{p}{2}-x_M=\frac{p}{2}-(-4)$，即 $x_N+\frac{p}{2}=\frac{p}{2}+4$，解得 $x_N=4$，代入抛物线方程得 $y_N=-2\sqrt{2p}$，则 $k_{MN}=\frac{0-(-2\sqrt{2p})}{-4-4}=-\frac{1}{2}$，解得 $p=2$，所以抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$. 故选 B.

10. A 【解析】由勾股定理可得 $AC\perp BC$，$AC\perp AD$，可

将三棱锥补成一个如图所示的直三棱柱，且$\angle BCD_1=\frac{\pi}{3}$，$BD_1=2$，$BD=\sqrt{5}$. 因为点 D 到平面 ABC 的距离 $h=AD\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，所以 $V_{A-BCD}=V_{D-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot h=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times2\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，又 $S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}(1\times2+2\times2+1\times2+2\times2)=6$，设三棱锥内切球半径为 r，则 $V_{A-BCD}=\frac{1}{3}(S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}+S_{\triangle BCD})r$，解得 $r=\frac{\sqrt{3}}{6}$，所以三棱锥内切球的表面积 $S_{球}=4\pi r^2=\frac{\pi}{3}$. 故选 A.



11. A 【解析】$b=2\log_5 2=\log_5 4$，$c=\frac{1}{2}\log_2 3=\log_4 3$，$b-c=\log_5 4-\log_4 3=\frac{\lg 4}{\lg 5}-\frac{\lg 3}{\lg 4}=\frac{(\lg 4)^2-\lg 3\cdot\lg 5}{\lg 5\cdot\lg 4}$. 因为 $\lg 3\cdot\lg 5<\left(\frac{\lg 3+\lg 5}{2}\right)^2=\left(\frac{\lg 15}{2}\right)^2<\left(\frac{\lg 16}{2}\right)^2=(\lg 4)^2$，则 $b-c>0$，$b>c$. $a=0.75=\frac{3}{4}=\log_4 4^{\frac{3}{4}}=\log_4\sqrt{8}<\log_4 3=c$. 所以，$a<c<b$. 故选 A.

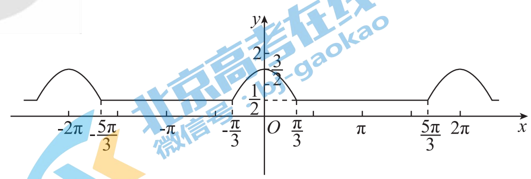
12. B 【解析】令 $g(x)=e^{x^2}f(x)$，则当 $x>0$ 时，$g'(x)=e^{x^2}f'(x)+2xe^{x^2}f(x)=e^{x^2}[f'(x)+2xf(x)]>0$，所以 $g(x)$在$(0,+\infty)$为增函数，因为 $f(x)$是 $\mathbf{R}$ 上的图像不间断的偶函数，所以 $g(x)$为偶函数，由 $e^{1-2x}f(x-1)>f(-x)$，得 $e^{x^2-2x+1}f(x-1)>e^{(-x)^2}f(-x)$，即 $g(x-1)>g(-x)$，所以 $|x-1|>|-x|$，解得 $x<\frac{1}{2}$. 故选 B.

二、填空题

13. 24 【解析】由微积分基本定理及其几何意义可得 $a=\int_{-1}^{1}(1+\sqrt{1-x^2})\,dx=2+\frac{\pi}{2}$，$\left[\left(a-\frac{\pi}{2}\right)x-\frac{1}{x}\right]^4=\left(2x-\frac{1}{x}\right)^4$ 的展开式中的常数项为 $C_4^2(2x)^2\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^2=24$.

14. $2^{n+1}-2$ 【解析】因为 $a_{n+1}=S_n+2$，当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_{n-1}+2$，两式相减得 $a_{n+1}-a_n=a_n$，即 $a_{n+1}=2a_n$，当 $n=1$ 时，$a_2=S_1+2=4$，上式也成立，所以数列$\{a_n\}$是以 2 为首项，2 为公比的等比数列，$a_n=2^n$，所以 $S_n=\frac{2(1-2^n)}{1-2}=2^{n+1}-2$.

