

北京中学 2022—2023 学年度第一学期期中统练试题

高一年级数学试卷

班级_____姓名_____成绩_____

本试卷共 8 页,满分 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将条形码贴在答题卡规定处,并将答案写在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将答题卡交回。

一.选择题,共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1.点 $P(3,2)$ 到直线 $x - y - 3 = 0$ 的距离为

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

2.若点 $A(-1,0,2), B(1,4,10)$ 在直线 l 上,则直线 l 的一个方向向量为

- A. $(1,2,4)$ B. $(1,4,2)$ C. $(0,2,-1)$ D. $(0,4,12)$

3.已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 则

- A. $a^2 = 2b^2$ B. $3a^2 = 4b^2$ C. $a = 2b$ D. $3a = 4b$

4.“ $m = \frac{1}{2}$ ”是“直线 $(m + 2)x + 3my + 1 = 0$ 与直线 $(m - 2)x + (m + 2)y - 3 = 0$ 相互垂直”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5.圆 $O_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 和圆 $O_2: x^2 + y^2 - 4y = 0$ 的位置关系是

- A. 内含 B. 内切 C. 外切 D. 相交

6.已知 $\vec{a} = (1,0,1), \vec{b} = (x,1,2)$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$, 则向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

7. 已知直线 $x - y + m = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点, 且 $\triangle AOB$ 为等边三角形, 则实数 m 的值为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

8. 已知半径为 1 的圆经过点 $(3, 4)$, 则其圆心到原点的距离的最小值为

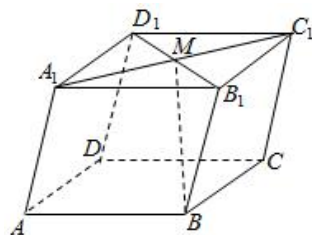
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

9. 如图: 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为 A_1C_1, B_1D_1 的交点. 若

$\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}, \vec{AA}_1 = \vec{c}$, 则向量 $\vec{BM} =$

- A. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ B. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$

- C. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ D. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$



10. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(0, 1), B(1, 1)$, P 为直线 AB 上的动点, A 关于直线 OP 的对称点为 Q , 则线段 BQ 的长度的最大值为

- A. 1 B. 2 C. $1 + \sqrt{2}$ D. $\sqrt{2} + 2$

二. 填空题, 共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 若 P, Q 是圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ 上的两个动点, 则 $|PQ|$ 的最大值为_____.

12. 写出一条与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切的直线 l 的方程:_____.

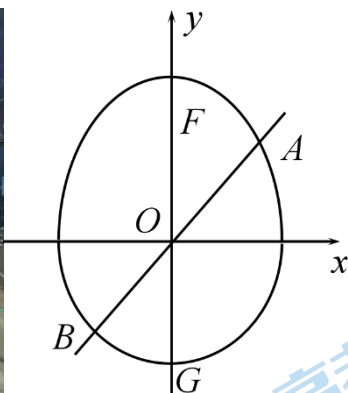
13. 已知空间中单位向量 \vec{a}, \vec{b} , 且 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 60^\circ$, 则 $|\vec{a} - 3\vec{b}|$ 的值为_____.

14. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上, 若 $|PF_1| = 4$, 则

$|PF_2| =$ _____; $\angle F_1PF_2 =$ _____.

15. 2022年4月16日9时56分, 神舟十三号返回舱成功着陆, 返回舱是宇航员返回地球的座舱, 返回舱的轴截面可近似看作是由半圆和半椭圆组成的“曲圆”. 如图, 在平面直角坐标系中半圆的圆心在坐标原点, 半圆所在的圆过椭圆的焦点 $F(0, 2)$, 椭圆的短轴与半圆的直径重合, 下半圆与 y 轴交于点 G .

若过原点 O 的直线与上半椭圆交于点 A , 与下半圆交于点 B , 则下列说法正确的有 _____.



- ① 椭圆的长轴长为 $4\sqrt{2}$;
- ② 线段 AB 长度的取值范围是 $[4, 2+2\sqrt{2}]$;
- ③ $\triangle ABF$ 面积的最小值是 4;
- ④ $\triangle AFG$ 的周长为 $4+4\sqrt{2}$.

