2023北京北大附中高三10月月考

数学（预科部）

2023.10

本试卷共5页，150分.考试时长120分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知 $A=\{x|x>3\}$，$B=\left\{x\left|\frac{x-1}{x-4}\le 0\right.\right\}$，则 $A\cap B=$（ ）

A. $[3,4]$　　B. $(3,4]$　　C. $(3,4)$　　D. $[3,4)$

2. 在复平面内，复数 $z=-2+i$，则 $|z|$ 为（ ）

A. 3　　B. $\sqrt{3}$　　C. 5　　D. $\sqrt{5}$

3. 已知函数 $f(x)=\frac{1-4^x}{2^x}$，则 $f(x)$（ ）

A. 是奇函数，且在R上是增函数　　B. 是偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 上是增函数

C. 是奇函数，且在R上是减函数　　D. 是偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 上是减函数

4. 已知 $a=4^{0.2}$，$b=2^{0.6}$，$c=\log_4 2$，则 a,b,c 的大小关系为（ ）

A. $c<a<b$　　B. $c<b<a$

C. $a<b<c$　　D. $b<a<c$

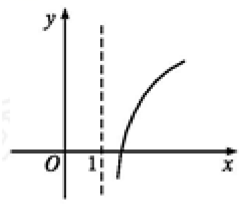
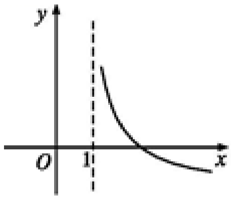
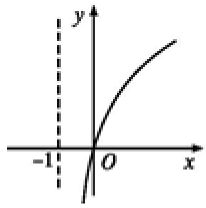
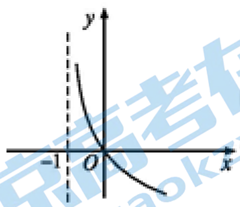
5. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，且 $f(2)=-1$，则满足 $f(x-3)\le -1$ 的 x 取值范围是（ ）

A. $[1,5]$　　B. $[1,3]$　　C. $[3,5]$　　D. $[-2,2]$

6. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于直线 $y=x$ 对称，若 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，则 $\cos\beta=$（ ）

A. $-\frac{4}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $-\frac{3}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

7. 若函数 $f(x)=a^{-x}$（$a>0$, 且 $a\neq 1$）是定义域为R的增函数, 则函数 $f(x)=\log_a(x+1)$ 的图象大致是（　　）.

A.  B.  C.  D. 

8. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，则“$(a-c\cos B)\sin B=(b-c\cos A)\sin A$”是“$A=B$”的（　）

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

9. 若 $a\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$g(a)$ 表示 $y=\sin x$ 在 $[0,a]$ 上的平均变化率，则函数 $g(a)$ 的值域为（　）

A. $(0,+\infty)$　　B. $(0,1)$　　C. $\left(\dfrac{2}{\pi},+\infty\right)$　　D. $\left(\dfrac{2}{\pi},1\right)$

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x-1,x>a\\ax^2+2x-3,x\le a\end{cases}$，若 $f(x)$ 有且只有 1 个极值点，则 a 的取值范围是（　）

A. $(-\infty,0)$　　B. $(0,1]$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 函数 $\mathrm{f}(\mathrm{x})=\dfrac{1}{\ln x}$ 的定义域是______.

12. 已知在 $\triangle ABC$ 中，$b=\sqrt{3}$，$c=1$，$B=\dfrac{\pi}{3}$，则 $a=$______________.

13. 能说明“若 $f(x)+g(x)$ 是 **R** 上的减函数，则 $f(x)$，$g(x)$ 至少一个是 **R** 上的减函数”为假命题的一组函数是 $f(x)=$______________，$g(x)=$______________.

14. 已知函数 $f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，若 $\left|f(x_1)-f(x_2)\right|=1$，则 $|x_1-x_2|$ 的最小值是______________.

15. 已知 $f(x)$ 为定义在 $[0,+\infty)$ 上的函数，且 $f(x)=f\left(\dfrac{2}{x+1}\right)$，

设 $A=\{y|\ y=f(x),x\in[0,+\infty)\}$，$B=\{y|\ y=f(x),x\in[a,b]\}$，若 $A=B$，给出下列四个结论：

① $f(2)=f(0)$；② $b-a\ne\dfrac{4}{3}$；③ $b\ge1$；④ $b-a$ 有最小值.

其中所有正确结论的序号为______________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. 已知函数 $f(x)=\sin x\cdot\cos x-\sqrt{3}\cos^2 x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

（1）求 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$；

（2）求函数 $f(x)$ 的单调减区间.

17. 在 $\triangle ABC$ 中，$2a\sin A=(2b-c)\sin B+(2c-b)\sin C$.

（1）求 $\angle A$；

（2）再从条件①，条件②，条件③，条件④这四个条件中选择一个作为已知，使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，若 D 是 BC 边上的中点，求 $\triangle ADB$ 的面积.

条件①：$\cos B=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$c=2$；

条件②：$b+a=4+2\sqrt{3}$，$c=2$；

条件③：$\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$c=4$；

条件④：$a=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，$b=\sqrt{3}$.

