

绝密★启用前

高三数学试卷(理科)

(考试时间:120 分钟 试卷满分:150 分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

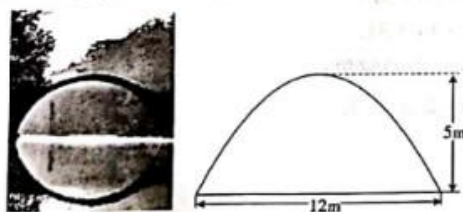
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x^2 > 4\}$, $A \cap B = \{x | x < -2\}$, 则集合 B 可以为
 A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{x | -3 < x < 1\}$
 C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | x > -3\}$
2. $\frac{(1-2i)^3}{i}$ 在复平面内对应的点位于
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 从某小学随机抽取 100 名学生,将他们的身高(单位:厘米)分布情况汇总如下:

身高	(100,110]	(110,120]	(120,130]	(130,140]	(140,150]
频数	5	35	30	20	10

- 由此表估计这 100 名小学生身高的中位数为(结果保留 4 位有效数字)
- A. 119.3 B. 119.7 C. 123.3 D. 126.7
4. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + 2 + a, & x \leq 1, \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1), & x > 1 \end{cases}$ 有最大值,则 a 的取值范围为
 A. $(-5, +\infty)$ B. $[-5, +\infty)$ C. $(-\infty, -5)$ D. $(-\infty, -5]$

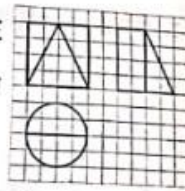
5. 位于德国东部萨克森州的莱科勃克桥(如图所示)有“仙境之桥”之称,它的桥形可近似地看成抛物线,该桥的高度为 5 m,跨径为 12 m,则桥形对应的抛物线的焦点到准线的距离为



- A. $\frac{25}{12}$ m B. $\frac{25}{6}$ m C. $\frac{9}{5}$ m D. $\frac{18}{5}$ m

【※高三数学试卷 第 1 页(共 4 页)理科※】

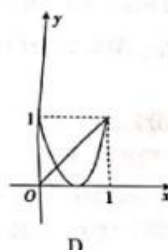
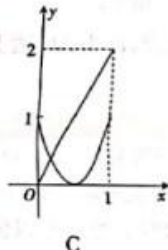
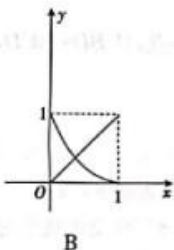
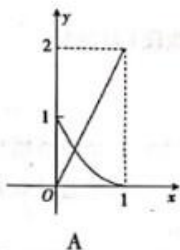
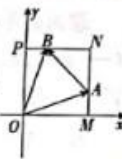
6. 汉朝时,张衡得出圆周率的平方除以 16 等于 $\frac{5}{8}$. 如图,网格纸上的小正方形的边长为 1,粗实线画出的是某几何体的三视图,俯视图中的曲线为圆,利用张衡的结论可得该几何体的体积为



- A. 32
B. 40
C. $\frac{32\sqrt{10}}{3}$
D. $\frac{40\sqrt{10}}{3}$
7. 已知函数 $f(x) = 2\cos^2(2x + \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3}\sin(4x + \frac{\pi}{3})$, 则下列判断错误的是

- A. $f(x)$ 为偶函数
B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称
C. $f(x)$ 的值域为 $[-1, 3]$
D. $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{8}, 0)$ 对称

8. 如图,在直角坐标系 xOy 中,边长为 1 的正方形 $OMNP$ 的两个顶点在坐标轴上,点 A, B 分别在线段 MN, NP 上运动. 设 $PB = MA = x$, 函数 $f(x) = \vec{OA} \cdot \vec{BA}$, $g(x) = \vec{OA} \cdot \vec{OB}$, 则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象为



9. 已知 $m > 0$, 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y+2 \geq 0, \\ x-2 \leq 0, \\ 2x-y+m \geq 0, \end{cases}$ $z = x+y$ 的最大值与最小值的比值为 k , 则

- A. k 为定值 -1
B. k 不是定值, 且 $k < -2$
C. k 为定值 -2
D. k 不是定值, 且 $-2 < k < -1$
10. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_7 = 5, S_5 = -55$, 则 nS_n 的最小值为
- A. -343
B. -324
C. -320
D. -243
11. 过点 $M(-1, 0)$ 引曲线 $C: y = 2x^3 + ax + a$ 的两条切线, 这两条切线与 y 轴分别交于 A, B 两点, 若 $|MA| = |MB|$, 则 $a =$

