

成都市 2021 级高中毕业班摸底测试

数学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 3 页,第 II 卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

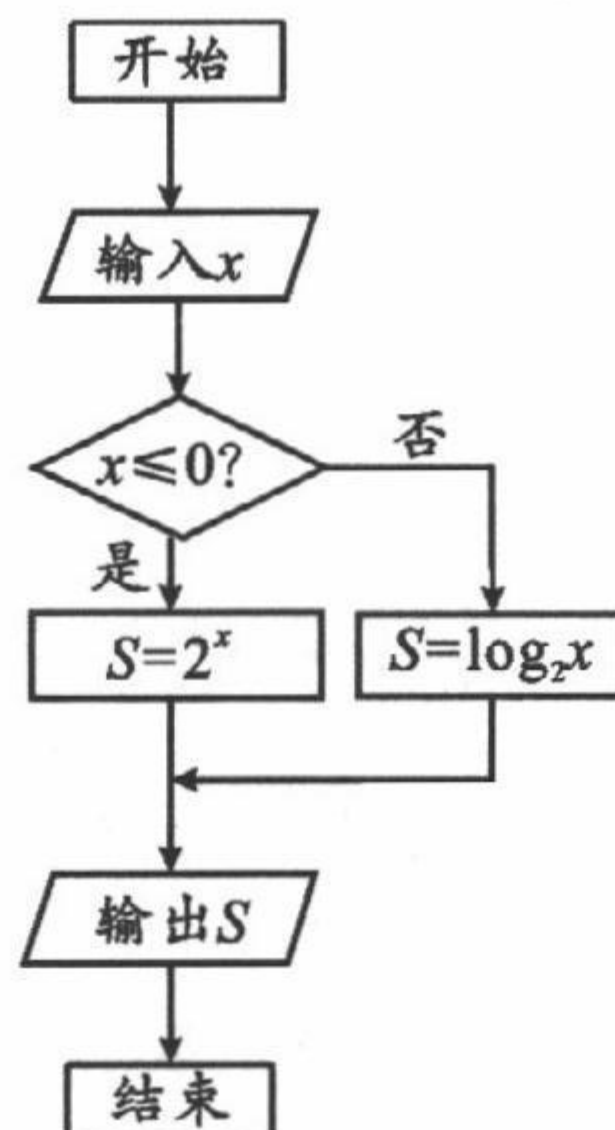
1. 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$
(A) $\{-2, 0, 1\}$ (B) $\{-1, 0, 1, 2\}$ (C) $\{0, 1\}$ (D) $\{1, 2\}$

2. 命题“ $\exists m_0 \in \mathbf{N}, \sqrt{m_0^2 + 1} \in \mathbf{N}$ ”的否定为
(A) $\forall m \notin \mathbf{N}, \sqrt{m^2 + 1} \in \mathbf{N}$ (B) $\forall m \in \mathbf{N}, \sqrt{m^2 + 1} \notin \mathbf{N}$
(C) $\exists m_0 \in \mathbf{N}, \sqrt{m_0^2 + 1} \notin \mathbf{N}$ (D) $\exists m_0 \notin \mathbf{N}, \sqrt{m_0^2 + 1} \in \mathbf{N}$

3. 双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 的渐近线方程为
(A) $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ (B) $y = \pm \frac{1}{2}x$
(C) $y = \pm \sqrt{2}x$ (D) $y = \pm 2x$

