秘密★启封并使用完毕前【考试时间：2023年3月14日下午15：00—17：00】

南充市高2023届高考适应性考试（二诊）

理科数学

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

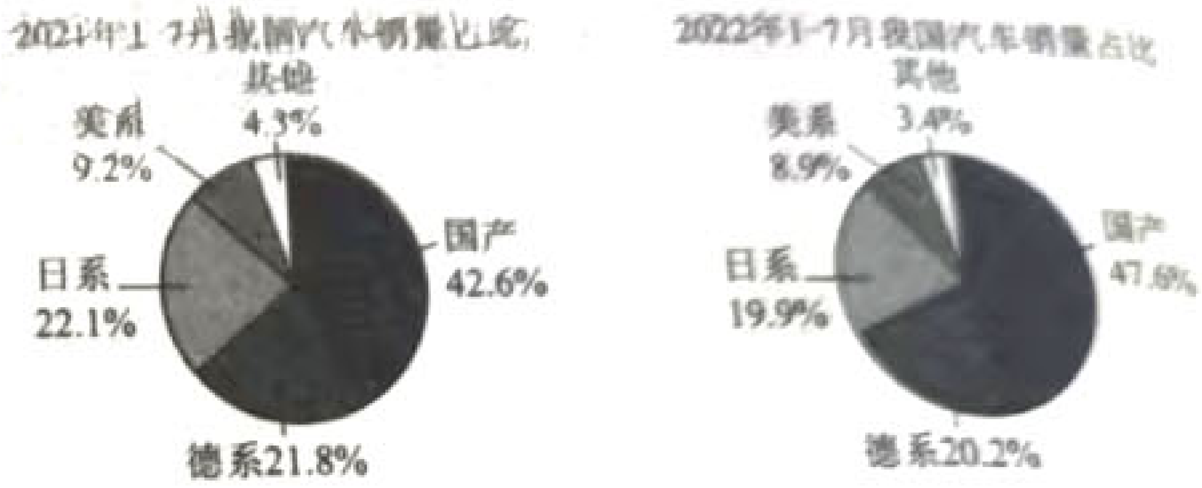
1．复数z满足$(z-i)(1+3i)=10$，则$z=$（　　）

A．$1+2i$　　B．$-1+2i$　　C．$1-2i$　　D．[illegible]

2．已知集合$A=\{x|-4<x<2\}$，$B=\{x|x^2-x-6\le 0\}$，则$A\cap B$

A．$\{x|-4\le x\le 3\}$　　B．$\{x|-4<x\le -2\}$　　C．$\{x|-2\le x<2\}$　　D．[illegible]

3．近年来国产品牌汽车发展迅速，特别是借助新能源汽车发展的东风，国产品牌汽车销售得到了较大的提升．如图是2021年1-7月和2022年1-7月我国汽车销量占比饼状图，已知2022年1-7月我国汽车总销量为1254万辆，比2021年增加了99万辆，则2022年1-7月我国汽车销量与2021年1-7月相比，下列说法正确的是（　　）



