2024届高三一轮复习联考(三) 全国卷

理科数学试题

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟,满分150分

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.已知 M,N 是全集 U 的非空子集,且 $M\subseteq \complement_U N$,则

A.$N\subseteq M$　　B.$M\subseteq N$　　C.$\complement_U M\subseteq \complement_U N$　　D.$N\subseteq \complement_U M$

2.若 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=-2+\mathrm{i}$,则 $|z|=$

A.$\frac{5}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　C.5　　D.$\sqrt{10}$

3.已知非零平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,那么"$\boldsymbol{a}=t\boldsymbol{b}$"是"$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$"的

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

4.若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y+1\geqslant 0,\\ x+y-2\leqslant 0,\\ x-2y-2\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=4x+y$ 的最大值为

A.2　　B.5　　C.8　　D.10

5.记△ABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 $a,b,c,a=4,c=6,B=\frac{\pi}{3}$,则 AC 边上的高为

A.$\frac{\sqrt{21}}{7}$　　B.$\frac{2\sqrt{21}}{7}$　　C.$\frac{3\sqrt{21}}{7}$　　D.$\frac{6\sqrt{21}}{7}$

6.已知某物种 t 年后的种群数量 y 近似满足函数模型:$y=k_0\cdot e^{1.4e-0.125t}$ $(k_0>0)$.自2023年初起,经过 n 年后($n\in\mathbf{N}^*$),当该物种的种群数量不足2023年初的20%时,n 的最小值为(参考数据:$\ln 5\approx 1.6094$)

A.10　　B.11　　C.12　　D.13

7.下列选项中,能判定平面 α 和平面 β 平行的是

A.α 内有无数条直线都与 β 平行

B.α 内的任意一条直线都与 β 平行

C.α 与 β 垂直于同一平面

D.α 与 β 平行于同一直线

8.已知函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-ax}$ 在区间$[0,1]$上是减函数,则实数 a 的取值范围是

A.$(-\infty,2]$

B.$(-\infty,0]$

C.$[2,+\infty)$

D.$[0,+\infty)$

9.已知奇函数 $f(x)=2\cos(\omega x-\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$图象的相邻两个对称中心的距离为 2π,将 $f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度得函数 $g(x)$的图象,则 $g(x)$的图象

A.关于点$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$对称

B.关于点$\left(-\frac{5\pi}{3},0\right)$对称

C.关于直线 $x=-\frac{\pi}{3}$对称

D.关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$对称

10.已知函数 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$,$f(x+1)$为偶函数,$f(4-x)=f(x)$,则

A.函数 $f(x)$为偶函数

B.$f(3)=0$

C.$f\left(\frac{1}{2}\right)=-f\left(\frac{5}{2}\right)$

D.$f(2\ 023)=0$

11.对于一个给定的数列$\{a_n\}$,令 $b_n=\frac{a_{n+1}}{a_n}$,则数列$\{b_n\}$称为数列$\{a_n\}$的一阶商数列,再令 $c_n=\frac{b_{n+1}}{b_n}$,则数列$\{c_n\}$是数列$\{a_n\}$的二阶商数列.已知数列$\{A_n\}$为 1,2,8,64,1 024,…,且它的二阶商数列是常数列,则 $A_7=$

A.2^{15}

B.2^{19}

C.2^{21}

D.2^{28}

12.已知函数 $f(x)=e^x+e^{-x}$,设 $a=f\left(\frac{1}{5}\right)$,$b=f\left(\sin\frac{1}{5}\right)$,$c=f\left(\ln\frac{6}{5}\right)$,则

A.$c<b<a$

B.$a<b<c$

C.$b<a<c$

D.$b<c<a$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2(x+1),x>0,\\ f(x+2),x\leq 0,\end{cases}$ 则 $f(-5)$的值为________.

14.已知 α 为锐角且满足 $1+\frac{\sqrt{3}}{\tan 80^\circ}=\frac{1}{\cos\alpha}$,则 $\sin(\alpha+20^\circ)=$________.

15.已知各项均不为 0 的数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{a_n+1}$,且 $a_1=\frac{1}{2}$,则 $a_{2\,023}=$________.

16.在四棱锥 $M-ABCD$ 中,$BC\,/\!/\,AD$,$AB\perp AD$,$AB=\sqrt{3}$,$AD=3$,$BC=2$,$MA=MB=MD=2\sqrt{3}$,则三棱锥 $M-BCD$ 外接球的表面积为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：60 分。

17.（12 分）已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_9=-99$，$S_4=S_{16}$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若对任意正整数 n，均有 $S_m\leqslant S_n+1$，求正整数 m 的最大值.