4. 执行如图所示的程序框图,若输出 S 的值为 4,则输入的 x 的值为
(A) -4 (B) -2
(C) 2 (D) 16

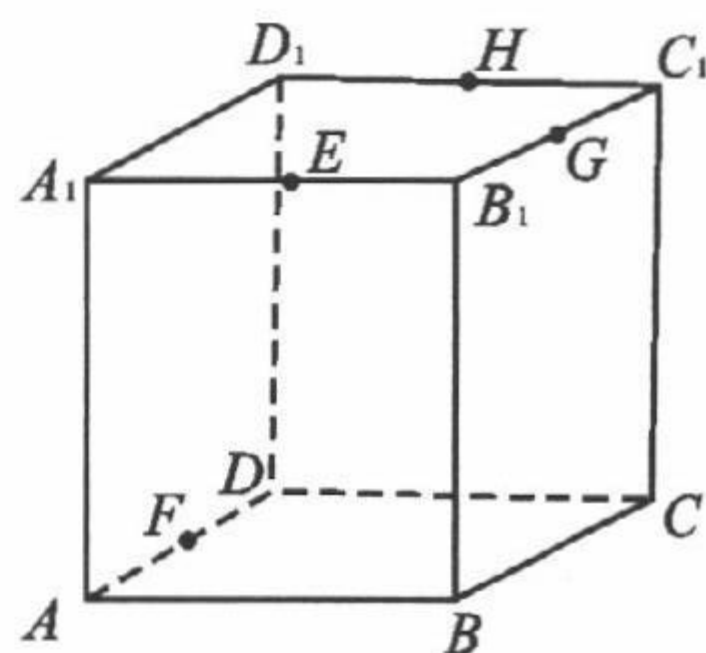
5. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $3x + 2y$ 的最大值为
(A) 0 (B) 6 (C) 7 (D) 9



6. 全国文明典范城市是以全国文明城市为基础的文明城市范例,是城市治理“桂冠上的明珠”.为争创全国文明典范城市,某城市特邀请甲、乙两组评委分别从公共服务、文化建设、社会治理等 10 个不同维度对城市建设进行评分,每个维度满分为 10 分.现将两组评委的评分制成如下的茎叶图,其中茎叶图中茎部分是得分的个位数,叶部分是得分的小数,则下列结论中正确的是

甲		乙
9 8 6 5	7	5 6 8 8
6 5 3 3 1 0	8	0 1 2 3 5
	9	8

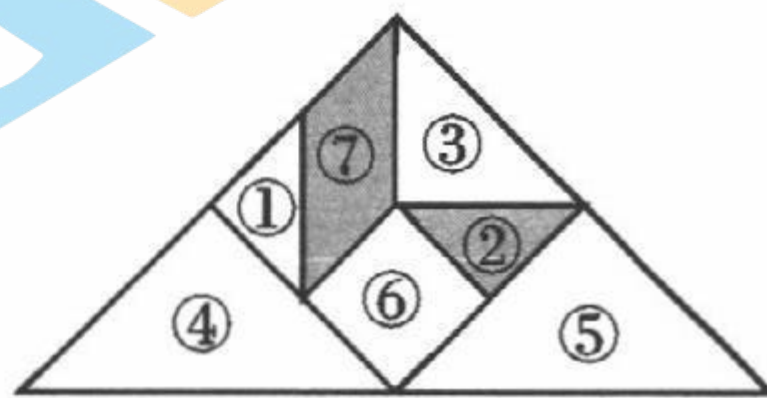
- (A) 甲组评分的平均数小于乙组评分的平均数
(B) 甲、乙两组评分的中位数不相同
(C) 甲组评分的极差大于乙组评分的极差
(D) 甲组评分的众数小于乙组评分的众数
7. 如图,在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,已知 E, F, G, H 分别是 $A_1B_1, AD, B_1C_1, C_1D_1$ 的中点,则下列结论中错误的是



- (A) C, G, A_1, F 四点共面
(B) 直线 $EF \parallel$ 平面 BDD_1B_1
(C) 平面 $HCG \parallel$ 平面 BDD_1B_1
(D) 直线 EF 和 HG 所成角的正切值为 $\sqrt{2}$
8. 函数 $f(x) = e^x - 2023|x - 2|$ 的零点个数为

