

2020 年普通高考（天津卷）适应性测试

数 学

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试用时 120 分钟。第 I 卷 1 至 3 页，第 II 卷 3 至 6 页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第 I 卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
2. 本卷共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分。

参考公式：

- 如果事件 A 、 B 互斥，那么 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- 如果事件 A 、 B 相互独立，那么 $P(AB) = P(A)P(B)$.
- 圆柱的体积公式 $V = Sh$ ，其中 S 表示圆柱的底面面积， h 表示圆柱的高.
- 棱锥的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 表示棱锥的底面面积， h 表示棱锥的高.

一. 选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

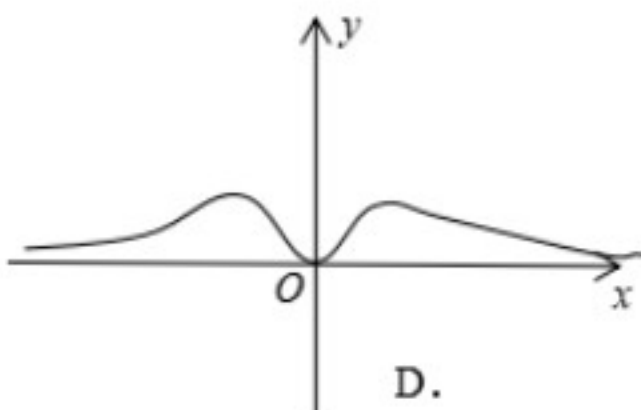
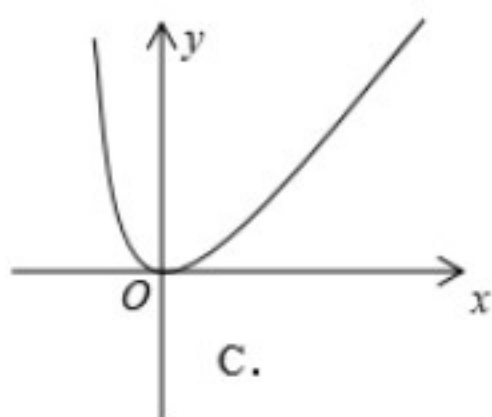
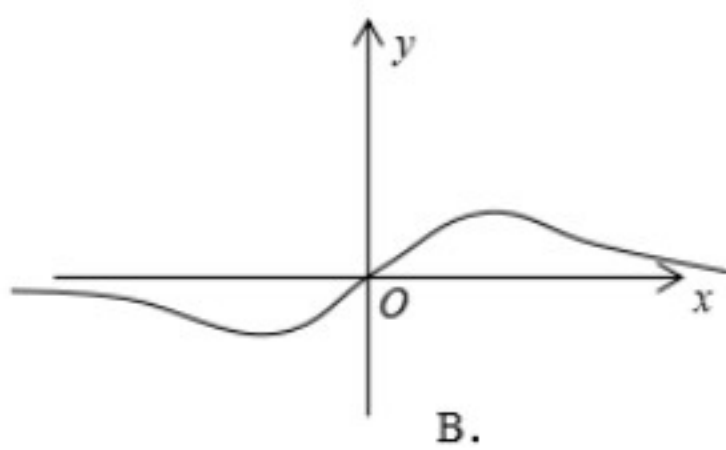
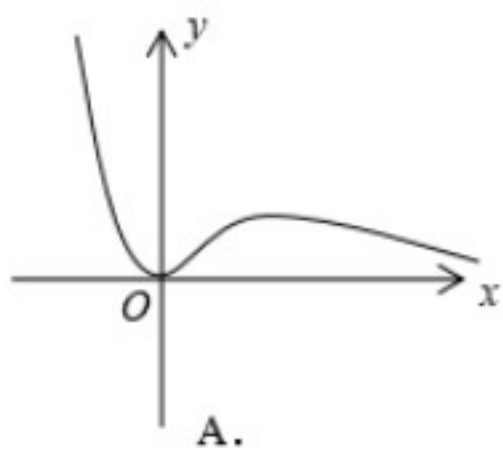
1. 已知全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $A = \{-2, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{-1, 0, 1\}$ ，则集合 $A \cap \complement_U B = (\quad)$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-2, 2\}$ C. $\{-2, -1\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$

