# 丰台区 2020~2021 学年度第一学期期末练习

## 高三数学

2021.01

考生须知:

1. 答题前，考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的准考证号、姓名，在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。

2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑，如需改动，用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写，要求字体工整、字迹清楚。

3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷、草稿纸上答题无效。

4. 本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

## 第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{x\,|\,x\geqslant 0\}, B=\{x\in \mathbf{Z}\,|\,-2<x<2\}$，那么 $A\cap B=$

（A）$\{0,1\}$　　（B）$\{x\,|\,0\leqslant x<2\}$

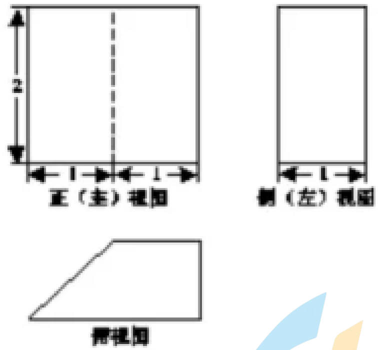
（C）$\{-1,0\}$　　（D）$\{0,1,2\}$

（2）在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1=1, a_2+a_4=10$，则 $a_{20}=$

（A）35　　（B）37

（C）39　　（D）41

（3）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积等于




（A）$8+2\sqrt{2}$　　（B）$11+2\sqrt{2}$

（C）$11+2\sqrt{5}$　　（D）$14+2\sqrt{2}$

（4）若函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2, x\geq 0,\\ 2^x, \quad x<0,\end{cases}$ 则函数 $f(x)$ 的值域为

（A）$[0,1)$　　（B）$(-\infty,0]$

（C）$(-\infty,0)\cup(0,1)$　　（D）$(-\infty,1)$

（5）若关于 $x,y$ 的方程组 $\begin{cases}4x+2y+1=0,\\ 2x+ay+1=0\end{cases}(a\in\mathbf{R})$ 无解，则 $a=$

（A）2　　（B）$\sqrt{2}$

（C）1　　（D）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

（6）下列函数中，同时满足①对于定义域内的任意 $x$，都有 $f(-x)=-f(x)$；②存在区间 $D$，$f(x)$ 在区间 $D$ 上单调递减的函数是

（A）$y=\sin x$　　（B）$y=x^3$

（C）$y=\dfrac{1}{x^2+1}$　　（D）$y=\ln x$

（7）已知 $\{a_n\}$ 是等比数列，$S_n$ 为其前 $n$ 项和，那么“$a_1>0$”是“数列 $\{S_n\}$ 为递增数列”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（8）某校实行选科走班制度（语文、数学、英语为必选科目，此外学生需在物理、化学、生物、历史、地理、政治六科中任选三科）．根据学生选科情况，该校计划利用三天请专家对九个学科分别进行学法指导，每天依次安排三节课，每节课一个学科．语文、数学、英语只排在第二节；物理、政治排在同一天，化学、地理排在同一天，生物、历史排在同一天，则不同的排课方案的种数为

（A）36　　　　（B）48

（C）144　　　　（D）288

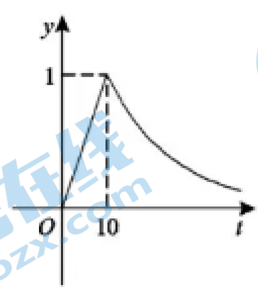
（9）在平面直角坐标系中，$A,B$ 是直线 $x+y=m$ 上的两点，且 $|AB|=10$．若对于任意点 $P(\cos\theta,\sin\theta)(0\leqslant\theta<2\pi)$，存在 $A,B$ 使 $\angle APB=90^\circ$ 成立，则 $m$ 的最大值为

（A）$2\sqrt{2}$　　　　（B）4

（C）$4\sqrt{2}$　　　　（D）8

（10）为了预防某种病毒，某商场需要通过喷洒药物对内部空间进行全面消毒．出于对顾客身体健康的考虑，相关部门规定空气中这种药物的浓度不超过 0.25 毫克/立方米时，顾客方可进入商场．已知从喷洒药物开始，商场内部的药物浓度 $y$（毫克/立方米）与时间 $t$（分钟）之间的函数关系为

$$y=\begin{cases}0.1t, & 0\leqslant t\leqslant 10,\\ (\frac{1}{2})^{\frac{t}{10}-a}, & t>10\end{cases}$$（$a$ 为常数），函数图象如图所示．如果商场规定 10:00 顾客可以进入商场，那么开始喷洒药物的时间最迟是




（A）9:40　　　　（B）9:30

（C）9:20　　　　（D）9:10

## 第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）在复平面内，复数 $z=\mathrm{i}(a+\mathrm{i})$ 对应的点在直线 $x+y=0$ 上，则实数 $a=$_____.