15. ②③④ 【解析】$f(x)=\left|\cos x-\frac{1}{2}\right|+\cos x=\begin{cases}2\cos x-\frac{1}{2}, & \cos x\geqslant\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}, & \cos x<\frac{1}{2}\end{cases}$，可作图如下，可知②③④正确.



16. $\left(4,\frac{e^2}{2e-4}\right)$ 【解析】当 $x>0$ 时，$f'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$，$f(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，$f(x)_{\min}=f(1)=e$. 又 $x\to0$ 时，$f(x)\to+\infty$；$x\to+\infty$时，$f(x)\to+\infty$. 所以 $f(x)$的值域为$[e,+\infty)$. 又 $f(x)=f(-x)$，函数 $f(x)$的图象关于 y 轴对称，$f^2(x)-2mf(x)+4m=0$ 有 8 个不同的实数解，令 $f(x)=t$，则 $t^2-2mt+4m=0$ 有两个大于 e 的不相等实数根，由根的分布得
$$\begin{cases}\Delta=4m^2-16m>0,\\ m>e,\\ e^2-2me+4m>0\end{cases}\Rightarrow 4<m<\frac{e^2}{2e-4}.$$

三、解答题

17. **解：**(1)在△ABC 中，因为 $\sin(A+B)=\sin(\pi-C)=\sin C$，

所以$(b-c)\sin C=(b-a)(\sin A+\sin B)$，

由正弦定理得$(b-c)c=(b-a)(a+b)$， (2 分)

整理得 $b^2+c^2-a^2=bc$，

所以 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$， (4 分)

又 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$， (6 分)

(2)法一：在△ABD 中由余弦定理得

$c^2=(\sqrt{6})^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2-2\cdot\sqrt{6}\cdot\dfrac{a}{2}\cos\angle ADB$， ①

在△ACD 中由余弦定理得

$b^2=(\sqrt{6})^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2-2\cdot\sqrt{6}\cdot\dfrac{a}{2}\cos\angle ADC$， ②

①＋②得，$b^2+c^2=12+\dfrac{a^2}{2}$，

又 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\dfrac{\pi}{3}$，得 $a^2=b^2+c^2-bc$，

所以 $b^2+c^2=12+\dfrac{b^2+c^2-bc}{2}$，即 $b^2+c^2=24-bc$， (8 分)

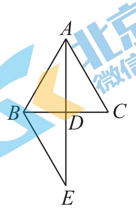
所以$(b+c)^2=bc+24\leqslant\left(\dfrac{b+c}{2}\right)^2+24$，

所以 $b+c\leqslant4\sqrt{2}$，当且仅当 $b=c=2\sqrt{2}$时取等号，

所以 $b+c$ 的最大值为 $4\sqrt{2}$． (12 分)

法二：

延长 AD 至 E，使 $AD=DE$，连接 BE，



则$\angle ABE=\dfrac{2\pi}{3}$，$BE=AC=b$，

在△ABE 中，由余弦定理得，$AE^2=b^2+c^2-2bc\cos\dfrac{2\pi}{3}$，

即 $24=b^2+c^2+bc$，所以 $24=(b+c)^2-bc$， (8 分)

$24\geqslant(b+c)^2-\left(\dfrac{b+c}{2}\right)^2$，即 $b+c\leqslant4\sqrt{2}$，当且仅当 $b=c=2\sqrt{2}$时取等．

所以 $b+c$ 的最大值为 $4\sqrt{2}$． (12 分)

法三：因为 $2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，

所以$(2\overrightarrow{AD})^2=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=(\overrightarrow{AB})^2+(\overrightarrow{AC})^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，

即 $24=b^2+c^2+2bc\cos A\Rightarrow24=b^2+c^2+bc$， (8 分)

$24=(b+c)^2-bc\geqslant(b+c)^2-\left(\dfrac{b+c}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}(b+c)^2$， (10 分)