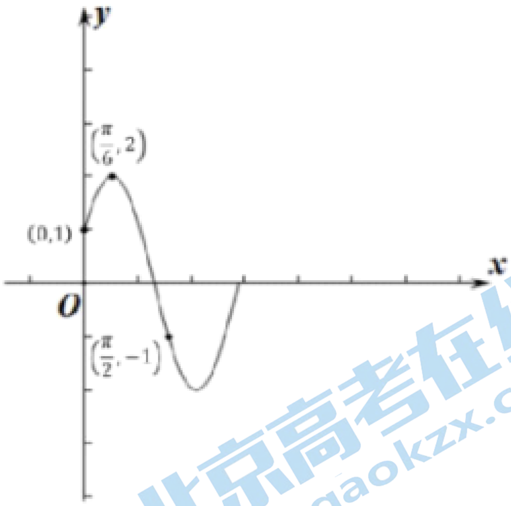
注：如果选择的条件不符合要求，第（2）问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

18. 已知 $f(x)=\ln x$，$g(x)=\dfrac{1-x}{x}$.

（1）请直接写出曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 的公共点坐标，并求曲线 $y=f(x)$ 在公共点处的切线方程；

（2）设函数 $h(x)=f(x)g(x)$，求函数 $h(x)$ 在 $\left[\dfrac{1}{e},e\right]$ 上的最值.

19. 已知 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$，其中 $A>0$，$\omega>0$，$0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$，$f(x)$ 的部分图像如图所示：



（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $x\in\left[0,\dfrac{5\pi}{4}\right]$ 时，求 $f(x)\geq\sqrt{3}$ 的解集；

（3）若 $g(x)=\begin{cases} f(x), x<\dfrac{11\pi}{12} \\ 2g(x-\pi), x\geq\dfrac{11\pi}{12} \end{cases}$ 写出函数 $h(x)=g(x)-m$ 在 $\left[\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上的零点个数.

20. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{ax}-x^3-\dfrac{1}{2}x^2-x-1$，且曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处与 x 轴相切，

（1）求 a 的值；

（2）令 $g(x)=f'(x)$，求 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上的单调性；

（3）求 $f(x)$ 的极值点个数.

21. 数列 $A:a_1,a_2,\ldots,a_m(m\geq 2)$ 与 $B:b_1,b_2,\ldots,b_n(n\geq 2)$ 均为递增正整数数列.若对于 B 中任意一项 b_i，A 中存在唯一的一对 $\left(a_j,a_k\right)$，满足 $b_i=a_j-a_k$，则称 B 可以由 A 生成，记为 $A\to B$.

（1）若 $A:1,2,3,6$，$B_1:1,2$，$B_2:2,3$，$B_3:1,2,3,4,5$，$B_4:2,3,4,5$，直接写出 B_1，B_2，B_3，B_4 中可以由 A 生成的数列；

（2）若 $A:1,a_2,a_3,a_4$，$B:1,2,3,4,5,6$，求所有满足条件 $A\to B$ 的数列 A；

（3）证明：对于任意数列 B，一定存在数列 A，满足 $A\to B$.

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 【答案】C

【分析】先解分式不等式把集合 B 表示出来，然后根据集合的交集运算即可求解.

【详解】由题意 $\frac{x-1}{x-4}\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)(x-4)\le 0\\ x-4\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow 1\le x<4$，

所以集合 $B=\left\{x\left|\frac{x-1}{x-4}\le 0\right.\right\}=\{x|1\le x<4\}$，

又集合 $A=\{x|x>3\}$，由交集运算可知 $A\cap B=\{x|3<x<4\}=(3,4)$.

故选：C.

2. 【答案】D

【分析】直接计算得到答案.

【详解】$z=-2+\mathrm{i}$，则 $|\bar{z}|=\sqrt{(-2)^2+1^2}=\sqrt{5}$.

故选：D

3. 【答案】C

【分析】变换 $f(x)=\frac{1}{2^x}-2^x$，根据奇函数的定义判断函数为奇函数，根据 $t=2^x$ 和 $y=\frac{1}{t}-t$ 的单调性得到函数单调性，得到答案.

【详解】 $f(x)=\frac{1-4^x}{2^x}=\frac{1}{2^x}-2^x$，函数定义域为 R .

$f(-x)=\frac{1}{2^{-x}}-2^{-x}=2^x-\frac{1}{2^x}=-f(x)$，函数为奇函数，

设 $t=2^x$， $t>0$，函数单调递增，设 $y=\frac{1}{t}-t$，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

故函数 $f(x)=\frac{1}{2^x}-2^x$ 在 R 上是减函数.

故选：C.

4. 【答案】A

【分析】由对数运算、指数幂运算先将 $a=4^{0.2}$ 、 $c=\log_4 2$ 化简，再结合指数函数 $y=2^x$ 的单调性即可求解.

【详解】因为 $c=\log_4 2=\log_4 4^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}=2^{-1}$， $a=4^{0.2}=\left(2^2\right)^{0.2}=2^{0.4}$，

且注意到指数函数 $y=2^x$ 在 R 上单调递增，

所以 $c=\log_4 2=2^{-1}<a=4^{0.2}=2^{0.4}<b=2^{0.6}$.

故选：A.

5.【答案】A

【分析】确定函数的单调性，变换得到 $f(x-3)\le f\left(2\right)$，解不等式 $-2\le x-3\le 2$ 即可.

【详解】偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，故函数在 $\left(-\infty,0\right)$ 上单调递减，

$f(x-3)\le -1$，即 $f(x-3)\le f\left(2\right)$，故 $-2\le x-3\le 2$，解得 $1\le x\le 5$.

故选：A.

6.【答案】B

【分析】根据题意利用任意角的三角函数的定义，结合诱导公式可求得结果.