（12）已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=\dfrac{1}{2}x$，那么该双曲线的离心率为_____.

（13）已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 1，那么 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=$_____；若 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AF}$，则 $x+y=$_____.

（14）函数 $f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的最小正周期 $T=$_____，将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象. 若函数 $y=f(x)-g(x)$ 的最大值为 2，则 $\varphi$ 的值可以为_____.

（15）对于平面直角坐标系内的任意两点 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$，定义它们之间的一种“距离”为 $\|PQ\|=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$. 已知不同三点 $A,B,C$ 满足 $\|AC\|+\|CB\|=\|AB\|$，给出下列四个结论：

① $A,B,C$ 三点可能共线；

② $A,B,C$ 三点可能构成锐角三角形；

③ $A,B,C$ 三点可能构成直角三角形；

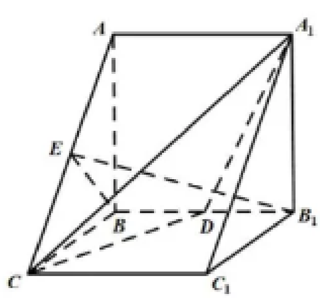
④ $A,B,C$ 三点可能构成钝角三角形.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $ABB_1A_1$ 和 $BCC_1B_1$ 都是正方形，平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 $BCC_1B_1$，$D,E$ 分别为 $BB_1,AC$ 的中点.



（Ⅰ）求证：$BE$ // 平面 $A_1CD$；

（Ⅱ）求直线 $B_1E$ 与平面 $A_1CD$ 所成角的正弦值.

（17）（本小题 13 分）

在△$ABC$ 中，已知 $b=5$，$\cos B=\frac{9}{16}$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

（Ⅰ）求 $\sin A$；

（Ⅱ）求△$ABC$ 的面积.

条件①：$\cos C=\frac{1}{8}$；条件②：$a=4$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

（18）（本小题 14 分）

全社会厉行勤俭节约，反对餐饮浪费．某市为了解居民外出就餐有剩余时是否打包，进行了一项“舌尖上的浪费”的调查，对该市的居民进行简单随机抽样，将获得的数据按不同年龄段整理如下表：

| | 男性 | | 女性 | |
|---|---|---|---|---|
| | 打包 | 不打包 | 打包 | 不打包 |
| 第 1 段 | 250 | 650 | 450 | 650 |
| 第 2 段 | 300 | 600 | 550 | 550 |
| 第 3 段 | 600 | 400 | 750 | 250 |
| 第 4 段 | 850 | 350 | 650 | 150 |

假设所有居民外出就餐有剩余时是否打包相互独立.

（Ⅰ）分别估计该市男性居民外出就餐有剩余时打包的概率，该市女性居民外出就餐有剩余时打包的概率；

（Ⅱ）从该市男性居民中随机抽取 1 人，女性居民中随机抽取 1 人，记这 2 人中恰有 $X$ 人外出就餐有剩余时打包，求 $X$ 的分布列；

（Ⅲ） 假设每年龄段居民外出就餐有剩余时打包的概率与表格中该段居民外出就餐有剩余时打包的频率相等，用“$\xi_k=1$”表示第 $k$ 段居民外出就餐有剩余时打包，“$\xi_k=0$”表示第 $k$ 段居民外出就餐有剩余时不打包（$k=1,2,3,4$），写出方差 $D\xi_1,D\xi_2,D\xi_3,D\xi_4$ 的大小关系.（只需写出结论）

（19）（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=(x-a)e^x(a\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）如果函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上有极值，且 $f(x)+a\leqslant 0$ 对于 $x\in[0,1]$ 恒成立，求 $a$ 的取值范围.

（20）（本小题 15 分）

已知椭圆 $W:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过 $A(0,2),B(-3,-1)$ 两点.

（Ⅰ）求椭圆 $W$ 的方程；

（Ⅱ）直线 $AB$ 与 x 轴交于点 $M(m,0)$，过点 $M$ 作不垂直于坐标轴且与 $AB$ 不重合的直线 $l$，$l$ 与椭圆 $W$ 交于 $C,D$ 两点，直线 $AC,BD$ 分别交直线 $x=m$ 于 $P,Q$ 两点，求证：$\dfrac{|PM|}{|MQ|}$ 为定值.

