理科数学

（考试时间：120 分钟　　全卷满分：150 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.

3. 考试结束后，将答题卡交回.

一 选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求.

1. 设集合 $A=\{x|x^2+3x-10<0\}$，$B=\{x|-3<x<3\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x|-3<x<2\}$　B. $\{x|-5<x<2\}$　C. $\{x|-3<x<3\}$　D. $\{x|-5<x<3\}$

2. 已知 i 为虚数单位，且 $z=\dfrac{2i}{1+i^3}$，则 $z=$

A. $1-i$　B. $1+i$　C. $-1+i$　D. $-1-i$

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(2-x)\ (x<1)\\ 3^{x+1}(x\geqslant 1)\end{cases}$，则 $f(-2)+f(\log_3 8)=$

A. 8　B. 9　C. 22　D. 26

4. $\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^7$ 的二项式展开式中 x 的系数为

A. 560　B. 35　C. -35　D. -560

5. 已知点 (x,y) 满足不等式组 $\begin{cases}x+y-4\leqslant 0\\ x-y+2\geqslant 0\\ y\geqslant 1\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最小值为

A. -3　B. -1　C. 5　D. 7

6. 华为在过去几年面临了来自美国政府的封锁和限制，但华为并没有放弃，在自主研发和国内供应链的支持下，成功突破了封锁，实现了 5G 功能.某手机商城统计了最近 5 个月华为手机的实际销量，如下表所示：

时间 x(月)	1	2	3	4	5
销售量 y(万部)	0.5	0.8	1.0	1.2	1.5

若 y 与 x 线性相关，且线性回归方程为 $\hat{y}=0.24x+\hat{a}$，则下列说法不正确的是

A. 样本中心点为 (3,1.0)

B. 由表中数据可知，变量 y 与 x 呈正相关

C. $\hat{a}=0.28$

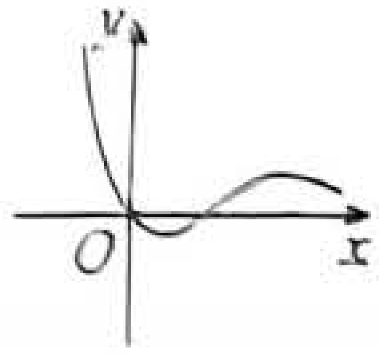
D. 预测 $x=7$ 时华为手机销量约为 1.96 万部

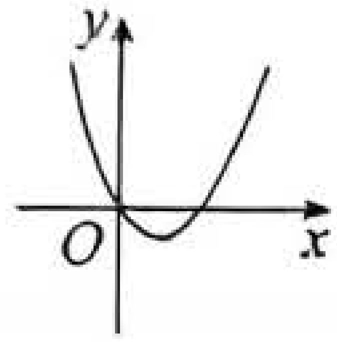
已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1=1$，$S_n=\frac{1}{2}a_{n+1}$，则

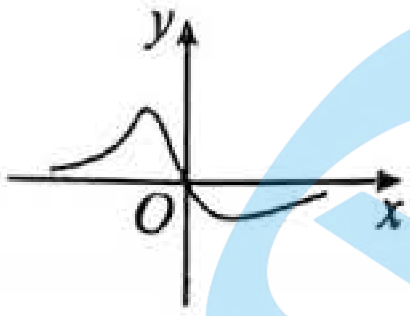
A. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列　　B. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

C. 数列 $\{S_n\}$ 是等比数列　　D. 数列 $\{S_n\}$ 是等差数列

函数 $f(x)=\frac{x^2-4x}{e^x}$ 的图象大致是


A


B


C.


D.

