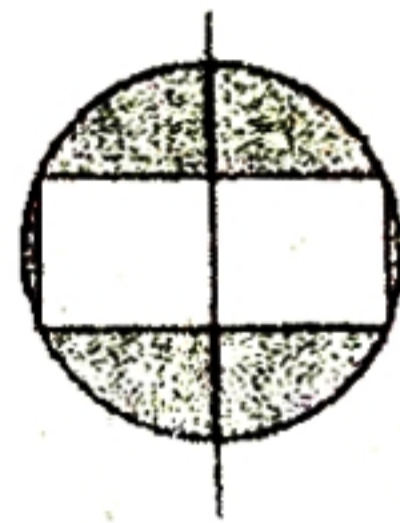


命题人：高宇 崔浩 张志刚

本试卷共 4 页，满分 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题纸交回。

一、选择题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 如图所示的平面结构（阴影部分为实心，空白部分为空心），绕其图中的对称轴旋转一周，形成的几何体为



- A. 一个球  
B. 一个球中间挖去一个棱柱  
C. 一个圆柱  
D. 一个球中间挖去一个圆柱

2. 为了解某地区的中小学生的视力情况，拟从该地区的中小学生中抽取部分学生进行调查，事先已了解到该地区小学、初中、高中三个学段学生的视力情况有较大差异，而男女生视力情况差异不大。在下面的抽样方法中，最合理的抽样方法是

- A. 简单随机抽样  
B. 按学段分层随机抽样  
C. 按性别分层随机抽样  
D. 其他抽样方法

3.  $\cos 8^\circ \cos 22^\circ - \sin 8^\circ \sin 22^\circ =$

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
B.  $\frac{1}{2}$   
C.  $-\frac{1}{2}$   
D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 已知非零向量  $a, b, c$ , 则“ $a \cdot c = b \cdot c$ ”是“ $a = b$ ”的

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件  
D. 既不充分又不必要条件

5. 已知平面向量  $a = (1, -3), b = (4, -2)$ , 若  $\lambda a - b$  与  $a$  垂直, 则实数  $\lambda =$

- A. -2  
B. -1  
C. 1  
D. 2

6. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}^2 = 0$ , 则  $\triangle ABC$  的形状是

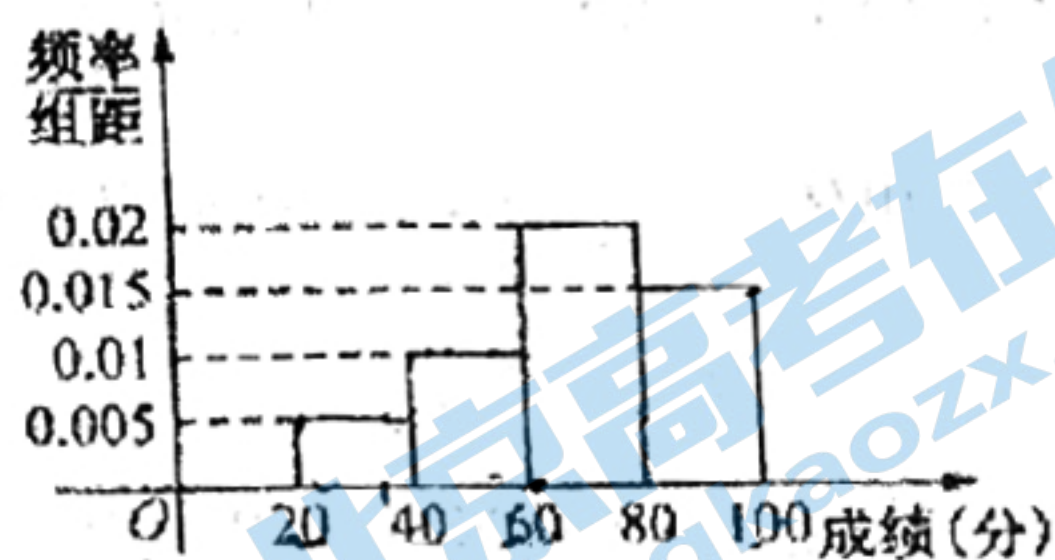
- A.  $\angle C$  为钝角的三角形  
B.  $\angle B$  为直角的直角三角形  
C. 锐角三角形  
D.  $\angle A$  为直角的直角三角形