（21）（本小题 15 分）

已知 $\{a_n\}$ 是由正整数组成的无穷数列，该数列前 $n$ 项的最大值记为 $A_n$，最小值记为 $B_n$，令 $b_n=\dfrac{A_n}{B_n}$.

（Ⅰ）若 $a_n=2n(n=1,2,3,\cdots)$，写出 $b_1,b_2,b_3$ 的值；

（Ⅱ）证明：$b_{n+1}\geqslant b_n(n=1,2,3,\cdots)$；

（Ⅲ）若 $\{b_n\}$ 是等比数列，证明：存在正整数 $n_0$，当 $n\geqslant n_0$ 时，$a_n,a_{n+1},a_{n+2},\cdots$ 是等比数列.

# 丰台区 2020—2021 学年度第一学期期末练习

## 高三数学　　答案

2021．01

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | A | C | B | D | C | A | B | D | C | B |

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

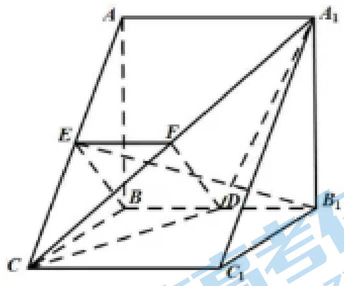
11．1　　12．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　13．$-\frac{1}{2}, 4$

14．π，$\frac{\pi}{2}$（答案不唯一）　15．①③④（全部选对得 5 分，不选或有错选得 0 分，其他得 3 分）

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（本小题 13 分）

（Ⅰ）证明：取 $A_1C$ 中点 $F$，连接 $DF,EF$，




在 $\triangle AA_1C$ 中，$E,F$ 分别是 $AC,A_1C$ 的中点，

所以 $EF \parallel AA_1$，$EF=\frac{1}{2}AA_1$．

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，

四边形 $AA_1B_1B$ 为正方形，$D$ 为 $BB_1$ 中点，

所以 $BD \parallel AA_1$，$BD=\frac{1}{2}AA_1$．

所以 $BD \parallel EF$，$BD=EF$．

所以四边形 $BEFD$ 为平行四边形．

所以 $BE \parallel DF$．

因为 $DF \subset$ 平面 $A_1CD$，$BE \not\subset$ 平面 $A_1CD$，

所以 $BE \parallel$ 平面 $A_1CD$．

（Ⅱ）解：　因为平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 $BCC_1B_1$，平面 $ABB_1A_1 \cap$ 平面 $BCC_1B_1=BB_1$，$AB \subset$ 平面 $ABB_1A_1$，

正方形 $ABB_1A_1$ 中 $AB \perp BB_1$，

所以 $AB \perp$ 平面 $BCC_1B_1$ .

所以 $AB \perp BC$ .

正方形 $BCC_1B_1$ 中 $BC \perp BB_1$ .

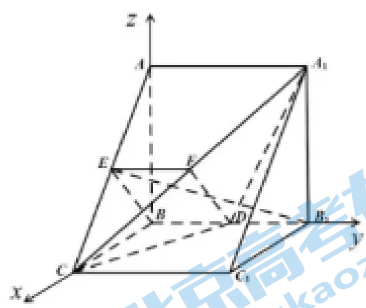
如图建立平面直角坐标系 $B-xyz$ .

不妨设 $AB = BC = BB_1 = 2$，则 $B(0,0,0)$，$A(0,0,2)$，$C(2,0,0)$，$B_1(0,2,0)$，$A_1(0,2,2)$，

$D(0,1,0)$，$E(1,0,1)$ .

所以 $\overrightarrow{B_1E}=(1,-2,1)$，$\overrightarrow{DA_1}=(0,1,2)$，$\overrightarrow{DC}=(2,-1,0)$ .

设平面 $A_1CD$ 的法向量 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则




$$\begin{cases}\overrightarrow{DA_1}\cdot\boldsymbol{m}=0\\ \overrightarrow{DC}\cdot\boldsymbol{m}=0\end{cases}，\quad 即\begin{cases}y+2z=0\\ 2x-y=0\end{cases} .$$

令 $x=1$，则 $y=2, z=-1$ .

于是 $\boldsymbol{m}=(1,2,-1)$ .

设直线 $B_1E$ 与平面 $A_1CD$ 所成的角为 $\theta$，

所以 $\sin\theta=\left|\cos<\overrightarrow{B_1E},\boldsymbol{m}>\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{B_1E}\cdot\boldsymbol{m}\right|}{\left|\overrightarrow{B_1E}\right||\boldsymbol{m}|}=\dfrac{2}{3}$ .