- A. $-\frac{25}{4}$
B. $-\frac{27}{4}$
C. $-\frac{25}{12}$
D. $-\frac{49}{12}$

12. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱上到直线 A_1B 与 CC_1 的距离相等的点有 3 个, 记这 3 个点分别为 E, F, G , 则直线 AC_1 与平面 EFG 所成角的正弦值为

- A. $\frac{\sqrt{26}}{13}$
B. $\frac{2\sqrt{26}}{13}$
C. $\frac{2\sqrt{78}}{39}$
D. $\frac{4\sqrt{78}}{39}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡中的横线上。

13. $(x - \frac{1}{7x})^7$ 的展开式的第 2 项为 。

14. 若函数 $f(x) = 1 + |x| + \frac{\cos x}{x}$ ，则 $f(\lg 2) + f(\lg \frac{1}{2}) + f(\lg 5) + f(\lg \frac{1}{5}) =$ 。

15. 若存在等比数列 $\{a_n\}$ ，使得 $a_1(a_2 + a_3) = 6a_1 - 9$ ，则公比 q 的取值范围为 。

16. 已知 A, B 分别是双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ 的左、右顶点， P 为 C 上一点，且 P 在第一象限。记直线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 ，当 $2k_1 + k_2$ 取得最小值时， $\triangle PAB$ 的垂心到 x 轴的距离为 。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每道试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $3\sin A = 2\sin B$ ， $\tan C = 2\sqrt{2}$ 。

(1) 证明： $\triangle ABC$ 为等腰三角形。

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{2}$ ， D 为 AC 边上一点，且 $BD = 3CD$ ，求线段 CD 的长。

18. (12 分)

某厂销售部以箱为单位销售某种零件，每箱的定价为 200 元，低于 100 箱按原价销售。不低于 100 箱则有以下两种优惠方案：①以 100 箱为基准，每多 50 箱送 5 箱；②通过双方议价，买方能以优惠 8% 成交的概率为 0.6，以优惠 6% 成交的概率为 0.4。

(1) 甲、乙两单位都要在该厂购买 150 箱这种零件，两单位都选择方案②，且各自达成的成交价格相互独立，求甲单位优惠比例不低于乙单位优惠比例的概率；

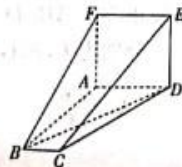
(2) 某单位需要这种零件 650 箱，以购买总价的数学期望为决策依据，试问该单位选择哪种优惠方案更划算？

19. (12分)

如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ADEF$ 为正方形, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $AD = 2BC = 1$.

(1)证明:平面 $ADEF \perp$ 平面 ABF .

(2)若 $AF \perp$ 平面 $ABCD$,二面角 $A-BC-E$ 为 30° ,三棱锥 $A-BDF$ 的外接球的球心为 O ,求二面角 $A-CD-O$ 的余弦值.



【※高三数学试卷 第3页(共4页)理科※】

20. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为 E 上的一个动点,且 $|PF_2|$ 的最大值为 $2 + \sqrt{3}$, E 的离心率与椭圆 $\Omega: \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$ 的离心率相等.

(1)求 E 的方程;

(2)直线 l 与 E 交于 M, N 两点 (M, N 在 x 轴的同侧),当 $F_1M \parallel F_2N$ 时,求四边形 F_1F_2NM 面积的最大值.

21. (12分)

已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 满足 $(x + x \ln x) f'(x) > f(x)$ 对 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立.

(1)判断函数 $g(x) = \frac{f(x)}{1 + \ln x}$ 在 $(1, +\infty)$ 上的单调性,并说明理由;

(2)若 $f(x) = e^x + mx$,求 m 的取值范围.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -2 + \frac{1}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数),以坐标原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,圆 C 的极坐标方程为 $\rho = \sqrt{10}$.

(1)若 l 与 C 相交于 A, B 两点, $P(-2, 0)$,求 $|PA| \cdot |PB|$;

(2)圆 M 的圆心在极轴上,且圆 M 经过极点,若 l 被圆 M 截得的弦长为1,求圆 M 的半径.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

设函数 $f(x) = |x-1| + |x+3|$.

(1)求不等式 $|f(x)-6| < 1$ 的解集;

(2)证明: $4 - x^2 \leq f(x) \leq 2|x| + 4$.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980