7. 某数学老师在统计班级 50 位同学的一次数学周测成绩的平均分与方差时, 计算完毕才发现有位同学的分数还未录入, 只好重算一次. 已知原平均分和原方差分别为 91, 2700, 新平均分和新方差分别为  $\bar{x}$ ,  $s^2$ , 若此同学的得分恰好为 91, 则

- A.  $s^2 > 2700$   
B.  $s^2 < 2700$   
C.  $\bar{x} > 91$   
D.  $\bar{x} < 91$

8. 某公司为提高职工政治素养,对全体职工进行了一次时事政治测试,随机抽取了100名职工的成绩,并将其制成如图所示的频率分布直方图.以样本估计总体,则下列结论中正确的是

- A. 该公司职工的测试成绩不低于60分的人数约占总人数的80%
- B. 该公司职工测试成绩的中位数约为75分
- C. 该公司职工测试成绩的平均值约为68分
- D. 该公司职工测试成绩的众数约为60分

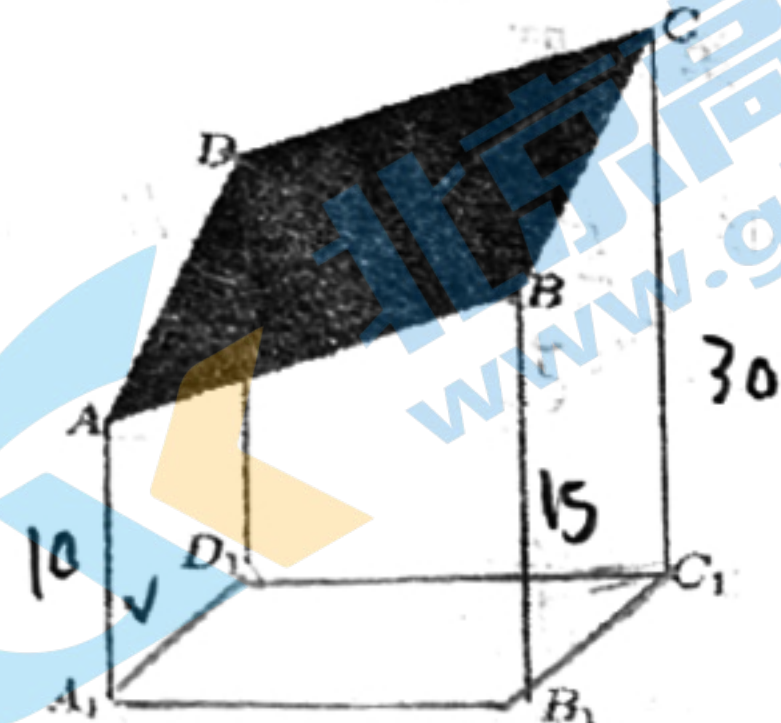


9. 若 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, a=8, b=10, A=30^\circ$ ,则 $B$ 的解的个数是