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

9. 七巧板又称七巧图,智慧板,是一种古老的中国传统智力玩具.据清代陆以湜《冷庐杂识》说:“宋黄伯思宴几图,以方几七,长段相参,衍为二十五体,变为六十八名.明严濂蝶几图,则又变通其制,以勾股之形,作三角相错形,如蝶翅.其式三,其制六,其数十有三,其变化之式,凡一百有余.近又有七巧图,其式五,其数七,其变化之式多至千余.体物肖形,随手变幻,盖游戏之具,足以排闷破寂,故世俗皆喜为之.”如图是一个用七巧板拼成的三角形(其中①②为两块全等的小型等腰直角三角形,③为一块中型等腰直角三角形,④⑤为两块全等的大型等腰直角三角形,⑥为一块正方形,⑦为一块平行四边形).现从该三角形中任取一点,则此点取自阴影部分的概率为



- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$

10. 已知直线 $l: mx + y + 1 - 2m = 0 (m \in \mathbf{R})$ 和圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$, 则“ $m = 0$ ”是“圆 C 上恰有三个不同的点到直线 l 的距离为 1”的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

11. 记函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ 时恒有

$f(x) < f'(x)\tan x$ 成立, 则

(A) $\sqrt{2}f(-\frac{\pi}{6}) > f(-\frac{\pi}{4})$

(B) $f(-\frac{\pi}{3}) > -\sqrt{3}f(\frac{\pi}{6})$

(C) $\sqrt{2}f(\frac{\pi}{3}) > \sqrt{3}f(\frac{\pi}{4})$

(D) $f(-\frac{\pi}{3}) < \sqrt{3}f(-\frac{\pi}{6})$

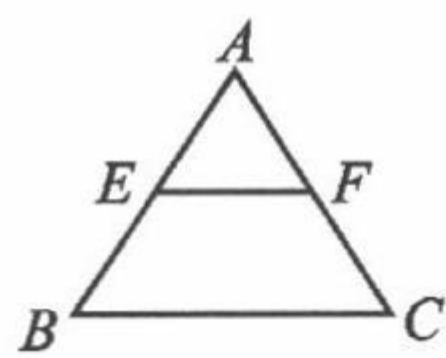
12. 如图①, 已知边长为 4 的等边 $\triangle ABC$, 点 E, F 分别为边 AB, AC 的中点. 现以 EF 为折痕将 $\triangle ABC$ 折起为四棱锥 $A' - BCFE$, 使得 $A'B = \sqrt{10}$, 如图②. 则四棱锥 $A' - BCFE$ 的外接球的表面积为

(A) 15π

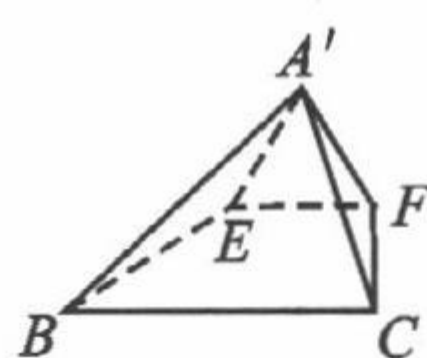
(B) 16π

(C) $\frac{52}{3}\pi$

(D) 19π



图①



图②

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知复数 $z = \frac{1-i}{i}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ _____.

14. 第 31 届世界大学生夏季运动会将于 2023 年 7 月 28 日—8 月 8 日在成都举行, 比赛项目包括 15 个必选项目和武术、赛艇、射击 3 个自选项目, 共 18 个大项, 269 个小项. 小张、小王、小李三位大学生在谈论自己是否会武术、赛艇、射击 3 个自选项目时, 小张说: 我和小王都不会赛艇; 小王说: 我会的自选项目比小张多一个; 小李说: 三个自选项目中我们都会的项目只有一项, 但我不会射击. 假如他们三人都说的是真话, 则由此可判断小张会的自选项目是 _____ (填写具体项目名称).

15. 已知直线 l 经过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F , 且与抛物线相交于 P, Q 两点, 若点 $(-1, 1)$ 在以 PQ 为直径的圆上, 则直线 l 的方程为 _____.

16. 一条直线与函数 $y = \ln x$ 和 $y = e^x$ 的图象分别相切于点 $P(x_1, y_1)$ 和点 $Q(x_2, y_2)$, 则 $(1 - e^{y_1})(1 + x_2)$ 的值为 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

记函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$. 已知 $f(x) = x^3 + ax + 10$, $f'(2) = 0$.

