2024 年高考数学仿真模拟卷(五)（新高考专用）

(时间：120 分钟　满分：150 分)

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．已知复数 $z+2i=\frac{1}{1-i}$，则 $\left|\bar{z}\cdot(1+3i)\right|$ 的值为(　　)

A．$\sqrt{10}$　　B．10　　C．$3\sqrt{5}$　　D．5

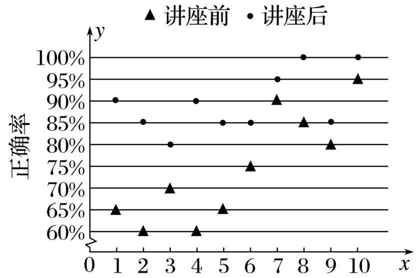
2．(2023·嘉兴模拟)已知集合 $A=\{x|\log_2 x<1\}$，$B=\{x|x^2+x-2\leq0\}$，则 $A\cap B$=(　　)

A．$\{x|-2<x<2\}$　　B．$\{x|-2\leq x\leq1\}$　　C．$\{x|0<x\leq1\}$　　D．$\{x|0<x<2\}$

3．(2023·潍坊模拟)在△ABC 中，$BD=\frac{1}{3}BC$，点 E 是 AD 的中点，记$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{BE}$等于(　　)

A．$-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$　　B．$-\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{6}\boldsymbol{b}$　　C．$-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$　　D．$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\frac{1}{6}\boldsymbol{b}$

4．(2023·邵阳模拟)为加强居民对电信诈骗的认识，提升自我防范的意识和能力，拧紧保障居民生命财产的“安全阀”，某社区开展了“防电信诈骗进社区，筑牢生命财产防线”专题讲座，为了解讲座效果，随机抽取 10 位社区居民，让他们在讲座前和讲座后各回答一份防电信诈骗手段的知识问卷，这 10 位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如图所示，则(　　)



A．讲座前问卷答题的正确率的中位数大于 75%

B．讲座后问卷答题的正确率的众数为 85%

C．讲座前问卷答题的正确率的方差小于讲座后正确率的方差

D．讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

5．(2023·佛山模拟)已知 $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，且 $\cos2\theta-3\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=1$，则 $\tan\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)$=(　　)

A．$2\sqrt{6}$　　B．$\frac{25-4\sqrt{6}}{23}$　　C．$\sqrt{3}-2$　　D．$-2-\sqrt{3}$

6．(2023·唐山模拟)把边长为$\sqrt{2}$的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折成直二面角 $D-AC-B$，则三棱锥 $D-ABC$ 的外接球的球心到平面 BCD 的距离为(　　)

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

7．(2023·南京模拟)设椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，直线 l 过点 F_1.若点 F_2 关于 l 的对称点 P 恰好在椭圆 C 上，且$\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=\frac{1}{2}a^2$，则 C 的离心率为(　　)

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{5}$

8．(2023·惠州模拟)已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$满足 $f(2+x)=f(-x)$，且当 $x\in[0,1]$时，$f'(x)>\pi$，则不等式 $f(x)\leq\sin\pi x$ 在$[-3,3]$上的解集为(　　)

A．$[-2,0]\cup[2,3]$　　B．$[-1,3]$

C．$[-1,2]$　　D．$[-3,-2]\cup[0,2]$

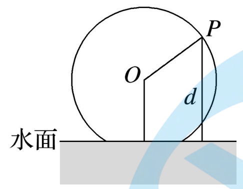
二、选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分)

9．(2023·海南华侨中学模拟)甲、乙两个盒子中各装有 4 个相同的小球，甲盒子中小球的编号依次为 1,2,3,4，乙盒子中小球的编号依次为 5,6,7,8，同时从两个盒子中各取出 1 个小球，记下小球上的数字．记事件 A 为“取出的数字之和为偶数”，事件 B 为“取出的数字之和等于 9”，事件 C 为“取出的数字之和大于 9”，则下列结论正确的是(　　)

A．A 与 B 是互斥事件　　B．B 与 C 是对立事件

C．A 与 C 不是相互独立事件　　D．A 与 B 是相互独立事件

10．(2023·福州质检)如图，一个半径为 3 m 的筒车，按逆时针方向匀速旋转 1 周．已知盛水筒 P 离水面的最大距离为 5.2 m，旋转一周需要 60 s．以 P 刚浮出水面时开始计算时间，P 到水面的距离 d(单位：m)(在水面下 d 为负数)与时间 t(单位：s)之间的关系为 $d=A\sin(\omega t+\varphi)+K\left(A>0,\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$，$t\in[0,60]$，下列说法正确的是(　　)



A．$K=2.2$

B．$\omega=\frac{\pi}{30}$

C．$\sin\varphi=\frac{2.2}{3}$

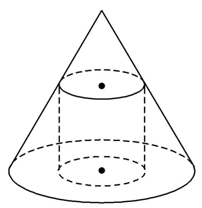
D．P 离水面的距离不小于 3.7 m 的时长为 20 s

11．(2023·汕头模拟)已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，顶点为 O，过点 F 的直线 l 与抛物线交于 A，B 两点，A 在第一象限，若$|AF|=3|FB|$，则下列结论正确的是(　　)