将函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到曲线 C，若 C 关于原点对称，则 ω 的最小值是

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{11}{3}$

某校举办中学生乒乓球运动会，高一年级初步推选 3 名女生和 4 名男生参赛，并从中随机选取 3 人组成代表队参赛．在代表队中既有男生又有女生的条件下，女生甲被选中的概率为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{7}{15}$　　C. $\frac{7}{13}$　　D. $\frac{11}{15}$

漏刻是中国古代科学家发明的一种计时系统，“漏”是指带孔的壶，“刻”是指附有刻度的浮箭.《说文解字》中记载：“漏以铜壶盛水，刻节，昼夜百刻.”某展览馆根据史书记载，复原唐代四级漏壶计时器．如图，计时器由三个圆台形漏水壶和一个圆柱形受水壶组成，水从最上层的漏壶孔流出，最终全部均匀流入受水壶．当最上层漏水壶盛满水时，漂浮在最底层受水壶中的浮箭刻度为 0，当最上层漏水壶中水全部漏完时，漂浮在最底层受水壶中的浮箭刻度为 100．已知最上层漏水壶口径与底径之比为 5∶2，则当最上层漏水壶水面下降至其高度的三分之一时，浮箭刻度约为（四舍五入精确到个位）

A. 88　　B. 84　　C. 78　　D. 72

已知函数 $f(x)$、$g(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$g(x)$ 的图像关于 $x=1$ 对称，且 $g(2x+2)$ 为奇函数，$g(1)=1$，$f(x)=g(3-x)+1$，则下列说法正确的个数为

① $g(-3)=g(5)$　　② $g(2024)=0$　　③ $f(2)+f(4)=-4$　　④ $\sum_{n=1}^{2024}f(n)=2024$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若函数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+ax-2\ln x$ 在 $x=1$ 处的切线平行于 x 轴，则 $a=$ ________.

14. 已知 $\overrightarrow{AC}=(2,1)$，$\overrightarrow{AB}=(1,t)$，且 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=3$，则 $t=$ ________

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{2\pi}{3}$，集合 $S=\{\sin a_n|n\in \mathbf{N}^*\}$，若 $S=\{a,b\}$，则 $a^2+b^2=$ ________.

16. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，点 P 为线段 CC_1 的中点，则三棱锥 $P-BDD_1$ 外接球的表面积为 ________

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17－21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必做题：共 60 分．

17．（12 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_3+a_7=9$，$S_9=45$．

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

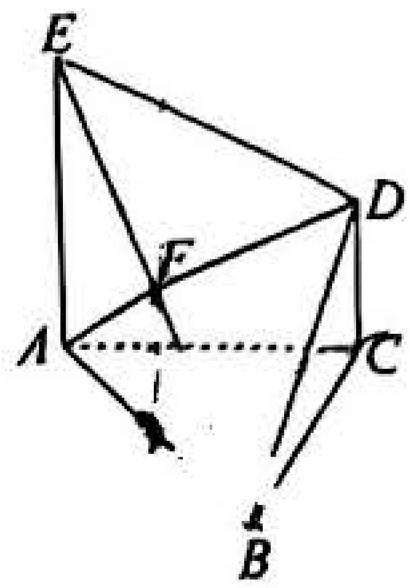
(2) 若 $b_n=2^n a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

18．（12 分）

如图所示，ΔABC 是正三角形，$AE\perp$ 平面 ABC，$AE\parallel CD$，$AE=AB=2$，$CD=1$，且 F 为 BE 的中点．

(1) 求证：$DF\parallel$ 平面 ABC；

(2) 求平面 BDE 与平面 ABC 所成二面角的正弦值．



19．（12 分）

自 1996 年起，我国确定每年 3 月份最后一周的星期一为全国中小学生“安全教育日”．我国设立这一制度是为全面深入地推动中小学生安全教育工作，大力降低各类伤亡事故的发生率，切实做好中小学生的安全保护工作，促进他们健康成长．为了迎接“安全教育日”，某市将组织中学生进行一次安全知识有奖竞赛，竞赛奖励规则如下，得分在 [70,80) 内的学生获三等奖，得分在 [80,90) 内的学生获二等奖，得分在 [90,100] 内的学生获一等奖，其他学生不获奖．为了解学生对相关知识的掌握情况，随机抽取 100 名学生的竞赛成绩，统计如下：

成绩（分）	[30,40)	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
频数	6	12	18	24	18	12	10