(I) 求实数 a 的值;

(II) 求 $f(x)$ 在 $[-3, 4]$ 的值域.

18. (本小题满分 12 分)

某种产品的价格 x (单位:万元/吨)与需求量 y (单位:吨)之间的对应数据如下表所示:

x	12	11	10	9	8
y	5	6	8	10	11

(I) 已知可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系,求 y 关于 x 的线性回归方程;

(II) 请预测当该产品定价为 6 万元时需求量能否超过 15 吨? 并说明理由.

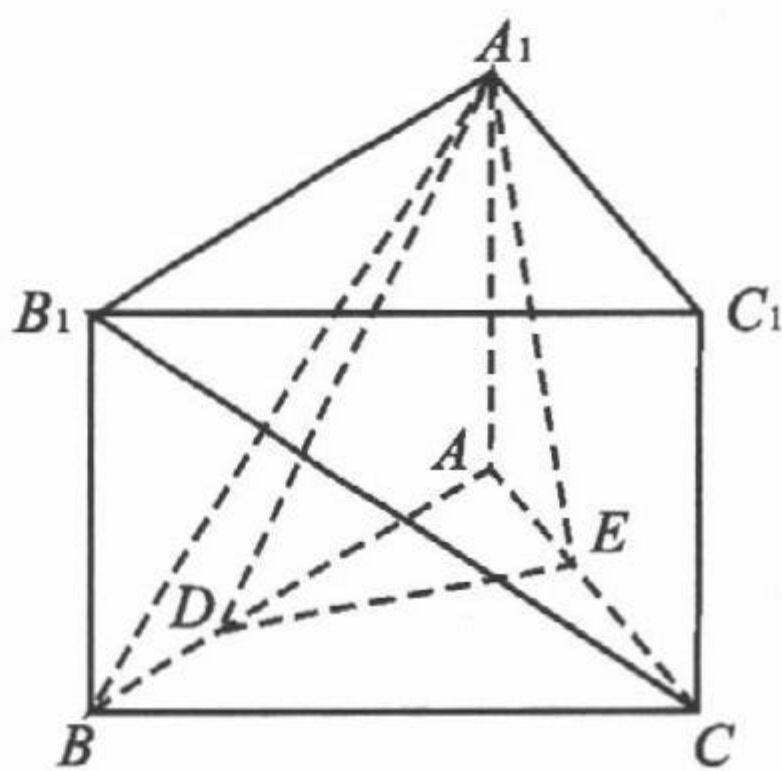
参考公式: $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$.

19. (本小题满分 12 分)

如图,在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $A_1B \perp B_1C$, $AB = AA_1 = AC = 2$.

(I) 求证: $AC \perp$ 平面 A_1ABB_1 ;

(II) 若 D, E 分别为棱 AB, AC 上的动点,且 $BD = AE$. 当三棱锥 $A - A_1DE$ 的体积最大时,求二面角 $A - DA_1 - E$ 的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 椭圆 E 上的点到其左、右焦点的距离之和为 4.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 设过左焦点 F 的直线 l 与椭圆 E 相交于 A, B 两点, M 为 AB 的中点, O 为坐标原点. 若椭圆 E 上存在点 N 满足 $\overrightarrow{ON} = \lambda \overrightarrow{OM} (\lambda > 0)$, 求四边形 $AOBN$ 面积的最小值及此时 λ 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $a = -2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 当 $x > 1$ 时, 若 $f(x) < e^x$ 恒成立, 求整数 a 的最大值.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2t, \\ y = t^2 \end{cases} (t \text{ 为参数})$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin \theta + \rho \cos \theta = 5$.

设曲线 C_1 与曲线 C_2 相交于 A, B 两点.