【详解】因为平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于直线 $y=x$ 对称，

所以 $\dfrac{\alpha+\beta}{2}=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in Z$，即 $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，

所以 $\beta=\dfrac{\pi}{2}-\alpha+2k\pi,k\in Z$，

因为 $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，

所以 $\cos\beta=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha+2k\pi\right)=\sin\alpha=\dfrac{4}{5}(k\in Z)$，

故选：B

7.【答案】D

【详解】$\because f\left(x\right)=a^{-x}\left(a>0,a\ne 1\right),\therefore f\left(x\right)=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$，$\because$ 定义域为 R 的增函数，$\therefore \dfrac{1}{a}>1,\therefore 0<a<1,\therefore$ 函数 $f\left(x\right)=\log_a\left(x+1\right)$ 是定义域为 $\left(-1,+\infty\right)$ 的减函数，故选 D.

8.【答案】B

【分析】根据正弦定理即可得到 A 与 B 的关系，根据充分性与必要性判断即可.

【详解】$\because (a-c\cos B)\sin B=(b-c\cos A)\sin A$，

$\therefore b(a-c\cos B)=a(b-c\cos A)$，

$\therefore b\cos B=a\cos A$，

$\therefore \dfrac{b}{a}=\dfrac{\cos A}{\cos B}=\dfrac{\sin B}{\sin A}$，

$\therefore \dfrac{1}{2}\sin 2A=\dfrac{1}{2}\sin 2B$，

$\therefore A=B$ 或 $A+B=\dfrac{\pi}{2}$，

故由左不可以推右，由右可以推左，

故选：B.

9.【答案】D

【分析】确定 $g(a)=\dfrac{\sin a}{a}$，求导得到导函数，根据 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，$x<\tan x$ 得到函数单调递减，计算最值得到答案.

【详解】根据题意：$g(a)=\dfrac{\sin a-\sin 0}{a}=\dfrac{\sin a}{a}$，$a\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，故 $g'(a)=\dfrac{a\cos a-\sin a}{a^2}$，

当 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，$x<\tan x$，即 $\sin x>x\cos x$，

故 $g'(a)=\dfrac{a\cos a-\sin a}{a^2}<0$，函数单调递减，$g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{2}{\pi}$，

取 $h(x)=\sin x$，则 $h'(x)=\cos x$，$h'(0)=\lim\limits_{a\to 0}\dfrac{\sin a}{a}=1$，

故函数 $g(a)$ 的值域为 $\left(\dfrac{2}{\pi},1\right)$

故选：D.

10.【答案】C

【分析】考虑 $a=0$ 和 $a\neq 0$ 两种情况，得到不等式 $-\dfrac{1}{a}\le a$，解得答案.

【详解】函数 $f(x)=\begin{cases}x-1,x>a\\ ax^2+2x-3,x\le a\end{cases}$ 有且只有 1 个极值点，

当 $a=0$ 时，没有极值点；

当 $a\neq 0$ 时，$f'(x)=\begin{cases}1,x>a\\ 2ax+2,x\le a\end{cases}$，取 $2ax+2=0$，得到 $x=-\dfrac{1}{a}$，

当 $x\le a$ 时，函数为二次函数，则 $-\dfrac{1}{a}\le a$，故 $a>0$，

综上所述：$a\in(0,+\infty)$.

故选：C.

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11.【答案】$(0,1)\cup(1,+\infty)$

【分析】根据对数的真数大于 0，分式的分母不能等于 0，求解函数的定义域.

【详解】由题意得：$\begin{cases}\ln x\neq 0\\ x>0\end{cases}$，解得：$x>0$ 且 $x\neq 1$，

故填：$(0,1)\cup(1,+\infty)$.

【点睛】本题考查了求函数的定义域问题，考查对数的运算性质，是一道基础题.

12.【答案】2

【分析】先由正弦定理求出 C，然后再求出 A，再运用一次正弦定理即可求解.

【详解】由题意在 $\triangle ABC$ 中，有 $b=\sqrt{3}$，$c=1$，$B=\frac{\pi}{3}$，运用正弦定理得 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，即

$$\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sin C},$$

解得 $\sin C=\frac{1}{2}$，又 $c<b$，$0<C<\pi$，

所以 $C=\frac{\pi}{6}$，$A=\pi-C-B=\pi-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，

继续由正弦定理得 $\frac{b}{\sin B}=\frac{a}{\sin A}$，即 $\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{a}{1}$，

所以解得 $a=2$.

故答案为：2.

13.【答案】 ①. x^2-2x ②. $-x^2+x$

【分析】注意到二次函数的特殊性，任何一个二次函数都不是 **R** 上的单调函数，由此举出反例即可求解.

【详解】不妨令 $f(x)=x^2-2x=(x-1)^2-1$，$g(x)=-x^2+x=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$，

一方面：$f(x)+g(x)=(x^2-2x)+(-x^2+x)=-x$ 是 **R** 上的减函数；

另一方面：因为 $f(x)=(x-1)^2-1$ 开口向上，对称轴为 $x=1$，

所以当 $x>1$ 时，$f(x)=(x-1)^2-1$ 单调递增，即 $f(x)=(x-1)^2-1$ 不为 **R** 上的减函数，

因为 $g(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$ 开口向下，对称轴为 $x=\frac{1}{2}$，

所以当 $x<\frac{1}{2}$ 时，$g(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$ 单调递增，即 $g(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$ 不为 **R** 上的减函数，

因此 $f(x)$，$g(x)$ 都不是 **R** 上的减函数.

满足题意的一组函数可以是 $f(x)=x^2-2x$，$g(x)=-x^2+x$.

故答案为：x^2-2x，$-x^2+x$.