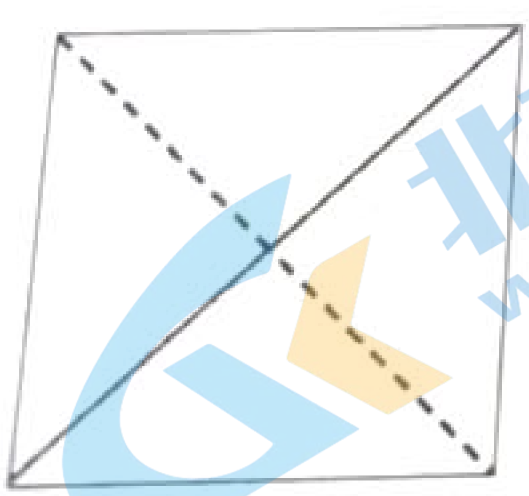
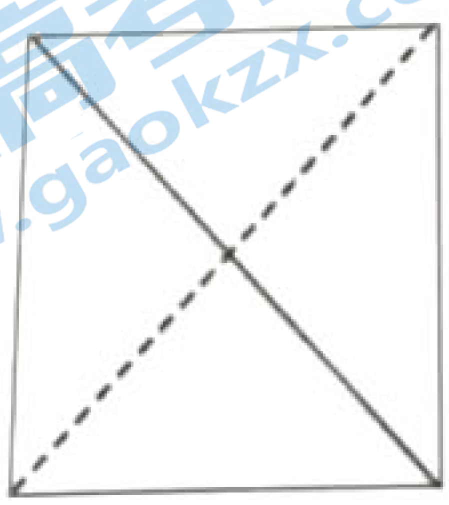
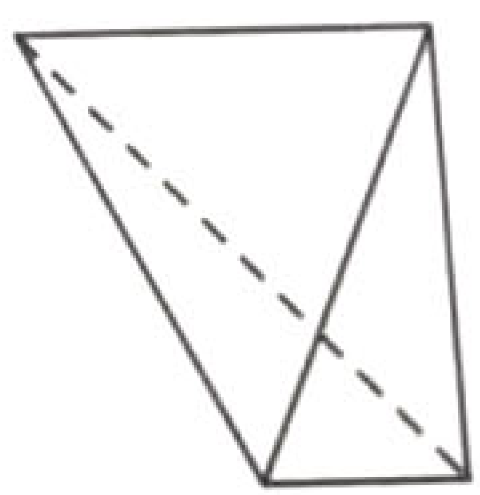
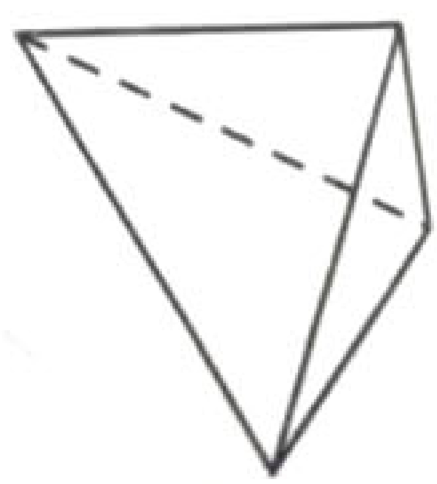
A．日系汽车销量占比变化最大　　B．国产汽车销量占比变大了

C．德系汽车销量占比下降最大　　D．美系汽车销量变少了

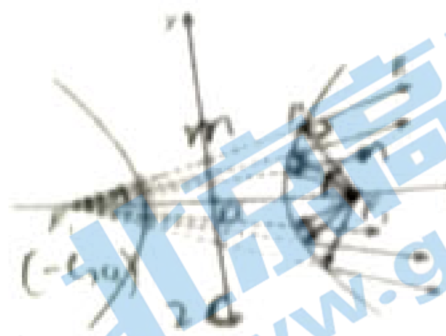
4．已知角α的顶点为坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合，终边经过点$P(-4,3)$，则$\sin(\frac{\pi}{2}+2\alpha)=$（　　）

A．$-\frac{24}{25}$　　B．$-\frac{7}{25}$　　C．$\frac{7}{25}$　　D．$\frac{24}{25}$

5．一个四面体的顶点在空间直角坐标系$O-xyz$中的坐标分别是$(0,0,1)$，$(1,1,0)$，$(0,1,1)$，$(0,0,0)$，画该四面体三视图中的正视图时，以yOz平面为投影面，则正视图可以为（　　）

A．　B．　C．　D．

6. 智慧的人们在进行工业设计时，巧妙地利用了圆锥曲线的光学性质，比如电影放映机利用椭圆镜面反射出聚焦光线，探照灯利用抛物线镜面反射出平行光线.如图，从双曲线右焦点 F_2 发出的光线通过双曲线镜面反射，且反射光线的反向延长线经过左焦点 F_1．已知入射光线 F_2P 斜率为 $-\sqrt{3}$，且 F_2P 和反射光线 PE 互相垂直（其中 P 为入射点），则双曲线的离心率为（　　）



A．$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$2+\sqrt{3}$　　D．$1+\sqrt{3}$

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=1$，$a_{n+1}=3S_n(n\geq 1)$，则 S_{2023} 等于（　　）

A．4^{2022}　　B．4^{2023}　　C．$\frac{4^{2022}-1}{3}$　　D．$\frac{4^{2023}-1}{3}$

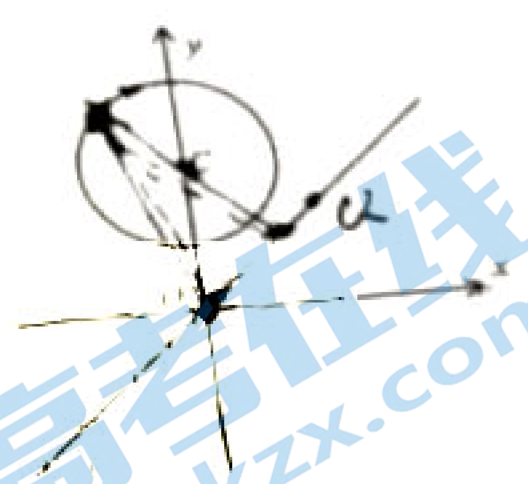
8. 在二项式 $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n$ 的展开式中，二项式的系数和为256，把展开式中所有的项重新排成一列，有理项都互不相邻的概率为（　　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{5}{12}$　　D．$\frac{1}{3}$