(I) 求曲线 C_1 的普通方程与曲线 C_2 的直角坐标方程;

(II) 已知点 $P(2, 3)$, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

数学(理科)参考答案及评分意见

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:(每小题 5 分,共 60 分)

1. C; 2. B; 3. A; 4. D; 5. D; 6. A; 7. C; 8. D; 9. B; 10. C; 11. B; 12. C.

第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:(每小题 5 分,共 20 分)

13. $\sqrt{2}$; 14. 武术; 15. $2x - y - 2 = 0$; 16. 2.

三、解答题:(共 70 分)

17. 解:(I) $f'(x) = 3x^2 + a$2 分

$$\because f'(2) = 0,$$

$$\therefore 3 \times 2^2 + a = 0.$$

解得 $a = -12$.

.....4 分

(II)由(I)得 $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x+2)(x-2)$.

由 $f'(x) > 0$,解得 $x < -2$ 或 $x > 2$;由 $f'(x) < 0$,解得 $-2 < x < 2$6 分

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[-3, -2]$, $[2, 4]$ 单调递增;在 $[-2, 2]$ 单调递减.8 分

又 $f(-3) = 19, f(-2) = 26, f(2) = -6, f(4) = 26$,10 分

$\therefore f_{\min}(x) = f(2) = -6, f_{\max}(x) = f(-2) = f(4) = 26$11 分

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[-3, 4]$ 的值域为 $[-6, 26]$12 分

18. 解:(I)由题意得 $\bar{x} = \frac{1}{5}(12 + 11 + 10 + 9 + 8) = 10$,1 分

$$\bar{y} = \frac{1}{5}(5 + 6 + 8 + 10 + 11) = 8. \quad \text{.....2 分}$$

$$\because \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -16, \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 10. \quad \text{.....4 分}$$

$$\therefore \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = -1.6, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 24. \quad \text{.....6 分}$$

$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = -1.6x + 24$8 分

(II)当 $x = 6$ 时, $\hat{y} = 14.4 < 15$10 分

$\therefore$ 当该产品定价为 6 万元时需求量不超过 15 吨.12 分

19. 解:(I)如图,连接 AB_1 .

$$\because AB = AA_1 = 2,$$

∴ 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中四边形 A_1ABB_1 为正方形.

∴ $AB_1 \perp A_1B$.

.....1分

又 $A_1B \perp B_1C$, $B_1C \cap AB_1 = B_1$, $AB_1, B_1C \subset$ 平面 AB_1C ,

∴ $A_1B \perp$ 平面 AB_1C .

.....3分

∵ $AC \subset$ 平面 AB_1C ,

∴ $A_1B \perp AC$.

又 $A_1A \perp AC$, $A_1B \cap A_1A = A_1$, $A_1A, A_1B \subset$ 平面 A_1ABB_1 ,

∴ $AC \perp$ 平面 A_1ABB_1 .

.....5分

(II) 由题意设 $BD = AE = t$, 则 $AD = AB - BD = 2 - t$.

∴ $V_{A-A_1DE} = V_{A_1-ADE} = \frac{1}{3} S_{\triangle ADE} \cdot AA_1 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} t(2-t) \times 2$.

.....6分

∴ $t(2-t) \leq \left(\frac{t+2-t}{2}\right)^2 = 1$ (当且仅当 $t=1$ 时取等号),

∴ $V_{A-A_1DE} \leq \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = \frac{1}{3}$, 此时 D, E 分别为棱 AB, AC 的中点.

.....7分

以 A 为坐标原点, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AA_1}$ 的方向分别为 x 轴, y 轴, z 轴正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系 $Axyz$.

则 $A(0,0,0), A_1(0,0,2), D(1,0,0), E(0,1,0), \overrightarrow{DA_1} = (-1,0,2), \overrightarrow{DE} = (-1,1,0)$.

设平面 DA_1E 的一个法向量为 $\mathbf{m} = (x, y, z)$.

由 $\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DA_1} = 0, \\ \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DE} = 0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -x + 2z = 0, \\ -x + y = 0. \end{cases}$ 令 $x = 2$, 得 $\mathbf{m} = (2, 2, 1)$.