14.【答案】$\frac{\pi}{6}$##$\frac{1}{6}\pi$

【分析】根据对称性和周期性，不妨取$2x_1+\frac{\pi}{3}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$2x_2+\frac{\pi}{3}\in\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$，得到$2\cos\left(x_1+x_2+\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(x_1-x_2\right)=1$，$\sin\left(x_1-x_2\right)\geq\frac{1}{2}$，根据函数的单调性计算得到答案.

【详解】根据周期性和对称性，不妨取$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$，即$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=1$，则$f\left(x_1\right)\geq0$，

对一确定的x_1，x_2取同一单调区间内时有最小，

不妨取$2x_1+\frac{\pi}{3}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$2x_2+\frac{\pi}{3}\in\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$，

故$\sin\left(2x_1+\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(2x_2+\frac{\pi}{3}\right)=2\cos\left(x_1+x_2+\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(x_1-x_2\right)=1$，

$x_1-x_2\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，函数$y=\sin x$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增，

故$\sin\left(x_1-x_2\right)$最小时，$\left|x_1-x_2\right|$最小，

$\cos\left(x_1+x_2+\frac{\pi}{3}\right)\leq1$，$\sin\left(x_1-x_2\right)\geq\frac{1}{2}$，故$\left|x_1-x_2\right|\leq\frac{\pi}{6}$，

当$x_1=-\frac{\pi}{12}$，$x_2=-\frac{\pi}{4}$时等号成立，

故答案为：$\frac{\pi}{6}$

15.【答案】①③④

【分析】由题设先得到$b\geq1$，再就$a\geq1$、$0<a<1$分类讨论后可得正确结论的序号.

【详解】当$x=1$时，$\frac{2}{x+1}=1$，

当$x\in[0,1]$时，$\frac{2}{x+1}\in[1,2]$，

当$x\geq1$时，$\frac{2}{x+1}\in(0,1]$，结合$f\left(x\right)=f\left(\frac{2}{x+1}\right)$，

故$f\left(x\right)$的值域为$\left\{y\mid y=f\left(x\right),x\in[0,1]\right\}=\left\{y\mid y=f\left(x\right),x\in[1,2]\right\}$.

由题设可得$f\left(x\right)$在$[0,+\infty)$上的值域和$f\left(x\right)$在$[a,b]$上的函数值取值范围一致.

故$a\geq0$，$b>a>0$，

若$b<1$，则$[a,b]$为$[0,1]$的真子集，故$f\left(x\right)$在$[a,b]$上的函数值取值范围不是值域，

与题设矛盾，故$b\geq1$.

若 $a\ge 1$，则 $\{y\mid y=f(x),x\in[a,b]\}=\left\{y\mid y=f\left(\frac{2}{x+1}\right),x\in[a,b]\right\}$，

它们均为函数的值域.

而 $\frac{2}{x+1}\in\left[\frac{2}{b+1},\frac{2}{a+1}\right]$，且 $\left[\frac{2}{b+1},\frac{2}{a+1}\right]$ 为 $[0,1]$ 的真子集，

故 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的函数值取值范围不是值域，与题设矛盾.

若 $0<a<1$，则 $\frac{2}{b+1}\le 1<\frac{2}{a+1}<2$，

而 $\frac{2}{\frac{2}{b+1}+1}<2$，故 $f(x)$ 在 $\left[\frac{2}{b+1},\frac{2}{a+1}\right]$ 的函数值的取值范围不是值域，

与题设矛盾，

故 $a=0$，$b\ge 1$.

综上，正确结论的序号为：①③④

故答案为：①③④

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.【答案】（1）$-\frac{1}{2}$

（2）$\left(k\pi+\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{11\pi}{12}\right)$，$k\in Z$，

【分析】（1）化简得到 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，代入数据计算得到答案.

（2）解不等式 $2k\pi+\frac{\pi}{2}<2x-\frac{\pi}{3}<2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in Z$ 得到答案.

【小问 1 详解】

$$f(x)=\sin x\cdot\cos x-\sqrt{3}\cos^2 x+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\sin 2x-\sqrt{3}\times\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right).$$

则 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(2\times\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$

【小问 2 详解】

$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，

取 $2k\pi+\frac{\pi}{2}<2x-\frac{\pi}{3}<2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in Z$，解得 $k\pi+\frac{5\pi}{12}<x<k\pi+\frac{11\pi}{12}$，$k\in Z$，

故函数 $f(x)$ 的单调减区间 $\left(k\pi+\dfrac{5\pi}{12},k\pi+\dfrac{11\pi}{12}\right)$，$k\in Z$.

17.【答案】（1）$\dfrac{\pi}{3}$

（2）答案见解析

【分析】（1）结合正弦定理、余弦定理，进行边角转化即可求解.

（2）依次对每一个条件进行分析，选出符合题意的条件进行求解即可；通过分析发现条件①、④均不满足题意，条件②、③满足题意，故可从条件②、③中二者任选其一即可求解；若选条件③，则可以先得出 $C=\dfrac{\pi}{4}$，，由正弦定理、两角和差公式分别得出 $a,\sin B$ 的值即可求解；若选条件②，则可以先结合余弦定理唯一确定 a,b，此时 $\triangle ABC$ 的三条边唯一确定，即此时 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，由此即可求解.

【小问 1 详解】

由已知 $2a\sin A=(2b-c)\sin B+(2c-b)\sin C$，

由正弦定理边化角得 $2a^2=b(2b-c)+c(2c-b)$，整理得 $b^2+c^2-a^2=bc$，

由余弦定理得 $\cos\angle A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{bc}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，

又因为 $\angle A$ 为 $\triangle ABC$ 的内角，即 $0<\angle A<\pi$，

所以 $\angle A=\dfrac{\pi}{3}$.