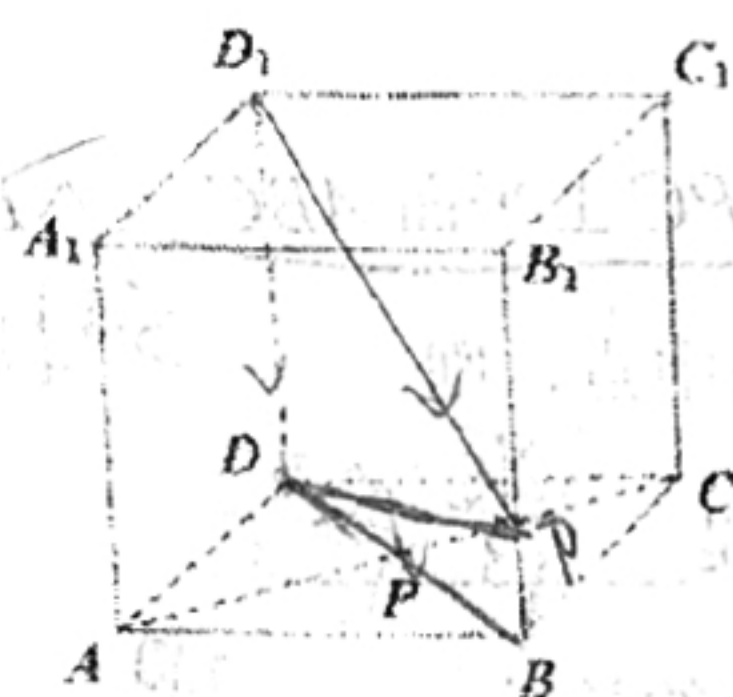
- A. 2
- B. 1
- C. 0
- D. 不确定

10. 在酒泉卫星发射场某试验区,用四根垂直于地面的立柱支撑着一个平行四边形的太阳能电池板(如下图),可测得其中三根立柱 $AA_1, BB_1, CC_1$ 的长度分别为10m、15m、30m,则立柱 $DD_1$ 的长度是

- A. 15m
- B. 20m
- C. 25m
- D. 30m



第10题

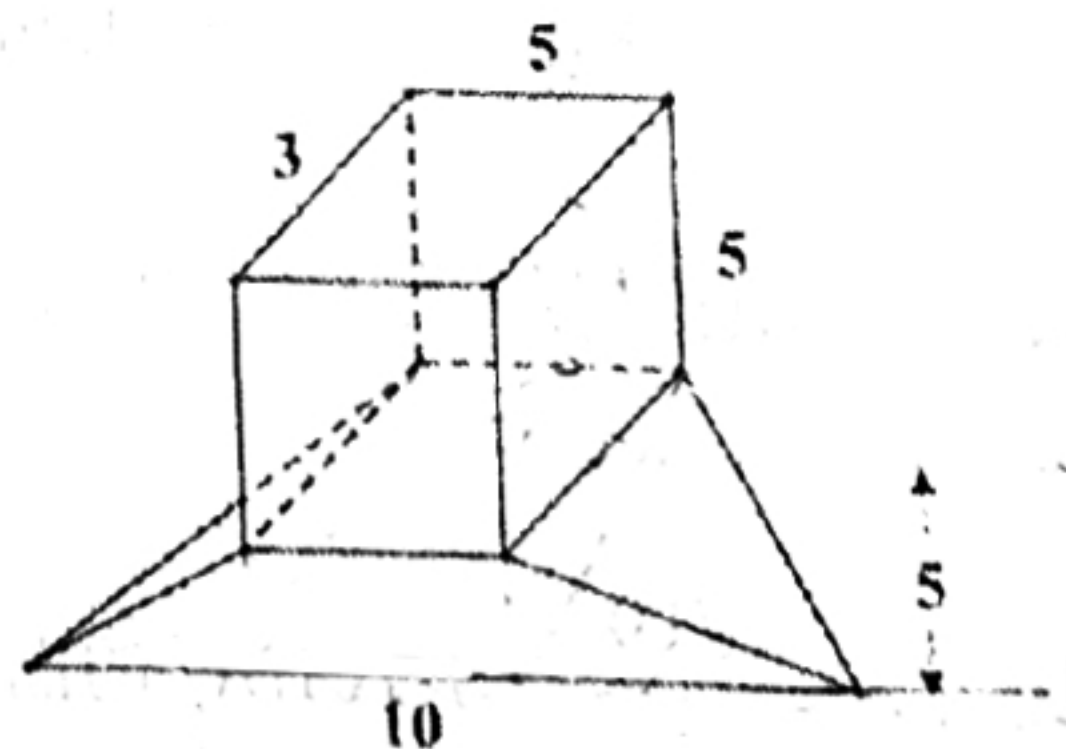


第11题

11. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 $P$ 在面对角线 $AC$ 上运动,下列四个命题中错误的是