(1) 若现从该样本中随机抽取两名学生的竞赛成绩，求这两名学生中恰有一名学生获一等奖的概率；

(2) 若该市所有参赛学生的成绩 X 近似服从正态分布 $X\sim N(65,100)$，利用所得正态分布模型解决以下问题：

（ i ）若该市共有 10000 名学生参加了竞赛，试估计参赛学生中成绩超过 85 分的学生数（结果四舍五入到整数）；

（ii）若从所有参赛学生中（参赛学生数大于 100000）随机抽取 4 名学生进行访谈，设其中竞赛成绩在 65 分以上的学生数为 Y，求随机变量 Y 的分布列及数学期望

附参考数据：若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则

$P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma)\approx0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)\approx0.9545$，$P(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma)\approx0.9973$．

20. (12分)

已知抛物线$E:y^2=2px(p>0)$，$P(4,y_0)(y_0>0)$为E上一点，P到E的焦点F的距离为5.

(1) 求E的标准方程；

(2) 设O为坐标原点，A，B为抛物线E上异于P的两点，且满足$PA\perp PB$. 判断直线AB是否过定点，若过定点，求出定点的坐标；若不过定点，请说明理由.

21. (12分)

已知$f(x)=x-x\ln x-1$，记$f(x)$在$x=\frac{1}{e}$处的切线方程为$g(x)$.

(1) 证明：$g(x)\geqslant f(x)$；

(2) 若方程$f(x)=m$有两个不相等的实根$x_1,x_2(x_1<x_2)$，证明：$x_1-x_2>2m+2-e-\frac{1}{e}$.

(二) 选做题：共10分.请考生在第22、23题中选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

22. (10分) [选修4－4：坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系xOy中，射线l的方程为$y=x(x\geqslant 0)$，曲线C的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，以坐标原点为极点，x轴非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求射线l和曲线C的极坐标方程；

(2) 若射线l与曲线C交于点P，将射线OP绕极点按逆时针方向旋转$\frac{\pi}{2}$交C于点Q，求$\triangle POQ$的面积.

23. (10分) [选修4－5：不等式选讲]

已知函数$f(x)=|2x-1|+|2x+1|$.

(1) 求不等式$f(x)\geqslant 3$的解集；

(2) 记函数$f(x)$的最小值为m，若a,b,c均为正实数，且$a+2b+3c=m$，求$\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}$的最

宜宾市高2021级一诊考试理科数学参考答案

说明：

一、本解答给出了一种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可比照评分意见制订相应的评分细则.

二、对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半，如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分.

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	C	D	B	D	C	A	A	B	B	C

二、填空题

13. 3　　14. 0　　15. $\dfrac{5}{4}$　　16. $\dfrac{25\pi}{8}$

三、解答题

(一) 必考题：

17. 解：(1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，由 $a_2+a_7=9$ 得：

$(a_1+d)+(a_1+6d)=9$　　①

又∵　$S_9=45$

∴　$a_1+4d=5$　　②

联立①②有 $\begin{cases} a_1=1 \\ d=1 \end{cases}$

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=n$ ……………………………………………………………………(6 分)

(2) 由 (1) 知 $a_n=n$

$\therefore b_n=2^n a_n=n\cdot 2^n$

所以 $T_n=1\times 2^1+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+n\times 2^n$，③

$2T_n=1\times 2^2+2\times 2^3+\cdots+(n-1)\times 2^n+n\times 2^{n+1}$，④

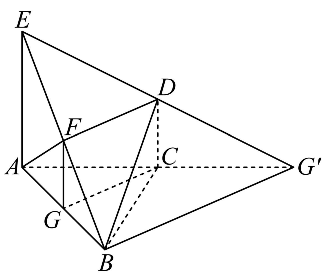
由③－④有 $-T_n=2^1+2^2+3^3+\cdots+2^n-n\times 2^{n+1}=\dfrac{2\times[1-2^n]}{1-2}-n\times 2^{n+1}$，

$=2^{n+1}-2-n\times 2^{n+1}$，

$\therefore -T_n=(1-n)2^{n+1}-2, n\in \mathrm{N}^*$.