18.（12 分）已知向量 $\boldsymbol{m}=\left(2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{12}\right),\sqrt{3}\right)$，向量 $\boldsymbol{n}=\left(\sin\left(x-\dfrac{\pi}{12}\right),\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$，$f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}$.

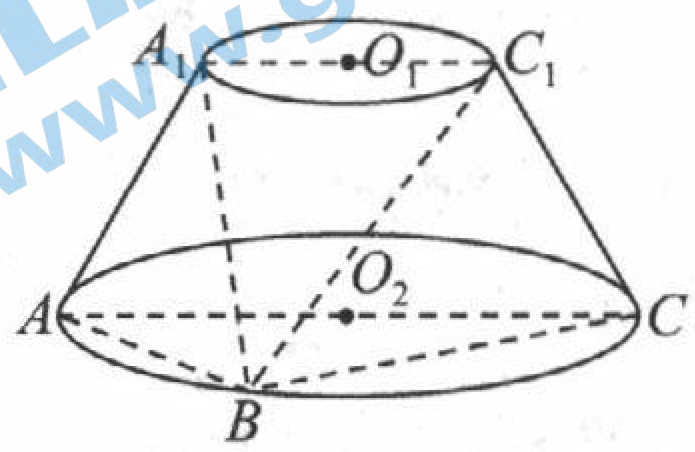
（1）求函数 $f(x)$ 的单调增区间；

（2）若 $g(x)=f(\omega x)-1(\omega>0)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$ 上有唯一的零点，求 ω 的取值范围.

19.（12 分）如图，圆台 O_1O_2 的轴截面为等腰梯形 A_1ACC_1，$AC=4$，$AA_1=A_1C_1=2$，B 为下底面圆周上异于 A，C 的点.

（1）在线段 BC 上是否存在一点 P，使得 C_1P∥平面 A_1AB？若存在，指出点 P 的位置，并证明；若不存在，请说明理由；

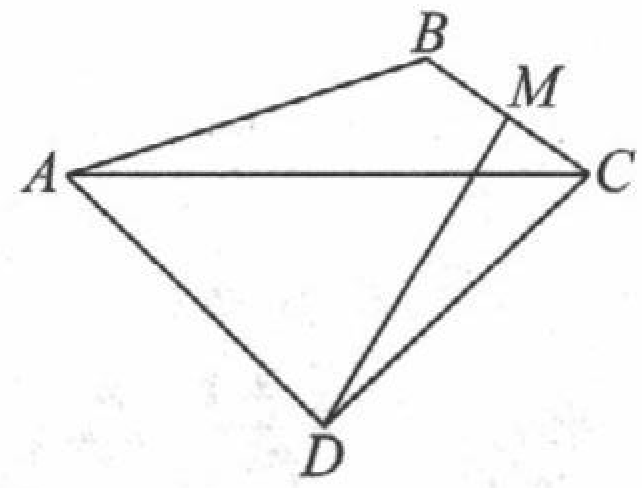
（2）若四棱锥 $B-A_1ACC_1$ 的体积为 $2\sqrt{3}$，求平面 A_1AB 与平面 C_1CB 夹角的余弦值.



20.（12 分）如图，在平面凸四边形 $ABCD$ 中，$AB=2BC=2$，$AD=CD$，$\angle ADC=\dfrac{\pi}{2}$，$M$ 为边 BC 的中点.

（1）若 $\angle ABC=\dfrac{2\pi}{3}$，求$\triangle ACD$ 的面积；

（2）求 DM 的最大值.



21.(12 分)已知函数 $f(x)=x(a\ln x-x-1)$,其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1)当 $a=1$ 时,求证:$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减;

(2)若 $f(x)+x=0$ 有两个不相等的实数根 x_1,x_2.

(ⅰ)求实数 a 的取值范围;

(ⅱ)求证:$x_1\cdot x_2>e^2$.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=5\sin\alpha,\\ y=3\cos\alpha\end{cases}$ (α 为参数),以原点 O 为极点,x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{3}{\sqrt{2}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

(1)求曲线 C 的普通方程;

(2)直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点,$P(-1,2)$,求$||PA|-|PB||$的值.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

(1)求不等式$|x-1|+|x-2|\leqslant 5$ 的解集;

(2)已知 $a,b,c\in\mathbf{R}^+$,且 $a+b+c=1$,求证:$\left(\dfrac{1}{a+b}-1\right)\left(\dfrac{1}{b+c}-1\right)\left(\dfrac{1}{c+a}-1\right)\leqslant\dfrac{1}{8}$.