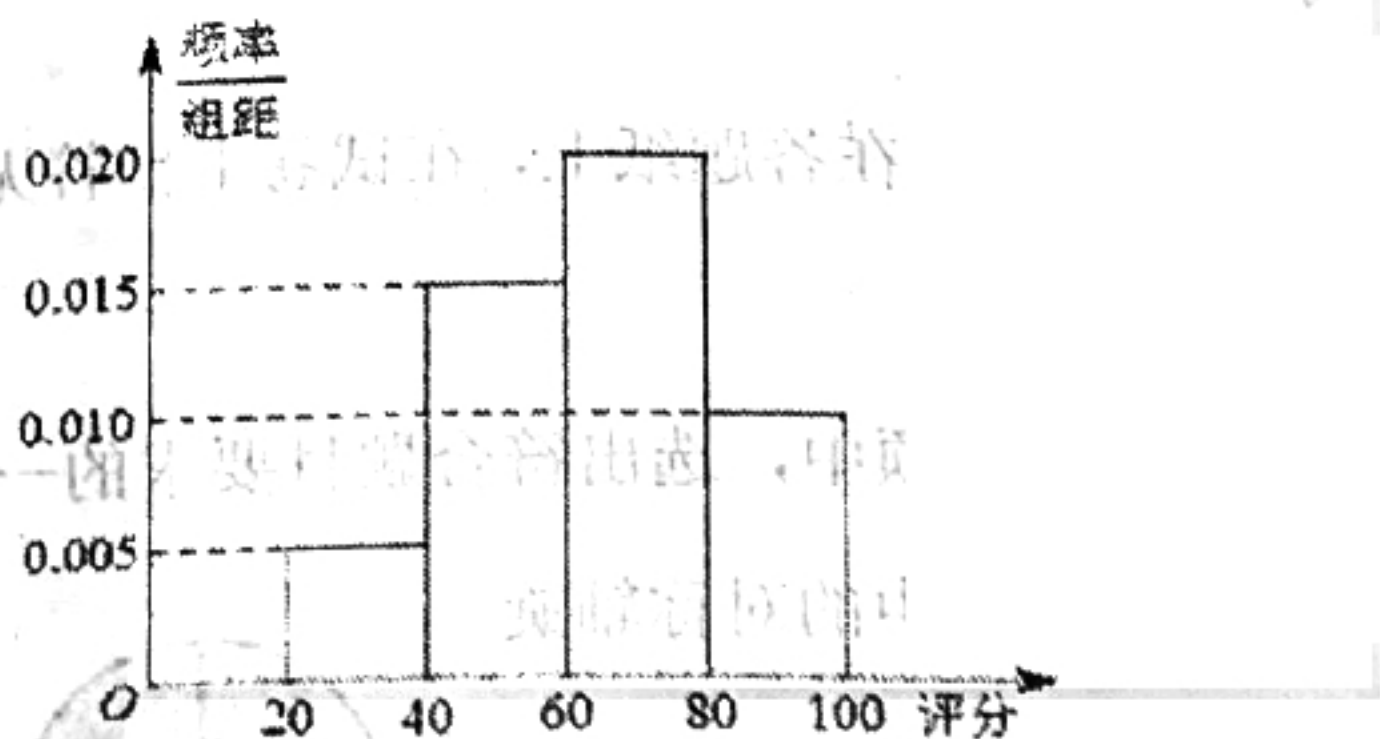
- A.  $D_1P \parallel$  平面  $A_1BC_1$
- B. 平面  $PDB_1 \perp$  平面  $A_1BC_1$
- C. 三棱锥  $A_1-BPC_1$  的体积不变
- D.  $D_1P \perp BD$