【小问 2 详解】

条件①、④均不满足题意，条件②、③满足题意，故可从条件②、③中二者任选其一即可求解；

现在我们来说明理由，首先由（1）可知 $A=\dfrac{\pi}{3}$；

若选择条件④：$a=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，$b=\sqrt{3}$；

则由正弦定理得 $\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin A}{a}$，即 $\dfrac{\sin B}{\sqrt{3}}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{10}}{2}}$，解得 $\sin B=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

注意到 $\sin B=\sin(\pi-B)=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}>\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sin\dfrac{\pi}{3}=\sin A$，

所以此时 B 有两种取值，即此时 $\triangle ABC$ 存在但不唯一确定，故条件④不满足题意.

若选择条件①：$\cos B=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$c=2$；

注意到 $\cos B=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}<-\dfrac{1}{2}=\cos\dfrac{2\pi}{3}$，

又函数 $y=\cos x$ 在 $(0,\pi)$ 上单调递减，所以 $B>\dfrac{2\pi}{3}$，

但此时 $A+B+C>A+B>\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{2\pi}{3}=\pi$，这与三角形内角和定理矛盾，故条件①不满足题意.

若选择条件③：$\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$c=4$；

注意到 $\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且 $0<C<\pi$，则 $C=\dfrac{\pi}{4}$ 或 $C=\dfrac{3\pi}{4}$，

但是当 $C=\dfrac{3\pi}{4}$ 时，有 $A+B+C>A+C>\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{3\pi}{4}>\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{3\pi}{4}=\pi$，这与三角形内角和定理矛盾，

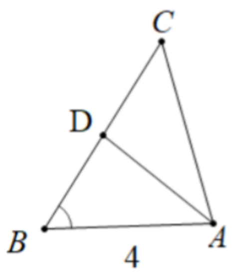
所以只能 $C=\dfrac{\pi}{4}$，

一方面：此时有由正弦定理有 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，即 $\dfrac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{4}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$，解得 $a=2\sqrt{6}$；

另一方面：此时

$$\sin B=\sin\left[\pi-(A+C)\right]=\sin(A+C)=\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4};$$

如图所示：



此时 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，若 D 是 BC 边上的中点，

则此时 $\triangle ADB$ 的面积为 $S_{\triangle ADB}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ACB}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{4}\times 2\sqrt{6}\times 4\times\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=3+\sqrt{3}$；

故若选择条件③，则满足题意.

若选择条件②：$b+a=4+2\sqrt{3}$，$c=2$；

在 $\triangle ABC$ 中运用余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即 $a^2=b^2+2^2-2b\times 2\times\dfrac{1}{2}$，

整理得 $a^2=(b-1)^2+3$，

又注意到 $(b-1)+a=3+2\sqrt{3}$，即 $a=\left(3+2\sqrt{3}\right)-(b-1)$，

所以 $(b-1)^2+3=\left[\left(3+2\sqrt{3}\right)-(b-1)\right]^2$，

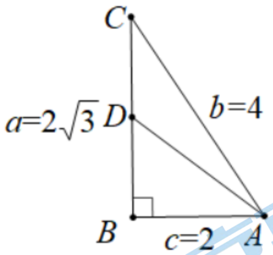
整理得 $2\times\left(3+2\sqrt{3}\right)\times(b-1)=\left(3+2\sqrt{3}\right)^2-3$，即 $2\times\left(3+2\sqrt{3}\right)\times(b-1)=18+12\sqrt{3}$，

所以 $2\times(b-1)=6$，即 $b=4$，

结合 $a=\left(3+2\sqrt{3}\right)-(b-1)$ 可知，此时 $a=\left(3+2\sqrt{3}\right)-(b-1)=\left(3+2\sqrt{3}\right)-(4-1)=2\sqrt{3}$，

注意到此时 $a^2+c^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2+2^2=16=4^2=b^2$，所以由勾股定理逆定理可知 $B=\dfrac{\pi}{2}$；

如图所示：



此时 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，若 D 是 BC 边上的中点，

则此时 $\triangle ADB$ 的面积为 $S_{\triangle ADB}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ACB}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{4}\times2\sqrt{3}\times2\times1=\sqrt{3}$；

故若选择条件③，则满足题意.

综上所述：条件①、④均不满足题意，条件②、③满足题意，故可从条件②、③中二者任选其一即可求解.

18.【答案】（1）$(1,0)$； $y=x-1$

（2）最小值为 $1-\mathrm{e}$，最大值为 0

【分析】（1）由曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 的单调性可知至多有一个公共点，利用导数的几何意义求出切线方程；

（2）求导，利用导函数求单调性进而求最值即可.

【小问 1 详解】

因为 $f(x)=\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，$g(x)=\dfrac{1-x}{x}=\dfrac{1}{x}-1$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减，

所以曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 至多有一个公共点，公共点为 $(1,0)$，

因为 $f'(x)=\dfrac{1}{x}$，所以 $f'(1)=1$，所以 $y=f(x)$ 在公共点处的切线方程为 $y=x-1$.