所以直线 $B_1E$ 与平面 $A_1CD$ 所成角的正弦值为 $\dfrac{2}{3}$ .

（17）（本小题 13 分）

解①：（Ⅰ）因为 $\cos B=\dfrac{9}{16}, \cos C=\dfrac{1}{8}, B, C\in(0,\pi)$，

所以 $\sin B=\dfrac{5\sqrt{7}}{16}, \sin C=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$ .

所以$\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{5\sqrt{7}}{16}\times\frac{1}{8}+\frac{9}{16}\times\frac{3\sqrt{7}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$．

所以$\sin A=\sin(B+C)=\frac{\sqrt{7}}{4}$．

（Ⅱ）由正弦定理得$a=\frac{b}{\sin B}\sin A=4$．

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times4\times5\times\frac{3\sqrt{7}}{8}=\frac{15\sqrt{7}}{4}$．

解②：（Ⅰ）由$\cos B=\frac{9}{16}$，$B\in(0,\pi)$得$\sin B=\frac{5\sqrt{7}}{16}$．

由正弦定理得$\sin A=\frac{a}{b}\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$．

（Ⅱ）由余弦定理$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，得

$25=16+c^2-2\times4\times c\times\frac{9}{16}$．

即$2c^2-9c-18=0$，

解得$c=6$（$c=-\frac{3}{2}$舍）．

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times4\times6\times\frac{5\sqrt{7}}{16}=\frac{15\sqrt{7}}{4}$．

（18）（本小题 14 分）

（Ⅰ）解：设该市男性居民外出就餐有剩余时打包为事件$A$；设该市女性居民外出就餐有剩余时打包为事件$B$．

男性居民外出就餐有剩余时打包的有 250+300+600+850=2000 人，男性居民外出就餐有剩余时不打包的有 650+600+400+350=2000 人，被调查的男性居民有 2000+2000=4000 人．

所以$P(A)=\frac{2000}{4000}=\frac{1}{2}$．

女性居民外出就餐有剩余时打包的有 450+550+750+650=2400 人，女性居民外出就餐有剩余时不打包的有 650+550+250+150=1600 人，被调查的女性居民有 2400+1600=4000 人．

所以$P(B)=\frac{2400}{4000}=\frac{3}{5}$．

（Ⅱ）解：$X$的所有可能取值为 0,1,2．

由题设知，事件 $A$ 与 $B$ 相互独立，且

$P(\bar{A})=\frac{1}{2}$， $P(\bar{B})=\frac{2}{5}$ .

所以 $P(X=0)=P(\bar{A}\bar{B})=P(\bar{A})P(\bar{B})=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$ ，

$P(X=1)=P(A\bar{B}\cup\bar{A}B)=P(A)P(\bar{B})+P(\bar{A})P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}$ ，

$P(X=2)=P(AB)=P(A)P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$ .

所以 $X$ 的分布列为

| $X$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{10}$ |

（Ⅲ）解： $D\xi_4<D\xi_3<D\xi_1<D\xi_2$

(19)（本小题 15 分）

解：（Ⅰ） 当 $a=1$ 时，因为 $f(x)=(x-1)e^x$ ，

所以 $f'(x)=xe^x$ .

因为 $f(1)=0$ ， $f'(1)=e$ ，

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=e(x-1)$ ，

即 $ex-y-e=0$ .

（Ⅱ）因为 $f'(x)=(x-a+1)e^x$ ，函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上有极值，

所以 $0<a-1<1$ .

所以 $1<a<2$ .

当 $x$ 变化时， $f'(x)$ ， $f(x)$ 的变化情况如下表：

| $x$ | 0 | $(0,a-1)$ | $a-1$ | $(a-1,1)$ | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | $-a$ | ↘ | $f(a-1)$ | ↗ | $(1-a)\mathrm{e}$ |

因为 $f(x)+a\leqslant 0$ 对于 $x\in[0,1]$ 恒成立，

所以 $f(0)+a\leqslant 0$，且 $f(1)+a\leqslant 0$ ．

所以 $(1-a)\mathrm{e}+a\leqslant 0$，即 $a\geqslant \dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}$ ．

因为 $1<a<2$，

所以 $\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}\leqslant a<2$ ．

（20）（本小题 15 分）

解：（Ⅰ） 由椭圆 $W:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过 $A(0,2)$， $B(-3,-1)$ 两点，得

$b=2$，$\dfrac{9}{a^2}+\dfrac{1}{4}=1$ ．

所以 $a^2=12$ ．

所以椭圆 $W$ 的方程为 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$ ．

（Ⅱ） 由 $m=-2$，

设直线 $l$ 的方程为 $y=k(x+2)(k\neq 0,k\neq 1)$．

由 $\begin{cases} y=k(x+2), \\ \dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1 \end{cases}$ 得 $(1+3k^2)x^2+12k^2x+12k^2-12=0$ ．