12. 钺(yuè)的本字其实是“戍”,是一种斧头.在中国古代,长江流域以南的少数民族都被称为越人,由于民族很杂部落众多,也称“百越”,有学者指出,“越人”的“越”,其含义可能由“戍”而来,意指拿着斧头的人.如图是一把斧子,它的斧头由铁质锻造,形状可以近似看做由上下两个多面体组合而成,上部是一个长方体,下部是一个“楔(xie)形”,其尺寸如图标注(单位:cm),已知铁的比重为 $7.87g/cm^3$ ,斧头上用作安装斧柄的洞眼仍看作实心,这只斧头的质量(单位:g)所在的区间为

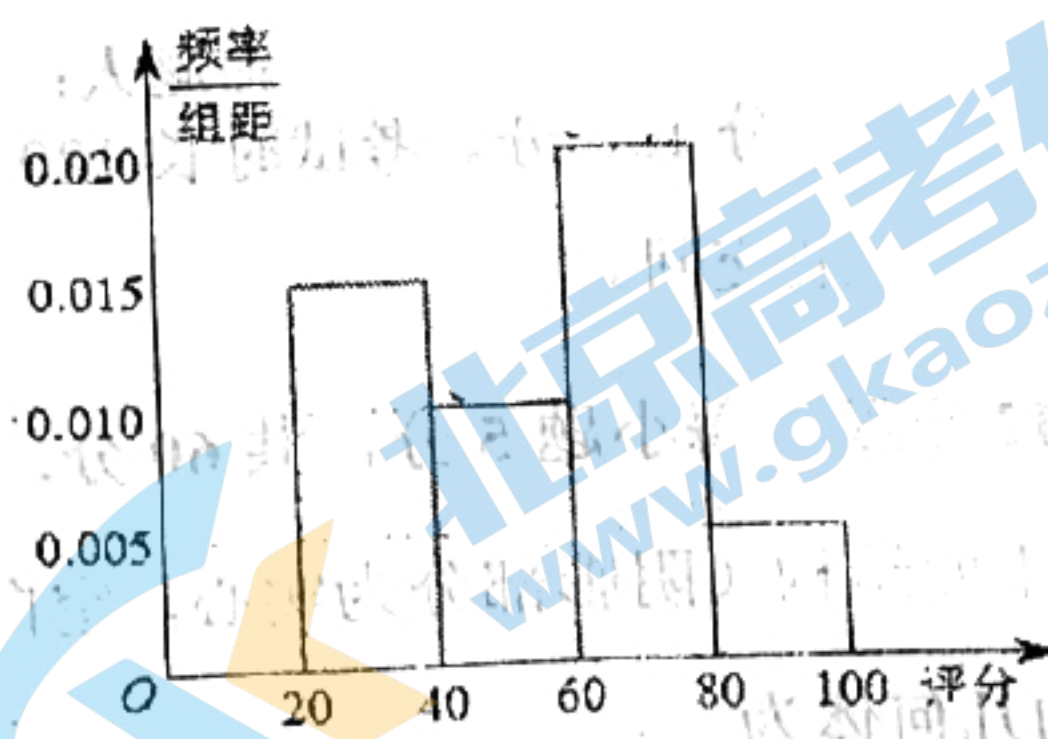


- A. (800,1200)
- B. [1200,1600)
- C. [1600,2000)
- D. {2000,2400)

21. (本小题 12 分) 某公司为了了解用户对其产品的满意程度, 采用分层抽样的方法从 A, B 两个地区共抽取了 500 名用户, 请用户根据满意程度对该公司产品评分. 该公司将收集到的数据按照  $[20,40)$ ,  $[40,60)$ ,  $[60,80)$ ,  $[80,100]$  分组, 绘制成评分频率分布直方图如下:



A 地区用户满意程度评分频率分布直方图



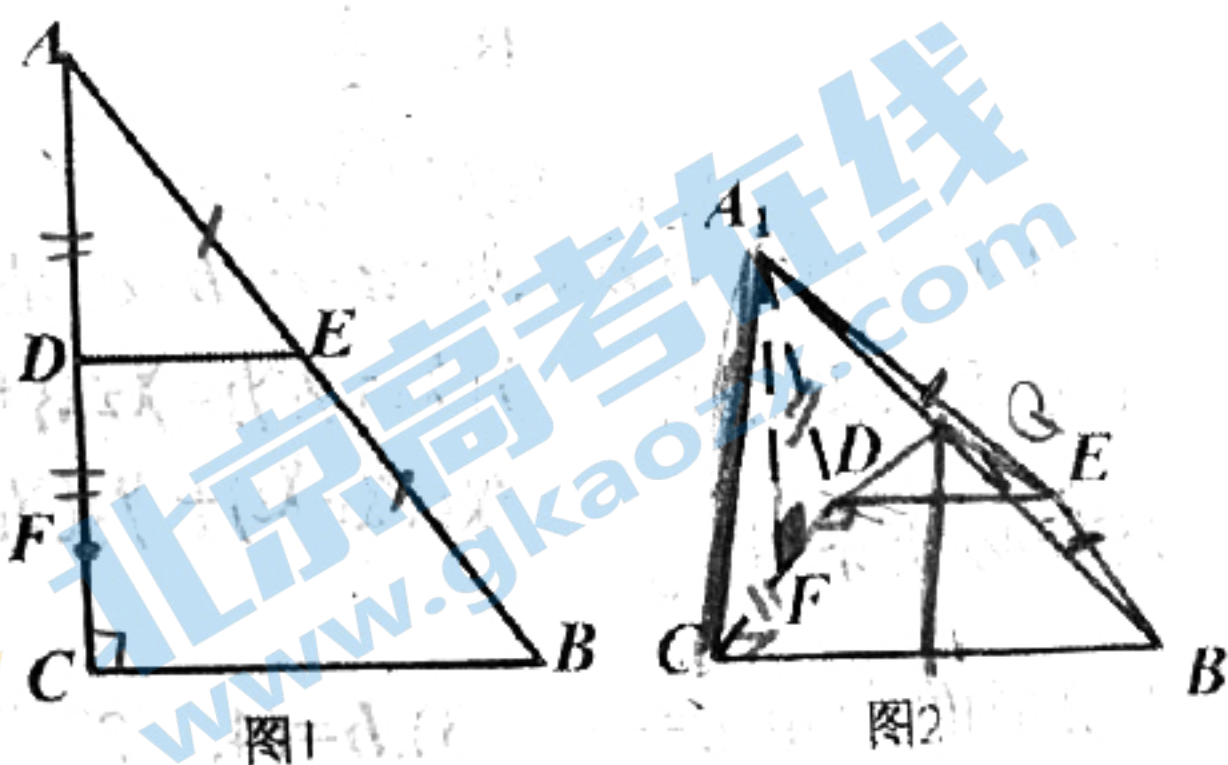
B 地区用户满意程度评分频率分布直方图

已知 A 地区用户约为 40 000 人, B 地区用户约为 10 000 人.

- (I) 求该公司采用分层抽样的方法从 A, B 两个地区分别抽取的用户人数;
- (II) 根据频率分布直方图, 估计 B 地区所有用户中, 对该产品评分不低于 80 分的用户的人数;
- (III) 根据频率分布直方图, 估计 A 地区抽取的 400 名用户对该公司产品的评分的平均值为  $\mu_1$ , B 地区抽取的 100 名用户对该公司产品的评分的平均值为  $\mu_2$ , 以及 A, B 两个地区抽取的 500 名用户对该公司产品的评分的平均值为  $\mu_0$ , 试比较  $\mu_0$  和  $\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$  的大小. (结论不要求证明)

22. (本小题 14 分) 如图 1, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $D, E$  分别为  $AC, AB$  的中点, 点  $F$  为线段  $CD$  上的一点, 将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折起到  $\triangle A_1DE$  的位置, 使  $A_1F \perp CD$ , 如图 2.

- (I) 求证:  $DE \parallel$  平面  $A_1CB$ ;
- (II) 求证:  $A_1F \perp BE$ ;
- (III) 线段  $A_1B$  上是否存在点  $Q$ , 使  $A_1C \perp$  平面  $DEQ$ ? 说明理由.



