

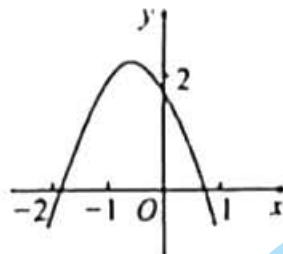


本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部

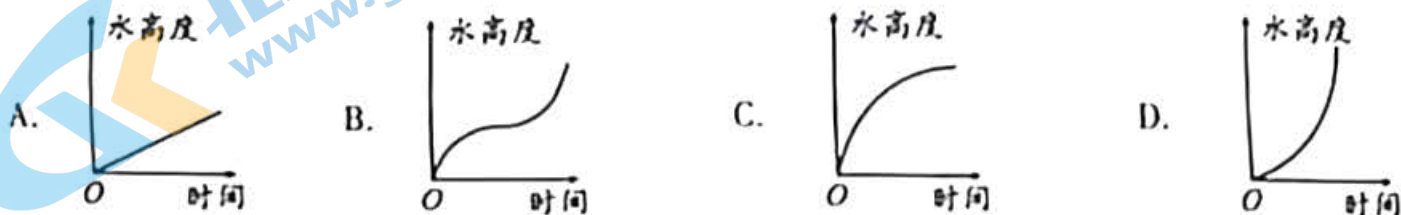
第I卷(选择题 共60分)

一、选择题(本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 命题“ $\exists x \in [0,1], x^3 + x^2 > 1$ ”的否定是()
A. $\forall x \in [0,1], x^3 + x^2 \leq 1$ B. $\exists x \in [0,1], x^3 + x^2 \leq 1$
C. $\forall x \notin [0,1], x^3 + x^2 \leq 1$ D. $\exists x \notin [0,1], x^3 + x^2 > 1$
2. 已知集合 $M = \{-2, -1, 0, 1\}$, $N = \{x | x^2 - x - 6 < 0, x \in \mathbb{N}\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
3. 设函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 且当 $-1 \leq x \leq 0$ 时, $f(x) = x - 1$, 则 $f(\frac{1}{2}) =$ ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$
4. 二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 记抛物线与 x 轴交点的横坐标分别为 x_1, x_2 , 其中 $-2 < x_1 < -1, 0 < x_2 < 1$, 则下列说法不正确的是()



- A. $c < 2$ B. $4a - 2b + c < 0$ C. $4ac - b^2 < 0$ D. $a + b > 0$
5. 将水注入如图所示的玻璃容器中, 从空瓶到注满, 单位时间内进水量相同, 能正确反映该玻璃容器中水面的高度与时间关系的图象是()



一上学期11月期中考 版) 试题

。满分150分,考试时间120分钟。请在答题卷上作答。

6. 对于任意实数 x ,用 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数,例如: $[\pi]=3$, $[2]=2$, $[-1.9]=-2$,则

“ $x > y$ ”是“ $[x] > [y]$ ”的()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 若 $a > 0$, $b > 0$ 且 $a+b=4$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值为()

A. 2

B. $\frac{8}{3}$

C. 3

D. $\frac{10}{3}$

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x) = x^3 f\left(\frac{1}{x}\right)$ ($x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$),

$f(x) + f(y) - 2xy = f(x+y)$, 则 $f(4)$ 的值是()

A. -20

B. -16

C. -12

D. -10

二、选择题(本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.)

9. 若 $2 \in \{1, a^2 - 3a + 2, a + 1\}$, 则实数 a 的取值可能为()

A. 0

B. 3

C. 1

D. -1

10. 下列命题是真命题的是()

A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 4x + 5 > 0$

B. $\exists x \in \mathbf{Q}, x^2 = 5$

C. $\forall x \in \mathbf{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$

D. $\exists x \in \mathbf{Z}, 3x^2 - 2x - 1 = 0$

11. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $\left(\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$, 则()

A. $f(x)$ 的定义域为全体实数

B. $f(x)$ 的值域是 $(0, +\infty)$

C. $f(x)$ 为偶函数

D. 若 $x_2 > x_1 > 0$, 则 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$

12. 已知奇函数 $f(x)$ 与偶函数 $g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 在区间 (a, b) ($a < b$)上都是增函数, 则()

A. $f(x)$ 在区间 $(-b, -a)$ 上是增函数

B. $g(x)$ 在区间 $(-b, -a)$ 上是增函数

C. $\frac{f(x)}{g(x)}$ 是奇函数, 且在区间 (a, b) 上是增函数

D. $f(x) \bullet g(x)$ 不具有奇偶性, 且在区间 (a, b) 上的单调性不确定

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

三、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 已知 $ab > 0, a + 2b = 1$, 则 $a^2 + 4b^2$ 的最小值为_____.

14. 设集合 A 满足 $\{-1, 2\} \subseteq A \subseteq \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 则满足条件的 A 有_____个.

15. 若函数 $f(x) = 2x^2 + mx - 1$ 对于任意 $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$, $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是_____.

16. 已知 $f(x) = -\frac{1}{x} + x$, $g(x) = x^2 - 4x - 3$, 若 $\forall x_1 \in [-2, -1], \exists x_2 \in [1, a], f(x_1) < g(x_2)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题 (本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分)

已知集合 $P = \{x | 2x^2 - 5x - 3 \leq 0\}, Q = \{x | a \leq x \leq a + 1\}, a \in \mathbb{R}$.

(1) 若 $P \cap Q = Q$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $P \cap Q \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$.

(1) 试用单调性定义判断 $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上的单调性;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上的最大值与最小值的差.

19. (本小题满分12分)

已知幂函数 $f(x) = (2m^2 - 2m - 3)x^{\frac{m}{2}}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

(1) 求 $f(8)$ 的值;

(2) 解不等式: $f(x^2 + 2x) < f(x + 6)$.

20. (本小题满分12分)

已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + a = 0\}$, $C = \{x | x^2 - mx + 3 \geq 0\}$.

(1) 若命题 $P: " \forall x \in B, 都有 x \in A "$ 为真命题, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 " $x \in C$ " 是 " $x \in A$ " 的必要条件, 求实数 m 的取值范围.

21. (本小题满分12分)

已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足: 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若存在 $x_1, x_2 \in [-4, 4]$, 使得 $|f(x_1) - f(x_2)| \geq m$ 成立, 求实数 m 的取值范围.

22. (本小题满分12分)

2023年, 8月29日, 华为Mate60Pro在华为商城正式上线, 成为全球首款支持卫星通话的大众智能手机. 近年来, 中美贸易摩擦不断, 特别是美国对我国华为的限制, 尽管美国对华为极力封锁, 百般刁难, 并不断加大对各国的施压, 拉拢他们抵制华为5G, 然而这并没有让华为却步. 为了进一步增加市场竞争力, 华为公司计划在2022年利用新技术生产某款新手机, 通过市场分析, 生产此款手机全年需投入固定成本300万, 每生产一千部手机, 需另投入成本 $f(x)$ 万元, 且

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 180, & 0 < x \leq 30 \\ 602 + \frac{20000}{x(x+10)} - \frac{10000}{x}, & 30 < x \leq 110 \end{cases}, \text{由市场调研知此款手机售价0.6万元, 且每年内}$$

生产的手机当年能全部销售完.

(1) 求出2022年的利润 $g(x)$ (万元) 关于年产量 x (千部) 的解析式;

(2) 2022年年产量为多少千部时, 企业所获利润最大? 最大利润是多少?