【小问 2 详解】

由题意可得 $h(x)=\dfrac{(1-x)\ln x}{x}$，则 $h'(x)=\dfrac{x\left(-\ln x+\dfrac{1-x}{x}\right)-(1-x)\ln x}{x^2}=\dfrac{1-x-\ln x}{x^2}$，

令 $k(x)=1-x-\ln x$，因为 $k(x)$ 在 $\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}},\mathrm{e}\right]$ 上单调递减且 $k(1)=0$，

所以当 $x\in\left[\frac{1}{e},1\right]$ 时 $h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，当 $x\in[1,e]$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减，

因为 $h\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{\left(1-\frac{1}{e}\right)\ln\frac{1}{e}}{\frac{1}{e}}=1-e$，$h(1)=0$，$h(e)=\frac{(1-e)\ln e}{e}=\frac{1-e}{e}$，

所以函数 $h(x)$ 在 $\left[\frac{1}{e},e\right]$ 上的最小值为 $1-e$，最大值为 0.

19.【答案】（1） $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

（2） $\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{13\pi}{12},\frac{5\pi}{4}\right]$

（3）答案见解析

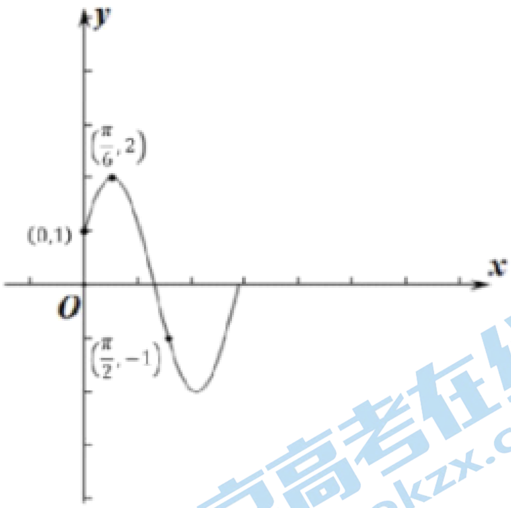
【分析】（1）结合图象，由最高点先算出 $A=2$，再由 $f(0)=2\sin\varphi=1$ 算出 φ，最后把最高点代入函数表达式算出 $\omega=2+12k,k\in Z$，结合图象算出 T,ω 的范围，从而求出 ω 的值即可.

（2）结合（1）中所得表达式，先解表达式 $f(x)\geq\sqrt{3}$，将解集再与 $\left[0,\frac{5\pi}{4}\right]$ 取交集即可.

（3）先根据 $g(x)$ 的定义将其函数表达式算出来，再根据其单调性以及函数图象上的关键点作出函数 $g(x)$ 的图象，而原问题又等价于函数图象 $y=g(x)$ 与 $y=m$ 的交点个数，通过平移直线 $y=m$ 即可求解.

【小问 1 详解】

如题图所示：



由函数图象中最高点的纵坐标可知 $A=2$，

所以 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$，

又 $(0,1)$ 在函数图象上面，

所以 $f(0)=2\sin\varphi=1$，解得 $\sin\varphi=\frac{1}{2}$，

结合 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$ 可知 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，

所以 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$，

由图象最高点的坐标可知，$f(\frac{\pi}{6})=2\sin(\frac{\pi}{6}\omega+\frac{\pi}{6})=2$，即 $\sin(\frac{\pi}{6}\omega+\frac{\pi}{6})=1$，

所以 $\frac{\pi}{6}\omega+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，解得 $\omega=2+12k,k\in Z$，

由图可知两个点 $\left(\frac{\pi}{6},2\right),\left(\frac{\pi}{2},-1\right)$ 相差小于半个周期，即 $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}<\frac{T}{2}$，

所以 $T=\frac{2\pi}{\omega}>\frac{2\pi}{3}$，

结合 $\omega>0$，解得 $0<\omega<3$，

又 $\omega=2+12k,k\in Z$，

所以只能 $k=0,\omega=2$，

所以 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

【小问 2 详解】

由（1）可知 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

所以可将不等式 $f(x)\geq\sqrt{3}$ 转换为 $\sin(2x+\frac{\pi}{6})\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $\begin{cases}2x+\frac{\pi}{6}\geq 2k\pi+\frac{\pi}{3}\\ 2x+\frac{\pi}{6}\leq 2k\pi+\frac{2\pi}{3}\end{cases},k\in Z$，

解不等式组得 $k\pi+\frac{\pi}{12}\leq x\leq k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z$，

又已知 $x\in\left[0,\frac{5\pi}{4}\right]$，

所以只能 $k=0,x\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}\right]$ 或 $k=1,x\in\left[\frac{13\pi}{12},\frac{5\pi}{4}\right]$，

综上所述：当 $x\in\left[0,\frac{5\pi}{4}\right]$ 时，$f(x)\geq\sqrt{3}$ 的解集为 $\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{13\pi}{12},\frac{5\pi}{4}\right]$.

【小问 3 详解】

由 $g(x)$ 的定义可知当 $\frac{2\pi}{3}<x<\frac{11\pi}{12}$ 时，$g(x)=f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

当 $\frac{11\pi}{12}\le x\le\frac{3\pi}{2}$ 时，有 $\frac{-\pi}{12}\le x-\pi\le\frac{\pi}{2}<\frac{11\pi}{12}$，此时

$g(x)=2g(x-\pi)=2f(x-\pi)=2\times2\sin\left[2(x-\pi)+\frac{\pi}{6}\right]=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

因此 $g(x)=\begin{cases}2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right),x<\frac{11\pi}{12}\\4\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right),x\ge\frac{11\pi}{12}\end{cases}$，

当 $\frac{2\pi}{3}<x<\frac{11\pi}{12}$ 时，有 $\frac{3\pi}{2}<2x+\frac{\pi}{6}<2\pi$，根据正弦函数的单调性可知此时 $g(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 在 $\left[\frac{2\pi}{3},\frac{11\pi}{12}\right)$ 上单调递增，