2. 设 $a \in R$ ，则“ $a \geq 2$ ”是“ $a^2 - 3a + 2 \geq 0$ ”的()

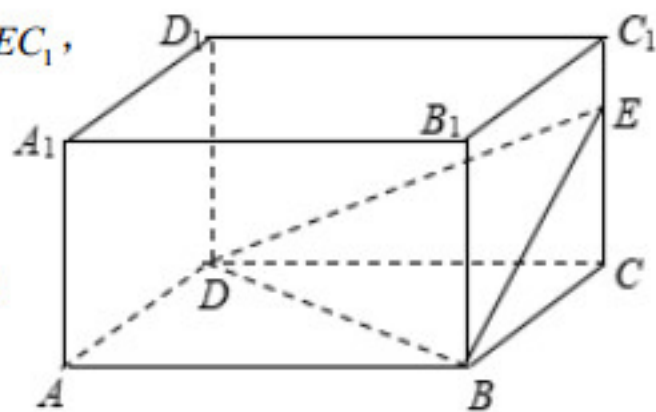
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

3. 函数 $y = \frac{x^2}{e^x}$ 的图象大致是()



4. 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 36, E 为棱 CC_1 上的点, 且 $CE = 2EC_1$, 则三棱锥 $E - BCD$ 的体积是()

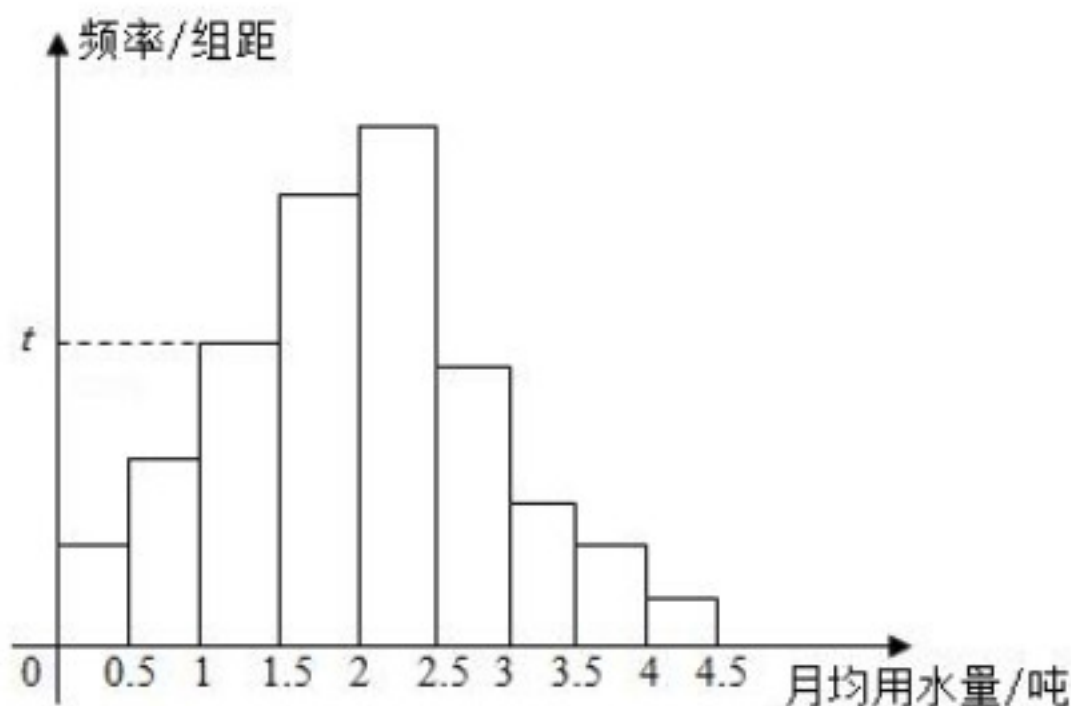
- A. 3 B. 4 C. 6 D. 12



5. 某市为了解全市居民日常用水量的分布情况, 调查了一些居民某年的月均用水量 (单位: 吨), 其频率分布表和频率分别直方图如下: 则图中 t 的值为()