三. 解答题. 共 6 个大题, 共 85 分.

16. 已知圆 C 经过 $A(-3, 0), B(1, -2)$ 两点, 且圆心在直线 $4x - y - 1 = 0$ 上.

- (I) 求线段 AB 的垂直平分线的方程;
- (II) 求圆 C 的标准方程;
- (I II) 求圆 C 被直线 $l: 3x + 4y + 5 = 0$ 截得的弦长.

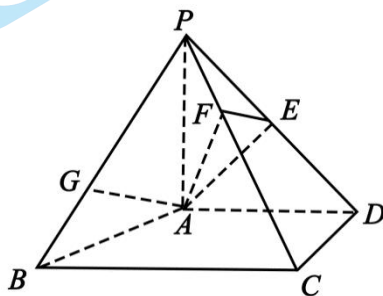
17.如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp CD$, $AD \parallel BC$,

$PA=AD=CD=2$, $BC=3$. E 为 PD 的中点, 点 F 在 PC 上, 且 $\frac{PF}{PC} = \frac{1}{3}$.

(I) 求证: $CD \perp$ 平面 PAD ;

(II) 求平面 AEF 与平面 PEF 的夹角的余弦值;

(III) 设点 G 在 PB 上, 且 $\frac{PG}{PB} = \frac{2}{3}$. 判断直线 AG 是否在平面 AEF 内, 说明理由.



18.如图1,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $BC=4$, E 为 AD 的中点, O 为 BE 的中点. 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起到 $A'BE$, 使得平面 $A'BE \perp$ 平面 $BCDE$ (如图2).

(I) 求证: $A'O \perp CD$;

(II) 求直线 $A'C$ 与平面 $A'DE$ 所成角的正弦值;

(III) 在线段 $A'C$ 上是否存在点 P , 使得 $OP \parallel$ 平面 $A'DE$? 若存在, 求出 $\frac{A'P}{A'C}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

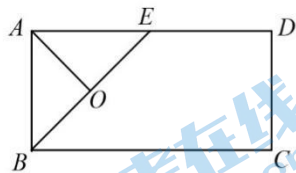


图1

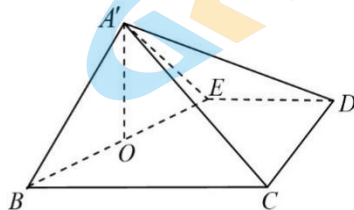


图2

19. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 上、下顶点分别为 $A, B, |AB| = 4$.

过点 $E(0, 1)$, 且斜率为 k 的直线 l 与 x 轴相交于点 F , 与椭圆相交于 C, D 两点.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 若 $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{DE}$, 求 k 的值;

(III) 是否存在实数 k , 使 $AC \parallel BD$? 若存在, 请求出 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过 $A(2, 0), B(0, 1)$ 两点.

(I) 求椭圆 C 的方程及离心率;

(II) 设 P 为第三象限内一点且在椭圆 C 上, 直线 PA 与 y 轴交于点 M , 直线 PB 与 x 轴交于点 N , 求证: 四边形 $ABNM$ 的面积为定值.

21. 已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} (k \geq 2)$, 其中 $a_i \in \mathbf{Z} (i = 1, 2, \dots, k)$, 由 A 中的元素构成两个相应的集合:

$$S = \{(a, b) \mid a \in A, b \in A, a + b \in A\}, T = \{(a, b) \mid a \in A, b \in A, a - b \in A\}.$$

其中 (a, b) 是有序数对, 集合 S 和 T 中的元素个数分别为 m 和 n .

若对于任意的 $a \in A$, 总有 $-a \notin A$, 则称集合 A 具有性质 P .

(I) 检验集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 与 $\{-1, 2, 3\}$ 是否具有性质 P 并对其中具有性质 P 的集合, 写出相应的集合 S 和 T .

(II) 对任何具有性质 P 的集合 A , 证明 $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$.

(III) 判断 m 和 n 的大小关系, 并证明你的结论.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