23. (本小题 14 分) 已知集合  $R^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in R, i = 1, 2, \dots, n\}$  ( $n \geq 1$ ), 定义  $R^n$  上两点

$$A(a_1, a_2, \dots, a_n), B(b_1, b_2, \dots, b_n) \text{ 的距离 } d(A, B) = \sum_{i=1}^n |a_i - b_i|.$$

- (I) 当  $n = 2$  时, 若  $A(1, 2), B(4, 6)$ , 求  $d(A, B)$  的值;
- (II) 当  $n = 2$  时, 证明  $R^2$  中任意三点  $A, B, C$  满足关系  $d(A, B) \leq d(A, C) + d(C, B)$ ;
- (III) 当  $n = 3$  时, 设  $A(0, 0, 0), B(4, 4, 4), P(x, y, z)$ , 其中  $x, y, z \in Z$ ,  $d(A, P) + d(P, B) = d(A, B)$ . 求满足  $P$  点的个数  $n$ , 并证明从这  $n$  个点中任取 11 个点, 其中必存在 4 个

点, 它们共面或者以它们为顶点的三棱锥体积不大于  $\frac{8}{3}$ . 关注北京高者在线官方微博的北京高考资讯(ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息.

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

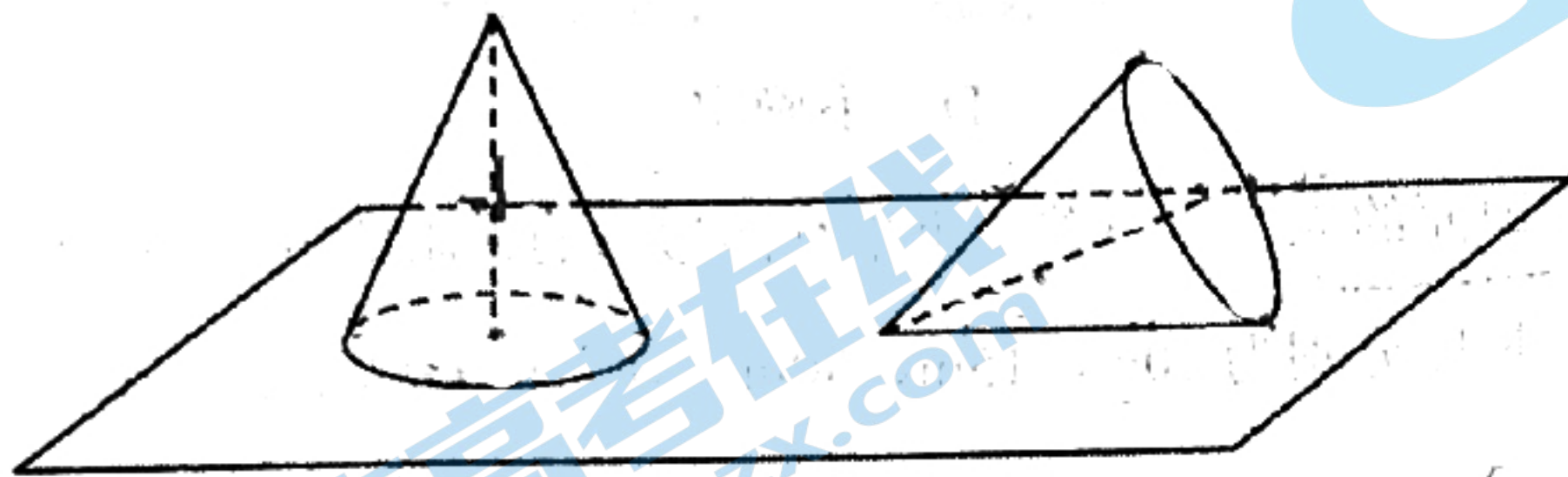
13. 已知向量  $a$  与  $b$  的夹角为  $90^\circ$ ， $|a|=1$ ， $|b|=2$ ，则  $|a-b|$  = \_\_\_\_\_