.....9分

又平面 DA_1A 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (0, 1, 0)$.

.....10分

设二面角 $A - DA_1 - E$ 的平面角为 θ .

∴ $|\cos \theta| = |\cos \langle \mathbf{m}, \mathbf{n} \rangle| = \left| \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{m}| |\mathbf{n}|} \right| = \frac{2}{3}$,

.....11分

结合图形, 易知二面角 $A - DA_1 - E$ 为锐角.

∴ 二面角 $A - DA_1 - E$ 的余弦值为 $\frac{2}{3}$.

.....12分

20. 解: (I) ∵ 椭圆 E 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 且椭圆 E 上的点到其左、右焦点距离之和为 4,

∴ $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ 且 $2a = 4$. 解得 $a = 2, c = 1$.

.....2分

∴ $a^2 = 4, b^2 = a^2 - c^2 = 3$.

.....3分

∴ 椭圆 E 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

.....4分

(II) 由题意知直线 l 的斜率为 0 时显然不成立.

.....5分

设直线 l 的方程为 $x = my - 1$, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

由 $\begin{cases} x = my - 1, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$ 消去 x , 得 $(3m^2 + 4)y^2 - 6my - 9 = 0$.

显然 $\Delta = 144(m^2 + 1) > 0$.

则 $y_1 + y_2 = \frac{6m}{3m^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{-9}{3m^2 + 4}$6 分

$$\therefore \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{3m}{3m^2 + 4}, \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{my_1 - 1 + my_2 - 1}{2} = \frac{-4}{3m^2 + 4}.$$

$\therefore M$ 为 AB 的中点, $\therefore M(\frac{-4}{3m^2 + 4}, \frac{3m}{3m^2 + 4})$.

$\therefore \overrightarrow{ON} = \lambda \overrightarrow{OM}, \therefore N(\frac{-4\lambda}{3m^2 + 4}, \frac{3\lambda m}{3m^2 + 4})$.

又点 N 在椭圆 E 上, 则 $\frac{(\frac{-4\lambda}{3m^2 + 4})^2}{4} + \frac{(\frac{3\lambda m}{3m^2 + 4})^2}{3} = 1$.

解得 $3m^2 + 4 = \lambda^2$8 分

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} |OF| |y_1 - y_2| = \frac{1}{2} \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = \frac{6\sqrt{m^2 + 1}}{3m^2 + 4}.$$

$\therefore \overrightarrow{ON} = \lambda \overrightarrow{OM}$,

$\therefore$ 四边形 $AOBN$ 的面积

$$S_{AOBN} = \lambda S_{\triangle AOB} = \frac{6\lambda \sqrt{m^2 + 1}}{3m^2 + 4} = \frac{6\lambda \sqrt{m^2 + 1}}{\lambda^2} = \frac{6\sqrt{\frac{\lambda^2}{3} - \frac{1}{3}}}{\lambda} = 6\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{1}{3\lambda^2}}.$$

.....10 分

$\therefore \lambda^2 = 3m^2 + 4 \geq 4$,

$\therefore S_{AOBN} = 6\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{1}{3\lambda^2}} \geq 3$ (当且仅当 $\lambda = 2$ 时取等号).

$\therefore$ 当 $\lambda = 2$ 时, 四边形 $AOBN$ 面积最小值为 3.

.....12 分

21. 解: (I) 当 $a = -2$ 时, 函数 $f(x) = \ln x - 2x^2$ 定义域为 $(0, +\infty)$,

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 4x = \frac{1 - 4x^2}{x} (x > 0).$$

.....2 分

由 $f'(x) > 0$, 解得 $0 < x < \frac{1}{2}$; 由 $f'(x) < 0$, 解得 $x > \frac{1}{2}$.

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0, \frac{1}{2})$, 单调递减区间为 $(\frac{1}{2}, +\infty)$4 分

(II) 由题意当 $x > 1$ 时, $f(x) < e^x$. 整理得 $a < \frac{e^x - \ln x}{x^2}$.