$\therefore T_n=2+(n-1)2^{n+1}$ ……………………………………(12 分)

18. 证明：(1) 如图所示，取 AB 中点 G，连 CG、FG.



$\because EF=FB, AG=GB, \therefore FG \mathrel{\underline{\parallel}} \dfrac{1}{2}EA$

$DC \mathrel{\underline{\parallel}} \dfrac{1}{2}EA, \therefore FG \mathrel{\underline{\parallel}} DC$

$\therefore$ 四边形 $CDFG$ 为平行四边形，$\therefore DF\,/\!/\,CG$

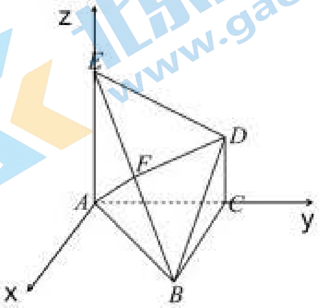
$\because DF\not\subset$ 平面 ABC，$CG\subset$ 平面 ABC

$\therefore DF /\!/$ 平面 ABC ……………………………………………（5分）

(2)过 A 作 $AM\perp AC$，以 AM,AC,AE 为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系 $A-xyz$，

则 $B(\sqrt{3},1,0)$，$E(0,0,2)$，$D(0,2,1)$

$\overrightarrow{BE}=(-\sqrt{3},-1,2)$，$\overrightarrow{DE}=(0,-2,1)$



设平面 BDE 的一个法向量 $\vec{n_1}=(x,y,z)$

则 $\begin{cases}-\sqrt{3}x-y+2z=0\\ -2y+z=0\end{cases}$，

令 $y=1$ 得 $z=2$，$x=\sqrt{3}$，即 $\vec{n_1}=(\sqrt{3},1,2)$

$AE\perp$ 平面 ABC，

则可取平面 ABC 的一个法向量 $\vec{n_2}=(0,0,1)$，

$\cos<\vec{n_1},\vec{n_2}>=\dfrac{2}{\sqrt{8}\times 1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

平面 BDE 与平面 ABC 所成角的正弦值为：$\sqrt{1-\cos^2<\vec{n_1},\vec{n_2}>}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ……………（12分）

(2)另解：证明：$\because EA\perp$ 平面 ABC

$\therefore AE\perp CG$

又 $\triangle ABC$ 是正三角形，G 是 AB 的中点

$\therefore CG\perp AB$

$\therefore CG\perp$ 平面 AEB

又 $\because DF /\!/ CG$

$\therefore DF\perp$ 平面 AEB)

延长 ED 交 AC 延长线于 G'，连 BG'

由 $CD=\dfrac{1}{2}AE$，$CD /\!/ AE$ 知，D 为 EG' 的中点

$\therefore DF /\!/ BG'$

又 $CG\perp$ 平面 ABE，$FD /\!/ CG$

$\therefore BG'\perp$ 平面 ABE

$\therefore \angle EBA$ 为所求二面角的平面角

在等腰直角三角形 AEB 中，可得 $\angle ABE=45^\circ$

$\therefore$ 平面 BDE 与平面 ABC 所成的二面角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ……………………………（12分）

19．解：(1)从该样本中随机抽取两名学生的竞赛成绩，基本事件总数为 C_{100}^2，设"抽取的两名学生中恰有一名学生获一等奖"为事件 A，

则事件 A 包含的基本事件的个数为 $C_{90}^1C_{10}^1$，因为每个基本事件出现的可能性都相等，

所以 $P(A)=\dfrac{C_{90}^1C_{10}^1}{C_{100}^2}=\dfrac{2}{11}$，即抽取的两名学生中恰有一名学生获奖的概率为 $\dfrac{2}{11}$；…（4分）