又当 $\frac{11\pi}{12}\le x\le\frac{3\pi}{2}$ 时，有 $2\pi<2x+\frac{\pi}{6}<\frac{19\pi}{6}$，令 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{2}$，解得 $x=\frac{7\pi}{6}$，

根据正弦函数的单调性可知，$g(x)=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 在 $\left[2\pi,\frac{7\pi}{6}\right]$ 上单调递增，$g(x)=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 在 $\left[\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{2}\right]$ 上单调递减，

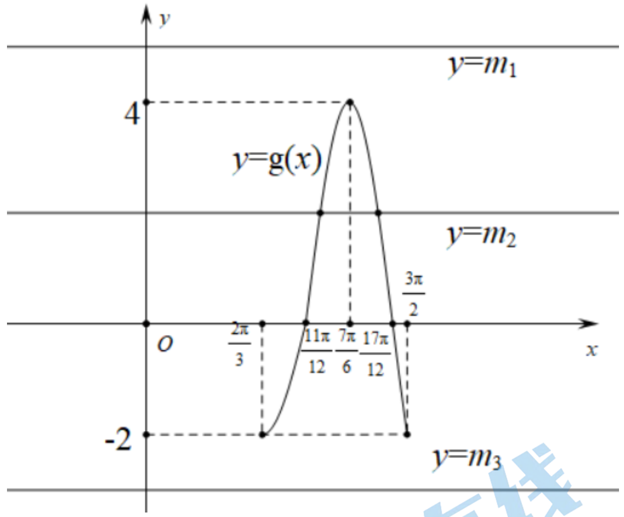
注意到 $g\left(\frac{2\pi}{3}\right)=2\sin\left(2\times\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\frac{3\pi}{2}=-2$，且当 $x=\frac{11\pi}{12}$ 时，有

$2\sin\left(2\times\frac{11\pi}{12}+\frac{\pi}{6}\right)=0=4\sin\left(2\times\frac{11\pi}{12}+\frac{\pi}{6}\right)$，

且 $g\left(\frac{7\pi}{6}\right)=4\sin\left(2\times\frac{7\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=4\sin\frac{5\pi}{2}=4$，$g\left(\frac{3\pi}{2}\right)=4\sin\left(2\times\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=4\sin\frac{19\pi}{6}=-2$，

将函数 $h(x)=g(x)-m$ 在 $\left[\frac{2\pi}{3},\frac{3\pi}{2}\right]$ 上的零点个数，转换为函数图象 $y=g(x)$ 与 $y=m$ 的交点个数，

由以上分析画出 $y=g(x)$ 与 $y=m$ 在 $\left[\frac{2\pi}{3},\frac{3\pi}{2}\right]$ 上的函数图象如图所示：



由图可知，当 $m>4$ 或 $m<-2$ 时，函数 $y=g(x)$ 与 $y=m$ 的图象的交点的个数为 0；

当 $m=4$ 时，函数 $y=g(x)$ 与 $y=m$ 的图象的交点的个数为 1；

当 $-2\le m<4$ 时，函数 $y=g(x)$ 与 $y=m$ 的图象的交点的个数为 2；

综上所述：当 $m>4$ 或 $m<-2$ 时，函数 $h(x)=g(x)-m$ 在 $\left[\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上的零点个数为 0；

当 $m=4$ 时，函数 $h(x)=g(x)-m$ 在 $\left[\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上的零点个数为 1；

当 $-2\le m<4$ 时，函数 $h(x)=g(x)-m$ 在 $\left[\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上的零点个数为 2.

20.【答案】（1）1

（2）$g(x)$ 单调递增.

（3）2 个

【分析】（1）求得 $f'(x)=ae^{ax}-3x^2-x-1$，结合 $f'(0)=0$，即可求解；

（2）由 $g(x)=f'(x)=e^x-3x^2-x-1, x\in(-\infty,0)$，得到 $g'(x)=e^x-6x-1$，进而得到函数 $g(x)$ 单调递增；

（3）由（2）和 $f(0)=0$，得到 $f(x)<0$，函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 没有零点；当 $x>0$ 时，得出函数的单调性 $f(x)$ 的单调性，结合零点的存在定理，得到函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上有唯一的零点，进而得到答案.

【小问 1 详解】

由函数 $f(x)=e^{ax}-x^3-\dfrac{1}{2}x^2-x-1$，可得 $f'(x)=ae^{ax}-3x^2-x-1$，

因为曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处与 x 轴相切，可得 $f'(0)=ae^0-1=0$，

解得 $a=1$.

【小问 2 详解】

由（1）得 $f(x)=\mathrm{e}^x-x^3-\dfrac{1}{2}x^2-x-1$，

由 $f'(x)=\mathrm{e}^x-3x^2-x-1$，可得 $g(x)=f'(x)=\mathrm{e}^x-3x^2-x-1,x\in(-\infty,0)$，

可得 $g'(x)=\mathrm{e}^x-6x-1,x\in(-\infty,0)$，

令 $h(x)=g'(x)=\mathrm{e}^x-6x-1,x\in(-\infty,0)$，则 $h'(x)=\mathrm{e}^x-6$，

当 $x<0$ 时，可得 $h'(x)<0$，即 $g'(x)$ 单调递减，

又因为 $h(0)=0$，所以 $g'(x)>0$，所以函数 $g(x)$ 单调递增.

