

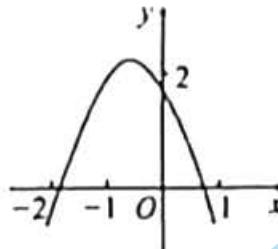


本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分。

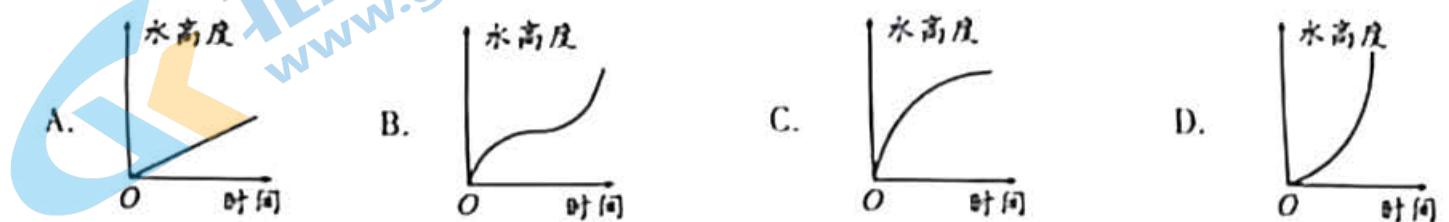
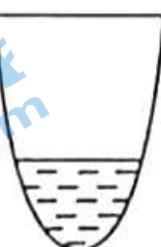
## 第I卷(选择题 共60分)

一、选择题(本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 命题“ $\exists x \in [0,1], x^3 + x^2 > 1$ ”的否定是( )
- A.  $\forall x \in [0,1], x^3 + x^2 \leq 1$       B.  $\exists x \in [0,1], x^3 + x^2 \leq 1$   
C.  $\forall x \notin [0,1], x^3 + x^2 \leq 1$       D.  $\exists x \notin [0,1], x^3 + x^2 > 1$
2. 已知集合  $M = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $N = \{x | x^2 - x - 6 < 0, x \in \mathbb{N}\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )
- A.  $\{1\}$       B.  $\{0, 1\}$       C.  $\{-1, 0, 1\}$       D.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
3. 设函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数, 且当  $-1 \leq x \leq 0$  时,  $f(x) = x - 1$ , 则  $f\left(\frac{1}{2}\right) =$  ( )
- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $-\frac{3}{2}$       D.  $\frac{3}{2}$
4. 二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象如图所示, 记抛物线与  $x$  轴交点的横坐标分别为  $x_1$ ,  $x_2$ , 其中  $-2 < x_1 < -1$ ,  $0 < x_2 < 1$ , 则下列说法不正确的是( )



- A.  $c < 2$       B.  $4a - 2b + c < 0$       C.  $4ac - b^2 < 0$       D.  $a + b > 0$
5. 将水注入如图所示的玻璃容器中, 从空瓶到注满, 单位时间内进水量相同, 能正确反映该玻璃容器中水面的高度与时间关系的图象是( )



# 一上学期11月期中考 版) 试题

。满分150分, 考试时间120分钟。请在答题卷上作答。

6. 对于任意实数 $x$ , 用 $[x]$ 表示不大于 $x$ 的最大整数, 例如:  $[\pi]=3$ ,  $[2]=2$ ,  $[-1.9]=-2$ , 则

“ $x > y$ ”是“ $[x] > [y]$ ”的( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 若 $a > 0$ ,  $b > 0$ 且 $a+b=4$ , 则 $\frac{b}{a}+\frac{4}{b}$ 的最小值为( )

A. 2

B.  $\frac{8}{3}$

C. 3

D.  $\frac{10}{3}$

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$ , 且 $f(x)=x^3f\left(\frac{1}{x}\right)(x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty))$ ,

$f(x)+f(y)-2xy=f(x+y)$ , 则 $f(4)$ 的值是( )

A. -20

B. -16

C. -12

D. -10

二、选择题(本题共4小题, 每小题5分, 共20分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。

全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分。)

9. 若 $2 \in \{1, a^2 - 3a + 2, a + 1\}$ , 则实数 $a$ 的取值可能为( )

A. 0

B. 3

C. 1

D. -1

10. 下列命题是真命题的是( )

A.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 4x + 5 > 0$

B.  $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 5$

C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$

D.  $\exists x \in \mathbb{Z}, 3x^2 - 2x - 1 = 0$

11. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $\left(\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$ , 则( )