分组	频数	频率
$[0,0.5)$	4	0.04
$[0.5,1)$	5	0.08
$[1,1.5)$	15	a
$[1.5,2)$	22	0.22
$[2,2.5)$	m	0.25
$[2.5,3)$	14	0.14
$[3,3.5)$	6	0.06

[3.5,4)	4	0.04
[4,4.5)	2	0.02
合计	100	1.00



- A. 0.15 B. 0.075 C. 0.3 D. 15

6. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且在区间 $[0, +\infty)$ 单调递增则 ()

- A. $f(\log_2 \pi) > f(\log_2 \frac{1}{3}) > f(2^{-\pi})$ B. $f(\log_2 \frac{1}{3}) f(2^{-\pi}) > f(\log_2 \pi)$
 C. $f(2^{-\pi}) > f(\log_2 \frac{1}{3}) > f(\log_2 \pi)$ D. $f(2^{-\pi}) > f(\log_2 \pi) > f(\log_2 \frac{1}{3})$

7. 抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点与双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的右焦点的连线垂直于双曲线的一条渐近线, 则 p 的值为 ()

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{40}{3}$ C. $\frac{20}{3}$ D. $\frac{8\sqrt{7}}{3}$

8. 已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ 下列结论错误的是 ()

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π
 B. $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{4}$ 对称
 C. $\frac{7\pi}{4}$ 是 $f(x)$ 的一个零点
 D. $f(x)$ 在区间 $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ 单调递减

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \leq 0 \\ \frac{2x-4}{x}, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $F(x) = f(x) - |kx - 1|$ 有且只有 3 个零点, 则实数 k 的取值范

围()

- A. $\left(0, \frac{9}{16}\right)$ B. $\left(\frac{9}{16}, +\infty\right)$ C. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{16}, 0\right) \cup \left(0, \frac{9}{16}\right)$

2020 年普通高考（天津卷）适应性测试

数 学

第 II 卷

注意事项：

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。
2. 本卷共 11 小题，共 105 分。

二. 填空题（共 6 小题）

10. i 是虚数单位，复数 $\frac{3+2i}{1-i} =$ _____.

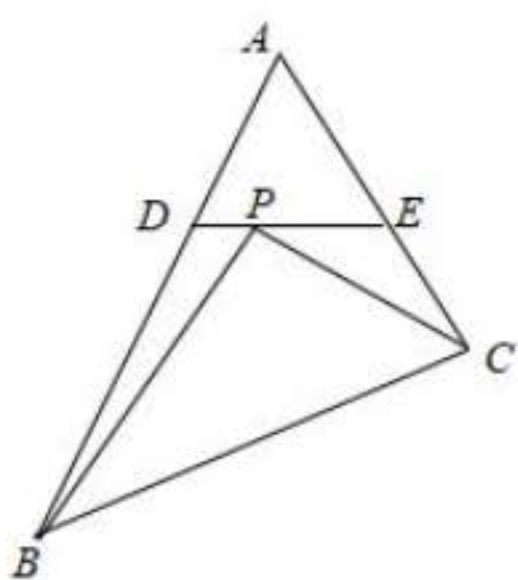
11. 已知直线 $x+2y-5=0$ 与圆 $x^2+y^2=9$ 相交于 A, B 两点，则线段 AB 的长为_____.

12. $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x}\right)^4$ 的展开式中，常数项是_____.

13. 已知某同学投篮投中的概率为 $\frac{2}{3}$ ，现该同学要投篮 3 次，且每次投篮结果互相独立，则恰投中两次的概率为_____；记 X 为该同学在这 3 次投篮中投中的次数，则随机变量 X 的数学期望为_____.

14. 已知 $a > 0, b > 0$ ，则 $\frac{a^2 + 4b^2 + a^3b^3}{a^2b^2}$ 的最小值为_____.