【小问 3 详解】

由（2）知，当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$g(x)$ 单调递增，即 $f'(x)$ 为单调递增函数，

且 $g(0)=0$，所以 $f'(x)<0$，所以函数 $f(x)$ 单调递减，

又因为 $f(x)=\mathrm{e}^x-x^3-\dfrac{1}{2}x^2-x-1$，可得 $f(0)=0$，

所以当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)<0$，函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 没有零点，

当 $x>0$ 时，令 $h'(x)=\mathrm{e}^x-6=0$，解得 $x=\ln 6$，

当 $x\in(0,\ln 6)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减，则 $g'(x)$ 单调递减；

当 $x\in(\ln 6,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，即 $g'(x)$ 单调递增；

所以 $g'(\ln 6)<g'(0)=0$，而 $g'(6)=\mathrm{e}^6-6\times 6-1>2^6-37>0$，

故由零点的存在定理可知，函数 $g'(x)$ 在 $(\ln 6,+\infty)$ 上存在唯一的零点 $x_0(x_0>\ln 6)$，

所以 $g'(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上恒有 $g'(x)<0$，在 $(x_0,+\infty)$ 上恒有 $g'(x)>0$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $g(x_0)<g(0)=0$，而 $g(8)=\mathrm{e}^8-3\times 8^2-8-1>2^8-3\times 8^2-8-1>0$，

故由零点的存在定理可知，$g(x)$ 在 $(x_0,+\infty)$ 在存在唯一零点 x_1，

所以 $g(x)$ 在 $(0,x_1)$ 上恒有 $g(x)<0$，在 $(x_1,+\infty)$ 上恒有 $g(x)>0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,x_1)$ 上单调递减，在 $(x_1,+\infty)$ 上单调递增，

则 $f(x_1)<f(0)=0$，而 $f(11)=\mathrm{e}^{11}-11^3-\dfrac{1}{2}\times 11^2-11-1>2^{11}-11^3-\dfrac{1}{2}\times 11^2-11-1>0$，

故由零点的存在定理可知，$f(x)$ 在 $(x_1,+\infty)$ 在存在唯一零点 x_2，

而 $f(x)$ 在 $(0,x_1)$ 恒有 $f(x)<0$，

又 $f(0)=0$，即 $x=0$ 也是 $f(x)$ 的一个零点，

综上可得，函数 $f\left(x\right)$ 在 R 上有两个零点.

【点睛】方法技巧：已知函数零点（方程根）的个数，求参数的取值范围问题的三种常用方法：

1、直接法，直接根据题设条件构建关于参数的不等式（组），再通过解不等式（组）确定参数的取值范围；

2、分离参数法，先分离参数，将问题转化成求函数值域问题加以解决；

3、数形结合法，先对解析式变形，在同一平面直角坐标系中作出函数的图象，然后数形结合求解.

21.【答案】(1) B_2 和 B_4

（2） $A:1,2,5,7$ 和 $A:1,3,6,7$

（3）证明见解析

【分析】(1) 根据题意给的条件，依次验证得到答案.

（2）确定 $a_4=7$，判断 a_2 和 a_3 中不能有 4，再列举 $a_2=2$， $a_2=3$， $a_2=5$，计算得到答案.

（3）取 $M=b_n+1$，构造 $a_1=1$， $a_{2k}=a_{2k-1}+b_k$， $a_{2k+1}=a_{2k}+M$， $k\in\mathrm{N}^*$，满足条件，得到证明.

【小问 1 详解】

对于 B_1： $1=2-1$ 且 $1=3-2$，故不满足唯一性，不是；

对于 B_2： $2=3-1$， $3=6-3$，满足条件，

对于 B_3： $1=2-1$ 且 $1=3-2$，故不满足唯一性，不是；

对于 B_4： $2=3-1$， $3=6-3$， $4=6-2$， $5=6-1$，满足条件，

综上所述： B_2 和 B_4 是可以由 A 生成的数列.

【小问 2 详解】

A 的共有 4 个正整数，作差，刚好有 6 个结果，与 B 中的正整数一一对应，

故 $6=a_4-1$，故 $a_4=7$，

a_2 和 a_3 中不能有 4，因为 $7-4=4-1$，这与唯一性矛盾，

当 $a_2=2$ 时， $a_3\neq3$，不然会有 $2-1=3-2$， $a_3\neq6$，不然 $2-1=7-6$，

故 $a_3=5$，验证满足条件；

当 $a_2=3$ 时， $a_3\neq5$，不然会有 $5-3=7-5$， $a_3=6$，验证满足条件；

当 $a_2=5$ 时， $a_3=6$，此时 $7-6=6-5$，不满足.

综上所述：满足条件的数列 A 为 $A:1,2,5,7$ 和 $A:1,3,6,7$.

【小问 3 详解】

对于数列 $B:b_1,b_2,\ldots,b_n(n\geq2)$，取 $M=b_n+1$，

则 $a_1=1$， $a_2=1+b_1$， $a_3=a_2+M$， $a_4=a_3+b_2$， $\cdots$，

即 $a_{2k}=a_{2k-1}+b_k$， $a_{2k+1}=a_{2k}+M$， $k\in\mathrm{N}^*$，

对于 B 中任意一项 b_i， A 中存在唯一的一对 $\left(a_{2i},a_{2i-1}\right)$，满足 $b_i=a_{2i}-a_{2i-1}$，

构成的数列A满足 $A \to B$.

【点睛】关键点睛：本题考查了数列的新定义问题，意在考查学生的计算能力，转化能力和综合应用能力，其中根据已知条件构造新数列是解题的关键，取 $M = b_n + 1$，排除重复是解题的关键.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！