A．直线 l 的斜率为$\sqrt{3}$　　B．线段 AB 的长度为$\frac{16}{3}$

C．$OA\perp OB$　　D．以 AF 为直径的圆与 y 轴相切

12.(2023·济南模拟)如图，圆锥的轴截面是边长为 2 的正三角形，圆锥的内接圆柱的底面半径为 r，圆柱的体积为 $V(r)$，则(　　)



A．圆锥的表面积为 3π

B．圆柱的体积最大值为$\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$

C．圆锥的外接球体积为$\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$

D．$\forall r_1$，$r_2\in(0,1)$，$\frac{V(r_1)+V(r_2)}{2}\leq V\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)$

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13．(2023·苏州模拟)设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_1\neq0$，$a_1+a_5=3a_2$，则$\frac{S_{10}}{a_{20}}$=________.

14．(2023·华南师范大学附中模拟)甲、乙、丙 3 所学校每所学校各派出两名同学，现从这六名同学中任取两名，安排到甲、乙、丙 3 所学校交流．每所学校至多安排一名同学，每名同学只能去一所学校且不能去自己原先的学校，则不同的安排方法有________种．

15．(2023·郑州模拟)经过点 $P(1,1)$以及圆 $x^2+y^2-4=0$ 与圆 $x^2+y^2-4x+4y-12=0$ 交点的圆的方程为______________．

16．(2023·青岛模拟)设 $f(x)$为定义在整数集上的函数，$f(1)=1$，$f(2)=0$，$f(-1)<0$，对任意的整数 x，y 均有 $f(x+y)=f(x)f(1-y)+f(1-x)f(y)$，则 $f(55)$=________．

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．(10 分)(2023·江苏七市调研)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_2=5$，$a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$.

(1)证明：$\{a_{n+1}-2a_n\}$是等比数列；

(2)证明：存在两个等比数列$\{b_n\}$，$\{c_n\}$，使得 $a_n=b_n+c_n$ 成立．

18．(12 分)(2023·深圳模拟)飞盘运动是一项入门简单，又具有极强的趣味性和社交性的体育运动，目前已经成为了年轻人运动的新潮流．某俱乐部为了解年轻人爱好飞盘运动是否与性别有关，对该地区的年轻人进行了简单随机抽样，得到如下列联表：

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

性别	飞盘运动		合计
	不爱好	爱好	
男	6	16	22
女	4	24	28
合计	10	40	50

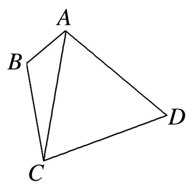
(1)在上述爱好飞盘运动的年轻人中按照性别采用比例分配的分层随机抽样的方法抽取 10 人，再从这 10 人中随机选取 3 人访谈，记参与访谈的男性人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

(2)依据小概率值$\alpha=0.01$ 的独立性检验，能否认为爱好飞盘运动与性别有关联？如果把上表中所有数据都扩大到原来的 10 倍，在相同的检验标准下，再用独立性检验推断爱好飞盘运动与性别之间的关联性，结论还一样吗？请解释其中的原因．

附：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.1	0.01	0.001
x_α	2.706	6.635	10.828

19．(12 分)(2023·漳州模拟)如图，平面四边形 $ABCD$ 内接于圆 O，内角 $B>D$，对角线 AC 的长为 7，圆 O 的半径为$\frac{7\sqrt{3}}{3}$.



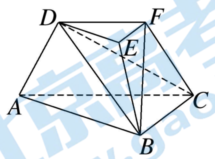
(1)若 $BC=5$，$AD=CD$，求四边形 $ABCD$ 的面积；

(2)求△ABC 周长的最大值.

20．(12 分)(2023·嘉兴模拟)如图，在三棱台 $ABC-DEF$ 中，$AC=4$，$BC=2$，$EF=1$，$DE=\sqrt{5}$，$AD=BE=CF$.

(1)求证：平面 $ABED\perp$平面 ABC；

(2)若四面体 $BCDF$ 的体积为 2，求平面 EBD 与平面 BDF 夹角的余弦值．



21．(12 分)(2023·深圳模拟)已知双曲线 C：$x^2-y^2=1$，点 M 为双曲线 C 右支上一点，A，B 为双曲线 C 的左、右顶点，直线 AM 与 y 轴交于点 D，点 Q 在 x 轴正半轴上，点 E 在 y 轴上．

(1)若点 $M(2,\sqrt{3})$，$Q(2,0)$，过点 Q 作 BM 的垂线 l 交该双曲线 C 于 S，T 两点，求△OST 的面积；

(2)若点 M 不与 B 重合，从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个成立．①$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{DE}$；②$BM\perp EQ$；③$|OQ|=2$.

22．(12 分)(2023·抚顺模拟)已知函数 $f(x)=xe^{x-a}-\ln x-\ln a(a>0)$.

(1)若 $f(x)$的图象在 $x=1$ 处的切线 l 与直线 $x+y+1=0$ 垂直，求直线 l 的方程；

(2)已知 $0<a<\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，证明：$f(x)>\frac{a}{a+1}$.

北京高考在线 www.gaokzx.com