A.  $f(x)$ 的定义域为全体实数

B.  $f(x)$ 的值域是 $(0, +\infty)$

C.  $f(x)$ 为偶函数

D. 若 $x_2 > x_1 > 0$ , 则 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$

12. 已知奇函数 $f(x)$ 与偶函数 $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbb{R}$ , 在区间 $(a, b)(a < b)$ 上都是增函数, 则( )

A.  $f(x)$ 在区间 $(-b, -a)$ 上是增函数

B.  $g(x)$ 在区间 $(-b, -a)$ 上是增函数

- C.  $\frac{f(x)}{g(x)}$  是奇函数，且在区间  $(a, b)$  上是增函数  
D.  $f(x) \bullet g(x)$  不具有奇偶性，且在区间  $(a, b)$  上的单调性不确定

## 第II卷 (非选择题 共 90 分)

### 三、填空题 (本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。)

13. 已知  $ab > 0, a + 2b = 1$ ，则  $a^2 + 4b^2$  的最小值为\_\_\_\_\_.
14. 设集合  $A$  满足  $\{-1, 2\} \subseteq A \subsetneq \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，则满足条件的  $A$  有\_\_\_\_\_个.
15. 若函数  $f(x) = 2x^2 + mx - 1$  对于任意  $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$ ， $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$  恒成立，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 已知  $f(x) = -\frac{1}{x} + x$ ， $g(x) = x^2 - 4x - 3$ ，若  $\forall x_1 \in [-2, -1], \exists x_2 \in [1, a]$ ， $f(x_1) < g(x_2)$  成立，则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 四、解答题 (本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。)

17. (本小题满分 10 分)

已知集合  $P = \{x | 2x^2 - 5x - 3 \leq 0\}$ ,  $Q = \{x | a \leq x \leq a + 1\}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

(1) 若  $P \cap Q = Q$ ，求实数  $a$  的取值范围；

(2) 若  $P \cap Q \neq \emptyset$ ，求实数  $a$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ .

(1) 试用单调性定义判断  $f(x)$  在  $[2, 3]$  上的单调性；

(2) 求函数  $f(x)$  在  $[2, 3]$  上的最大值与最小值的差.

## 19. (本小题满分 12 分)

已知幂函数  $f(x) = (2m^2 - 2m - 3)x^{\frac{m}{2}}$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减.

(1) 求  $f(8)$  的值;

(2) 解不等式:  $f(x^2 + 2x) < f(x + 6)$ .

## 20. (本小题满分 12 分)

已知集合  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 2ax + a = 0\}$ ,  $C = \{x \mid x^2 - mx + 3 \geq 0\}$ .

(1) 若命题  $P$ : “ $\forall x \in B$ , 都有  $x \in A$ ”为真命题, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若 “ $x \in C$ ”是 “ $x \in A$ ”的必要条件, 求实数  $m$  的取值范围.

## 21. (本小题满分 12 分)

已知定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足: 当  $x > 0$  时,  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 若存在  $x_1, x_2 \in [-4, 4]$ , 使得  $|f(x_1) - f(x_2)| \geq m$  成立, 求实数  $m$  的取值范围.

## 22. (本小题满分 12 分)

2023 年, 8 月 29 日, 华为 Mate60Pro 在华为商城正式上线, 成为全球首款支持卫星通话的大众智能手机. 近年来, 中美贸易摩擦不断, 特别是美国对我国华为的限制. 尽管美国对华为极力封锁, 百般刁难, 并不断加大对各国的施压, 拉拢他们抵制华为 5G, 然而这并没有让华为却步. 为了进一步增加市场竞争力, 华为公司计划在 2022 年利用新技术生产某款新手机, 通过市场分析, 生产此款手机全年需投入固定成本 300 万, 每生产一千部手机, 需另投入成本  $f(x)$  万元, 且

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 180, & 0 < x \leq 30 \\ 602 + \frac{20000}{x(x+10)} - 10000, & 30 < x \leq 110 \end{cases}$$

由市场调研知此款手机售价 0.6 万元, 且每年内生产的手机当年能全部销售完.

(1) 求出 2022 年的利润  $g(x)$  (万元) 关于年产量  $x$  (千部) 的解析式;

(2) 2022 年年产量为多少千部时, 企业所获利润最大? 最大利润是多少?