所以$(b+c)^2\leqslant32$，所以 $b+c\leqslant4\sqrt{2}$，

当且仅当 $b=c=2\sqrt{2}$时，取等号．

所以 $b+c$ 的最大值为 $4\sqrt{2}$． (12 分)

18. **解：**(1)数学成绩的众数为 126 分，中位数为 $\dfrac{126+128}{2}=127$ 分． (2 分)

(2)根据题设条件，填写列联表如下：

	数学良好	数学不良好	合计
物理良好	26	4	30
物理不良好	4	6	10
合计	30	10	40

(6 分)

计算随机变量 K^2 的观测值：

$k=\dfrac{40(26\times6-4\times4)^2}{30\times10\times30\times10}\approx8.711>7.879$，

所以有 99.5%的把握认为学生物理良好与数学良好有关． (9 分)

(3)物理不良好的学生恰有 10 人，其中数学良好的有 4 人，分层抽取的 5 人中，有 2 人数学良好，3 人数学不良好，

记“从 5 人中抽取 2 人，其中恰有 1 人数学良好”为事件 M，

则 $P(M)=\dfrac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$． (12 分)

19. **解**：(1)连接 AC，交 BD 于点 O，

因为 $AB=AD$，$CB=CD$，且根据对称性得 $AC\perp BD$，

又 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，$BD\subset$ 平面 $ABCD$，

得 $PA\perp BD$， (2 分)

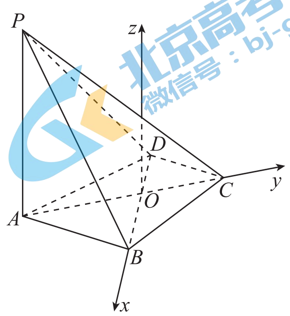
又 $PA\cap AC=A$，

所以 $BD\perp$ 平面 PAC.

又 $BD\subset$ 平面 PBD，

所以平面 $PAC\perp$ 平面 PBD. (4 分)

(2)以 O 为原点，OB，OC 所在直线分别为 x，y 轴，过点 O 且与 AP 平行的直线为 z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系 $Oxyz$，



设 $PA=t(t>0)$，则 $A(0,-3,0)$，$B(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,1,0)$，$D(-\sqrt{3},0,0)$，$P(0,-3,t)$，

所以 $\overrightarrow{PC}=(0,4,-t)$，$\overrightarrow{BC}=(-\sqrt{3},1,0)$，$\overrightarrow{CD}=(-\sqrt{3},-1,0)$， (6 分)

设平面 PBC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

满足关系：

$$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$$

即 $\begin{cases}4y_1-tz_1=0,\\ -\sqrt{3}x_1+y_1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y_1=\sqrt{3}x_1,\\ z_1=\dfrac{4\sqrt{3}}{t}x_1,\end{cases}$

令 $x_1=1$，得 $\boldsymbol{n}=\left(1,\sqrt{3},\dfrac{4\sqrt{3}}{t}\right)$，

设直线 CD 与平面 PBC 所成角为 θ，

则 $\sin\theta=\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CD}|}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{CD}|}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2\cdot\sqrt{4+\left(\dfrac{4\sqrt{3}}{t}\right)^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，解得 $t=2$. (9 分)

所以 $PA=2$，$P(0,-3,2)$，$\overrightarrow{PC}=(0,4,-2)$，$\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},2\sqrt{3})$，

设平面 PCD 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，满足关系：

$$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CD}=0\end{cases}$$

即 $\begin{cases}4y_2-2z_2=0,\\ -\sqrt{3}x_2-y_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y_2=-\sqrt{3}x_2,\\ z_2=-2\sqrt{3}x_2,\end{cases}$

令 $x_2=1$，得 $\boldsymbol{m}=(1,-\sqrt{3},-2\sqrt{3})$.