(2)（ⅰ）因为 $\mu+2\sigma=85$，所以 $P(X>85)\approx\dfrac{1-0.9545}{2}=0.02275$

故参赛学生中成绩超过85分的学生数约为 $0.02275\times 10000=2275$ 人；……………（8分）

（ⅱ）由 $\mu=65$，得 $P(X>65)=\dfrac{1}{2}$，即从所有参赛学生中随机抽取1名学生，该生竞赛成绩在65分以上的概率为 $\dfrac{1}{2}$，所以随机变量服从二项分布 $Y\sim B(4,\dfrac{1}{2})$，

所以 $P(Y=0)=C_4^0(\dfrac{1}{2})^4=\dfrac{1}{16}$，$P(Y=1)=C_4^1(\dfrac{1}{2})^4=\dfrac{1}{4}$，$P(Y=2)=C_4^2(\dfrac{1}{2})^4=\dfrac{3}{8}$，$P(Y=3)$

$=C_4^3(\frac{1}{2})^4=\frac{1}{4}$, $P(Y=4)=C_4^4(\frac{1}{2})^4=\frac{1}{16}$

随机变量的分布列为：

Y	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

$\therefore E(Y)=4\times\frac{1}{2}=2$ ……………………………………………………………………(12 分)

20．解：(1) 点 P 到 E 的焦点 F 的距离为 5，即点 P 到 E 的准线的距离为 5，

故 $4+\frac{p}{2}=5$，解得 $p=2$. 所以 E 的标准方程为 $y^2=4x$；……………………………(5 分)

(2) 由 (1) 知，$y_0^2=4\times4$，且 $y_0>0$，解得 $y_0=4$，所以 $P(4,4)$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $k_{PA}=\frac{y_1-4}{x_1-4}=\frac{y_1-4}{\frac{y_1^2}{4}-4}=\frac{4}{y_1+4}$，同理可得，$k_{PB}=\frac{4}{y_2+4}$，

则 $k_{PA}\times k_{PB}=\frac{4}{y_1+4}\times\frac{4}{y_2+4}=-1$，即 $4(y_1+y_2)+y_1y_2+32=0$.

当直线 AB 斜率存在时，直线 AB 的方程为 $y-y_1=\frac{y_1-y_2}{\frac{y_1^2}{4}-\frac{y_2^2}{4}}\left(x-\frac{y_1^2}{4}\right)$，

整理得 $4x-(y_1+y_2)y+y_1y_2=0$

所以 $4x-32-(y_1+y_2)(y+4)=0$，即 $y+4=\frac{4}{y_1+y_2}(x-8)$

所以直线 AB 过定点 $(8,-4)$；

当直线 AB 的斜率不存在时 $y_1+y_2=0$，可得 $y_1^2=32$，$x_1=8$.

故直线 AB 过定点 $(8,-4)$. ……………………………………………………………………(12 分)

21．解：(1) $f'(x)=-\ln x$，$f'\left(\frac{1}{e}\right)=1$，$f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{2}{e}-1$，

切线方程为：$y-\frac{2}{e}+1=1\cdot\left(x-\frac{1}{e}\right)$ $g(x)=x+\frac{1}{e}-1$

令 $h(x)=g(x)-f(x)=\frac{1}{e}+x\ln x$

$h'(x)=\ln x+1$，$h'(x)=0\Rightarrow x=\frac{1}{e}$

$\therefore h(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 单调递减，在 $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 上单调递增

$\therefore h(x)\geqslant h\left(\frac{1}{e}\right)=0$，即 $g(x)\geqslant f(x)$ ………………………………………………………(5 分)

(2) $\because f'(x)=-\ln x$，$f'(x)=0\Rightarrow x=1$

$\therefore h(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递增，在 $(1,+\infty)$ 单调递减

$\therefore f(x)_{\max}=f(1)=0$，$x\to0$，$f(x)\to-1$，$f(e)=-1$，$x\to+\infty$，$f(x)\to-\infty$