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3, AC=2, \angle BAC=60^\circ$ ， D, E 分别是边 AB, AC 的中点， $AE=1$ ，且 $\overline{AD} \cdot \overline{AE} = \frac{1}{2}$ ，则 $|\overline{AD}| =$ _____，若 P 是线段 DE 上的一个动点，则 $\overline{BP} \cdot \overline{CP}$ 的最小值为_____.



三. 解答题 (共 5 小题)

16. (本题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $3(a-c)^2 = 3b^2 - 2ac$.

(I) 求 $\cos B$ 的值;

(II) 若 $5a = 3b$,

(i) 求 $\sin A$ 的值;

(ii) 求 $\sin(2A + \frac{\pi}{6})$ 的值.

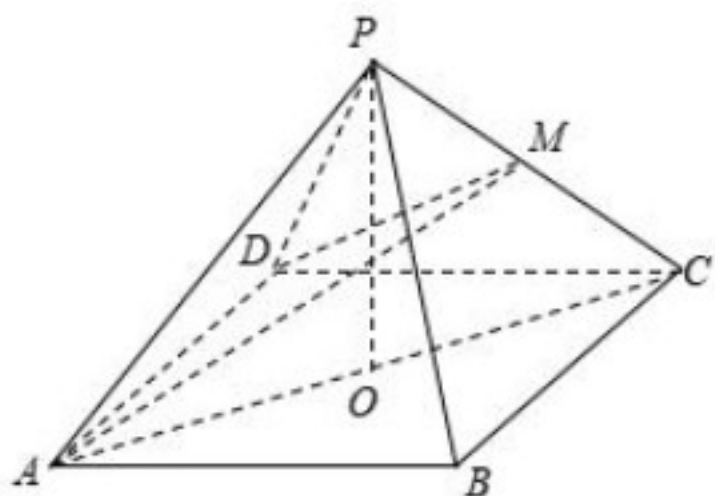
17. (本题满分 15 分)

如图，已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中，已知 $AB=BC=\sqrt{5}$ ， $AC=4$ ， $AD=DC=2\sqrt{2}$ ，点 O 为 AC 的中点， $PO \perp$ 底面 $ABCD$ ， $PO=2$ ，点 M 为棱 PC 的中点。

(I) 求直线 PB 与平面 ADM 所成角的正弦值；

(II) 求二面角 $D-AM-C$ 的正弦值；

(III) 记棱 PD 的中点 N 为，若点 Q 在线段 OP 上，且 $NQ \parallel$ 平面 ADM ，求线段 OQ 的长。



18. (本题满分 15 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，点 $T\left(2\sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 在椭圆上。

(I) 求椭圆的方程；

(II) 已知直线 $y = \sqrt{2}x + m$ 与椭圆交于 A, B 两点，点 P 的坐标为 $(2\sqrt{2}, 0)$ ，且 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = -1$ ，求实数 m 的值。

19. (本题满分 15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 1 的等差数列, 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $a_3 + a_4 = a_7$, $b_2 \cdot b_4 = b_5$, $a_4 = 4b_2 - b_3$,

数列 $\{c_n\}$ 满足: $c_n = \begin{cases} b_{2m-1}, & n = 3m - 2 \\ b_{2m}, & n = 3m - 1 \\ a_m, & n = 3m \end{cases}$, 其中 $m \in \mathbb{N}^*$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 记 $t_n = c_{3n-2}c_{3n-1} + c_{3n-1}c_{3n} + c_{3n}c_{3n+1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 求数列 $\{t_n\}$ 的前 n 项和.

20. (本题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - 2x \ln x$, 函数 $g(x) = x + \frac{a}{x} - (\ln x)^2$, 其中 $a \in R$, x_0 是 $g(x)$ 的一个极值点, 且 $g(x_0) = 2$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 求实数 x_0 和 a 的值;

(III) 证明 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{4k^2 - 1}} > \frac{1}{2} \ln(2n+1)$ ($n \in N^*$).