设平面 PCD 与平面 PBC 所成的锐二面角为 α，

则 $\cos\alpha=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{7}{8}$，

所以平面 PCD 与平面 PBC 所成锐二面角的余弦值为 $\dfrac{7}{8}$. (12 分)

20. **解**：(1)由 $\begin{cases}2b=2\sqrt{6},\\ e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ (2 分)

解得 $\begin{cases}a=2\sqrt{3},\\ b=\sqrt{6},\\ c=\sqrt{6},\end{cases}$ 椭圆方程为 $\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{x^2}{6}=1$. (4 分)

(2)设直线 l 的方程为 $y=kx+m(m\neq0)$，点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases}\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{x^2}{6}=1,\\ y=kx+m\end{cases}$ 得 $(k^2+2)x^2+2kmx+m^2-12=0$. (5 分)

$\Delta=4k^2m^2-4(k^2+2)(m^2-12)>0$，

即 $m^2<6k^2+12$ （*），

$x_1+x_2=\dfrac{-2km}{k^2+2}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{m^2-12}{k^2+2}$，

$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2m=\dfrac{4m}{k^2+2}$，

因为$\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}=\lambda\overrightarrow{OD}$，即$(x_1+x_2,y_1+y_2)=\lambda(2,2)$，

即$\begin{cases}\dfrac{-2km}{k^2+2}=2\lambda,\\ \dfrac{4m}{k^2+2}=2\lambda,\end{cases}$解得$k=-2$，代入$(*)$式，得$m^2<36\Rightarrow -6<m<6$且$m\neq0$，　　(8分)

此时$x_1+x_2=\dfrac{2m}{3}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{m^2-12}{6}$，

由$S_{\triangle MON}=\dfrac{1}{2}|m||x_1-x_2|$

$=\dfrac{1}{2}|m|\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}\sqrt{m^2(36-m^2)}$

$\leqslant\dfrac{\sqrt{2}}{6}\cdot\dfrac{m^2+(36-m^2)}{2}=3\sqrt{2}$.　　(10分)

当且仅当$m^2=36-m^2$，即$m=\pm3\sqrt{2}$时取等号，满足$-6<m<6$且$m\neq0$，

此时直线l的方程为$y=-2x\pm3\sqrt{2}$.

所以，$\triangle MON$面积最大值时，直线l的方程为$y=-2x\pm3\sqrt{2}$.　　(12分)

21. **解**：(1)$f'(x)=\dfrac{e^x\cos x-e^x\sin x}{e^{2x}}=\dfrac{\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{e^x}$，

当$x\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$是增函数；

当$x\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{3}\right)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$是减函数，　　(2分)

所以，$f(x)_{\max}=f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2e^{\frac{\pi}{4}}}$，

$f(x)_{\min}=\min\left\{f(0),f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right\}=\min\left\{0,\dfrac{\sqrt{3}}{2e^{\frac{\pi}{3}}}\right\}=0$，

故$f(x)$的值域为$\left[0,\dfrac{\sqrt{2}}{2e^{\frac{\pi}{4}}}\right]$.　　(4分)

(2)不等式$g(x)\geqslant f'(x)$，即$e^{2x}-2ax\geqslant\dfrac{\cos x-\sin x}{e^x}$，

即$\dfrac{\sin x-\cos x}{e^x}+e^{2x}-2ax\geqslant0$在$x\in[0,+\infty)$上恒成立，

令$h(x)=\dfrac{\sin x-\cos x}{e^x}+e^{2x}-2ax$，

$h'(x)=\dfrac{2\cos x}{e^x}+2e^{2x}-2a$，　　(6分)

令$\varphi(x)=\dfrac{2\cos x}{e^x}+2e^{2x}-2a$，

$\varphi'(x)=\dfrac{4e^{3x}-2\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{e^x}$，

因为当$x\in[0,+\infty)$时，$4e^{3x}\geqslant4$，$2\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\leqslant2\sqrt{2}$，

所以$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$在$[0,+\infty)$上是增函数，

$\varphi(x)_{\min}=\varphi(0)=4-2a$，　　(8分)

①当$a\leqslant2$时，$\varphi(x)\geqslant\varphi(0)=4-2a\geqslant0$，即$h'(x)\geqslant0$在$x\in[0,+\infty)$恒成立，

则$h(x)$在$[0,+\infty)$上是增函数，$h(x)\geqslant h(0)=0$，符合题意.