$\therefore -1<m<0$，$0<x_1<1<x_2<e$

先求 $f(x)$ 在 $x=e$ 的切线方程 $\phi(x)$

$f'(e)=-1$，$f(e)=-1$，$y+1=-1(x-e)$，$\phi(x)=-x+e-1$

下面证明：$\phi(x)\geqslant f(x)$，令 $g(x)=\phi(x)-f(x)=-2x+e+x\ln x$

$g'(x)=\ln x-1$，$g'(x)=0\Rightarrow x=e$，$g(x)$ 在 $(0,e)$ 单调递增，在 $(e,+\infty)$ 单调递减

$\therefore g(x)\geqslant g(e)=0$ $\therefore \phi(x)\geqslant f(x)$

设 $y=m$ 与 $g(x)$，$\phi(x)$ 交点的横坐标分别为 x_3，x_4

可知 $y=m=f(x_1)\leqslant g(x_1)=x_1+\frac{1}{e}-1\Rightarrow m\leqslant x_1+\frac{1}{e}-1$，即 $x_1\geqslant m-\frac{1}{e}+1$ ①

可知 $y=m=f(x_2)\leqslant\phi(x_2)=-x_2+e-1\Rightarrow -x_2\geqslant m+1-e$，即 $-x_2\geqslant m+1-e$ ②

因为上式两等号不能同时成立，由①+②得：

$x_1-x_2>2m+2-e-\frac{1}{e}$ ……………………………………………………………………(12分)

(二)选考题：

22．解：(1) 将 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入 $y=x(x\geqslant0)$ 得 $\rho\sin\theta=\rho\cos\theta$，

所以 $\tan\theta=1$，所以射线 l 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\geqslant0)$，

将 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 得 $\rho^2\sin^2\theta+\frac{\rho^2\cos^2\theta}{4}=1$，

所以曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{4}{1+3\sin^2\theta}$ ……………………………………………(5分)

(2) 由题意可设点 P 的极坐标为 $\left(\rho_1,\frac{\pi}{4}\right)$，点 Q 的极坐标为 $\left(\rho_2,\frac{3\pi}{4}\right)$，

则 $\rho_1^2=\frac{4}{1+3\sin^2\frac{\pi}{4}}=\frac{8}{5}$，$\rho_2^2=\frac{4}{1+3\sin^2\frac{3\pi}{4}}=\frac{8}{5}$，

因为 $\rho_1>0$，$\rho_2>0$，所以 $\rho_1=\rho_2=\frac{2\sqrt{10}}{5}$，

所以 $S_{\triangle POQ}=\frac{1}{2}\rho_1\rho_2=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{10}}{5}\times\frac{2\sqrt{10}}{5}=\frac{4}{5}$. …………………………………(10分)

23．解：(1) 由题意可得，$f(x)=|2x-1|+|2x+1|=\begin{cases}4x, x>\frac{1}{2}\\ 2,-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}\\ -4x, x<-\frac{1}{2}\end{cases}$，

则 $f(x)\geqslant3$，即 $\begin{cases}4x\geqslant3\\ x>\frac{1}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2\geqslant3\\ -\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-4x\geqslant3\\ x<-\frac{1}{2}\end{cases}$，

解得 $x\geqslant\frac{3}{4}$ 或 $x\in\varnothing$ 或 $x\leqslant-\frac{3}{4}$，

所以不等式的解集为 $\left\{x\middle|x\leqslant-\frac{3}{4}\text{ 或 }x\geqslant\frac{3}{4}\right\}$. ……………………………………(5分)

(2) 由 (1) 可知，$f(x)_{\min}=2$，所以 $m=2$，则 $a+2b+3c=2$，

即 $a+c+2(b+c)=2$，$\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\right)[(a+c)+2(b+c)]$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{2(b+c)}{a+c}+\frac{a+c}{b+c}\right)+\frac{3}{2}\geqslant\sqrt{2}+\frac{3}{2}$，

当且仅当 $\frac{2(b+c)}{a+c}=\frac{a+c}{b+c}$，$(a+c)^2=2(b+c)^2$，

即 $a+c=2\sqrt{2}-2$，$b+c=2-\sqrt{2}$ 时，等号成立.

故 $\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\right)_{\min}=\sqrt{2}+\frac{3}{2}$ …………………………………………………(10分)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！