令函数 $g(x) = \frac{e^x - \ln x}{x^2} (x > 1)$.

.....6 分

$$\text{则 } g'(x) = \frac{(\frac{e^x}{x} - \frac{1}{x^2})x^2 - 2x(e^x - \ln x)}{x^4} = \frac{(x - 2)e^x + 2\ln x - 1}{x^3}.$$

令 $h(x) = (x - 2)e^x + 2\ln x - 1 (x > 1)$. 则 $h'(x) = (x - 1)e^x + \frac{2}{x}$.

当 $x > 1$ 时, $h'(x) > 0$ 恒成立.

∴ $h(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 单调递增.

……8 分

$$\text{又 } \because h\left(\frac{3}{2}\right) = 2\ln \frac{3}{2} - 1 - \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} < 0, h(2) = 2\ln 2 - 1 > 0,$$

$$\therefore \exists x_0 \in \left(\frac{3}{2}, 2\right), \text{使得 } h(x_0) = 0, \text{即 } -\ln x_0 = \left(\frac{x_0}{2} - 1\right)e^{x_0} - \frac{1}{2}.$$

∴ $x \in (1, x_0)$ 时, $h(x) < 0$; $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $h(x) > 0$.

∴ $g(x)$ 在 $(1, x_0)$ 单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 单调递增,

……10 分

$$\text{则 } g(x_0) = \frac{e^{x_0} - \ln x_0}{x_0^2} = \frac{e^{x_0} + \left(\frac{x_0}{2} - 1\right)e^{x_0} - \frac{1}{2}}{x_0^2} = \frac{\frac{x_0}{2}e^{x_0} - \frac{1}{2}}{x_0^2} = \frac{e^{x_0}}{2x_0} - \frac{1}{2x_0^2}.$$

$$\text{令函数 } \varphi(x) = \frac{e^x}{2x} - \frac{1}{2x^2} (x > 1). \text{ 则 } \varphi'(x) = \frac{e^x(x-1)}{2x^2} + \frac{1}{x^3} > 0.$$

∴ $\varphi(x)$ 在 $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ 单调递增.

$$\therefore \varphi\left(\frac{3}{2}\right) < g(x_0) < \varphi(2).$$

$$\text{又 } \varphi\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3}e^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{9} > 1 \Leftrightarrow e > \sqrt[3]{\frac{121}{9}}, \text{ 而 } \sqrt[3]{\frac{121}{9}} = \sqrt[3]{\frac{363}{27}} < \sqrt[3]{\frac{512}{27}} = \frac{8}{3} < e,$$

$$\therefore \varphi\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3}e^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{9} > 1. \text{ 又 } \varphi(2) = \frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{8} < 2,$$

$$\therefore a < g_{\min}(x) = g(x_0) \in (1, 2).$$

∴ 整数 a 的最大值为 1.

……12 分

22. 解: (I) 由曲线 C_1 的参数方程消去参数 t , 得曲线 C_1 的普通方程为 $x^2 = 4y$.

……2 分

$$\because x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta,$$

化简得曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x + y - 5 = 0$.

……4 分

$$\text{(II) 由题意得曲线 } C_2 \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}m, \\ y = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}m \end{cases} \quad (m \text{ 为参数}).$$

……6 分

$$\text{将其代入 } x^2 = 4y, \text{ 得 } m^2 - 8\sqrt{2}m - 16 = 0.$$

……7 分

$$\Delta = (8\sqrt{2})^2 + 64 = 192 > 0.$$

设 A, B 两点对应的参数分别为 m_1, m_2 .

$$\text{则 } m_1 + m_2 = 8\sqrt{2}, m_1 m_2 = -16.$$

……8 分

则 m_1, m_2 为一正一负,

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|} &= \frac{1}{|m_1|} + \frac{1}{|m_2|} = \frac{|m_1| + |m_2|}{|m_1||m_2|} = \frac{|m_1 - m_2|}{|m_1||m_2|} \\ &= \frac{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 - 4m_1 m_2}}{|m_1 m_2|} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

……10 分