故$a\leqslant2$，符合题意.　　(10分)

②当$a>2$时，$\varphi(0)=4-2a<0$，则必存在正实数x_0，当$x\in[0,x_0)$时，$\varphi(x)<0$即$h'(x)<0$.

所以，当$x\in[0,x_0)$时，$h(x)$是减函数，

$h(x)<h(0)=0$，不符合题意.

综上所述，实数a的取值范围为$(-\infty,2]$.　　(12分)

22. **解**：(1)将曲线C_1的参数方程$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$为参数)化为普通方程得$C_1$：$\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$　①；

将曲线C_2的参数方程$\begin{cases}x=\dfrac{t}{2}+\dfrac{1}{2t},\\ y=\dfrac{t}{2}-\dfrac{1}{2t}\end{cases}$($t$为参数)化为普通方程得$C_2$：$x^2-y^2=1$　②.

联立①②解得曲线C_1与C_2的四交点的直角坐标：

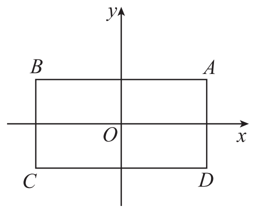
$A\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$B\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$C\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$D\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

四个交点的极坐标是：

$A\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{6}\right),B\left(\sqrt{2},\frac{5\pi}{6}\right),C\left(\sqrt{2},\frac{7\pi}{6}\right),D\left(\sqrt{2},\frac{11\pi}{6}\right)$.

（5 分）

(2)作出四点及以该四点为顶点的四边形(矩形)，如图所示，



矩形四条边(线段)的直角坐标方程为：

$AB:y=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$,

$BC:x=-\frac{\sqrt{6}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,

$CD:y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$,

$DA:x=\frac{\sqrt{6}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

将四条边的直角坐标方程转化为极坐标方程：

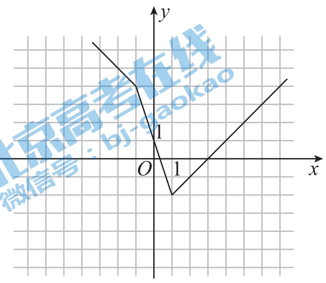
$AB:\rho=\frac{\sqrt{2}}{2\sin\theta}\left(\frac{\pi}{6}\leqslant\theta\leqslant\frac{5\pi}{6}\right)$,

$BC:\rho=-\frac{\sqrt{6}}{2\cos\theta}\left(\frac{5\pi}{6}\leqslant\theta\leqslant\frac{7\pi}{6}\right)$,

$CD:\rho=-\frac{\sqrt{2}}{2\sin\theta}\left(\frac{7\pi}{6}\leqslant\theta\leqslant\frac{11\pi}{6}\right)$,

$DA:\rho=\frac{\sqrt{6}}{2\cos\theta}\left(-\frac{\pi}{6}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{6}\right)$. （10 分）

23. **解**：(1) $f(x)=\begin{cases}-x+3,x\leqslant-1,\\-3x+1,-1<x\leqslant1,\\x-3,x>1.\end{cases}$ 作出函数 $f(x)$ 的图象如下：



（4 分）

$f(x)_{\min}=-2$. （5 分）

(2)因为 $f(x)_{\min}=-2$，

所以 $f(x)+5$ 的取值范围是 $[3,+\infty)$.

因为 $g(x)=|x+a|-2|x-a|$，

所以 $g(x)_{\max}=\max\{g(-a),g(a)\}=\max\{-4|a|,2|a|\}=2|a|$，$g(x)$ 的取值范围是 $(-\infty,2|a|]$.

（7 分）

$\exists x_1,x_2\in\mathbf{R}$ 使 $f(x_1)+5=g(x_2)\Leftrightarrow[3,+\infty)\cap(-\infty,2|a|]\neq\varnothing\Leftrightarrow2|a|\geqslant3\Leftrightarrow|a|\geqslant\frac{3}{2}\Leftrightarrow a\leqslant-\frac{3}{2}$ 或 $a\geqslant\frac{3}{2}$.

所以实数 a 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$. （10 分）

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。