14. 体积为 1 的正方体的内切球的体积是 \_\_\_\_\_

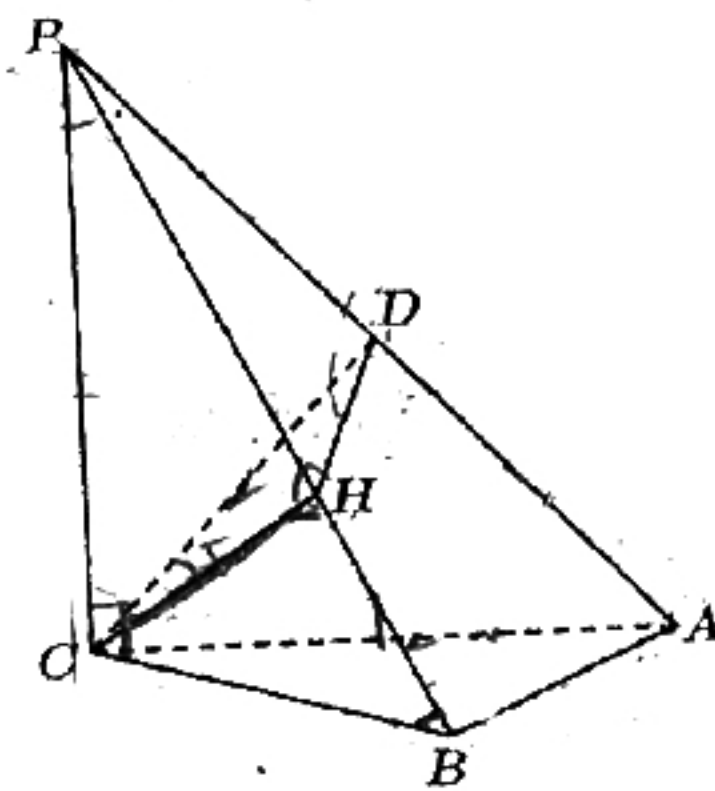
15. 已知  $\sin(\theta - \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}$ ，则  $\sin 2\theta$  的值为 \_\_\_\_\_

16. 写出一个虚数  $z$ ，使得  $z^2 + 3$  为纯虚数，则  $z =$  \_\_\_\_\_

17. 用一个半径为 10 厘米的半圆纸片卷成一个最大的无底圆锥，放在水平桌面上，被一阵风吹倒，如图所示，则它的最高点到桌面的距离是 \_\_\_\_\_



第 17 题



第 18 题

18. 如图，在三棱锥  $P-ABC$  中， $PC \perp$  平面  $ABC$ ， $\triangle PAC$  是等腰三角形， $PA=4$ ， $AB \perp BC$ ， $CH \perp PB$ ，垂足为  $H$ ， $D$  是  $PA$  的中点，则

(1) 当  $CB=2$  时， $\triangle CDH$  的面积是 \_\_\_\_\_

(2) 当  $\triangle CDH$  的面积最大时， $CB$  的长是 \_\_\_\_\_

三、解答题共 5 小题，共 60 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

19. (本小题 10 分) 设向量  $a = (\sqrt{3} \sin x, \sin x)$ ， $b = (\cos x, \sin x)$ ， $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 。

(I) 若  $|a| = |b|$ ，求实数  $x$  的值；

(II) 设函数  $f(x) = a \cdot b$ ，求  $f(x)$  的最大值。

20. (本小题 12 分) 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，若 \_\_\_\_\_

在 ①  $c + c \cos B = \sqrt{3} b \sin C$ ；②  $(a^2 + c^2 - b^2) \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} ac$ ，且  $B > \frac{\pi}{4}$ ；③  $a^2 + c^2 - b^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} S_{\triangle ABC}$

这三个条件中任意选择一个填在横线上，并完成下列问题：

(I) 求角  $B$  的大小；

(II) 若  $b = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ，且  $a + c = \frac{\sqrt{19}}{2}$ ，求  $\triangle ABC$  的面积。