且 $\Delta>0$，

设 $C(x_1,y_1),D(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=-\dfrac{12k^2}{1+3k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{12k^2-12}{1+3k^2}$ ．

记直线 $AC$ 的方程为 $y-2=\frac{y_1-2}{x_1}x$．

令 $x=-2$，得 $P$ 点的纵坐标 $y_P=\frac{(2-2k)(x_1+2)}{x_1}$．

记直线 $BD$ 的方程为 $y+1=\frac{y_2+1}{x_2+3}(x+3)$．

令 $x=-2$，得 $Q$ 点的纵坐标 $y_Q=\frac{(k-1)(x_2+2)}{x_2+3}$．

$$\frac{|PM|}{|MQ|}=|\frac{y_P}{y_Q}|=|\frac{\frac{(2-2k)(x_1+2)}{x_1}}{\frac{(k-1)(x_2+2)}{x_2+3}}|=|\frac{2(x_2+3)(x_1+2)}{(x_2+2)x_1}|$$

$$=|\frac{2x_1x_2+4(x_1+x_2)+12+2x_1}{x_1x_2+2x_1}|=|\frac{2\times\frac{12k^2-12}{1+3k^2}+4\times\frac{-12k^2}{1+3k^2}+12+2x_1}{\frac{12k^2-12}{1+3k^2}+2x_1}|$$

$$=|\frac{12k^2-12+2(1+3k^2)x_1}{12k^2-12+2(1+3k^2)x_1}|=1.$$

所以 $\frac{|PM|}{|MQ|}$ 为定值 1．

方法 2:

$$y_P+y_Q=\frac{(2-2k)(x_1+2)}{x_1}+\frac{(k-1)(x_2+2)}{x_2+3}$$

$$=\frac{(2-2k)(x_1+2)(x_2+3)+(k-1)(x_2+2)x_1}{x_1(x_2+3)}$$

$$=\frac{(1-k)[2(x_1+2)(x_2+3)-(x_2+2)x_1]}{x_1(x_2+3)}$$

$$=\frac{(1-k)[x_1x_2+4(x_1+x_2)+12]}{x_1(x_2+3)}$$

$$=\frac{(1-k)[\frac{12k^2-12}{1+3k^2}+4\times(-\frac{12k^2}{1+3k^2})+12]}{x_1(x_2+3)}$$

$$=\frac{(1-k)(12k^2-12-48k^2+12+36k^2)}{(1+3k^2)x_1(x_2+3)}$$

$$=0.$$

所以$\dfrac{|PM|}{|MQ|}$为定值 1．

(21)（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）$b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=3$．

（Ⅱ）由题意知$A_{n+1}\geqslant A_n>0$，$0<B_{n+1}\leqslant B_n$，

所以$A_{n+1}B_n\geqslant A_nB_{n+1}$．

所以$\dfrac{A_{n+1}}{B_{n+1}}\geqslant\dfrac{A_n}{B_n}$，即$b_{n+1}\geqslant b_n$．

（Ⅲ）由题意知$b_1=\dfrac{A_1}{B_1}=\dfrac{a_1}{a_1}=1$，及$b_{n+1}\geqslant b_n$，

①当$b_{n+1}=b_n$时，得$b_n=1$，即$\dfrac{A_n}{B_n}=1$．

所以$A_n=B_n$．

所以$a_n=a_1$．

即$\{a_n\}$为公比等于 1 的等比数列．

②当$b_{n+1}>b_n$时，令$a_t=\min\{a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots\}$，则$B_m=a_t(m\geqslant t)$．

当$n\geqslant t$时，

显然$A_{n+1}>A_n$．

若$a_{n+1}\leqslant A_n$，则$A_{n+1}=A_n$，与$A_{n+1}>A_n$矛盾，

所以$a_{n+1}>A_n\geqslant a_n$，即$A_{n+1}=a_{n+1}$．

取$n_0=t+1$，当$n\geqslant n_0$时，

$b_n=\dfrac{A_n}{B_n}=\dfrac{a_n}{a_1}$，显然 $a_n,a_{n+1},a_{n+2},\cdots$ 是等比数列．

综上，存在正整数 $n_0$，使得 $n\geqslant n_0$ 时，$a_n,a_{n+1},a_{n+2},\cdots$ 是等比数列．

# 关于我们

**北京高考在线**创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。