9. 在 ΔABC 中，内角 A，B，C 的对应边分别为 a，b，c，已知 $b\sin(B+C)=a\sin\frac{A+C}{2}$，且 ΔABC 的面积为 $\sqrt{3}$，则 ΔABC 周长的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．6　　C．$6\sqrt{2}$　　D．$6+2\sqrt{3}$

10. 如图，已知点 P 是圆 $C:x^2+(y-3)^2=1$ 上的一个动点，点 Q 是直线 $x-y=0$ 上的一个动点，O 为坐标原点，则向量 $\overrightarrow{OP}$ 在向量 $\overrightarrow{OQ}$ 上的投影的最大值是（　　）



A．$1+\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．3　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$1+\frac{3\sqrt{2}}{2}$

11. 已知函数 $h(x)=(\frac{\ln x}{x})^2-(1-2t)\frac{\ln x}{x}+1-2t$ 有三个不同的零点 x_1，x_2，x_3，且 $x_1<x_2<x_3$．则实数 $(1-\frac{\ln x_1}{x_1})\sqrt{(1-\frac{\ln x_2}{x_2})\cdot(1-\frac{\ln x_3}{x_3})}$ 的值为（　　）

A．$1-t$　　B．$t-1$　　C．-1　　D．1

12. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$．若 $f(x)-g(4-x)=2$，$g'(x)=f'(x-2)$，且 $f(x+2)$ 为奇函数，则下列说法中一定正确的是（　　）

A．$\sum_{k=1}^{2023}f(k)=0$　　B．$\sum_{k=1}^{2023}g(k)=0$

C．$\forall x\in R,f(2+x)+f(-x)=0$　　D．$g(3)+g(5)=4$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．设随机变量X服从正态分布$N(0,1)$，若$P(X\le x_0)=0.8$，则$P(|X|\le x_0)=$______.

14．已知直线$y=\frac{3}{2}x-m$与曲线$y=\frac{1}{2}x+\ln x$相切，则m的值为______.

15．设A，B是抛物线C：$x^2=4y$上的两个不同的点，O为坐标原点，若直线OA与OB的斜率之积为$-\frac{1}{2}$，则直线AB恒过定点，定点坐标为______.

16．已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，点P满足$\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{CD}+\mu\overrightarrow{CC_1}$，其中$\lambda\in[0,1]$，$\mu\in[0,1]$，有以下结论：

①．当$B_1P\perp$平面A_1BD时，B_1P与CD_1所成夹角可能为$\frac{5\pi}{12}$；

②．当$\lambda=\mu$时，$|\overrightarrow{DP}|+|\overrightarrow{A_1P}|$的最小值为$\sqrt{2+\sqrt{2}}$；

③．当$\lambda=1$时，在正方体中经过点A_1、P、C的截面面积的取值范围为$\left[\frac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{2}\right]$；

④．若B_1P与平面CC_1D_1D所成角为$\frac{\pi}{4}$，则点P的轨迹长度为π.

则其中正确结论的序号是______.

三、解答题：共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分

17．已知数列$\{a_n\}$前n项和为S_n.从下面①②中选择其中一个作为条件解答试题，若选择不同条件分别解答，则按第一个解答计分.

①数列$\{a_n\}$是等比数列，$S_2=6$，且$4a_2$，$2a_3$，a_4成等差数列；

②数列$\{a_n\}$是递增的等比数列，$a_1a_4=32$，$a_2+a_3=12$；

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)已知数列$\{b_n\}$的前n项的和为T_n，且$b_n=\frac{1}{(\log_2 a_n)\cdot(\log_2 a_{n+1})}$.证明：$T_n<1$.

18．某甜品屋店庆当天为酬谢顾客，当天顾客每消费满一百元获得一次抽奖机会．奖品分别为价值5元、10元、15元的甜品一份，每次抽奖，抽到价值为5元、10元、15元的甜品的概率分别为$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$，且每次抽奖的结果相互独立.

(1)若某人当天共获得两次抽奖机会，设这两次抽奖所获甜品价值之和为X元，求X的分布列与期望.

(2)某大学“爱牙协会”为了解“爱吃甜食”与青少年“蛀牙”情况之间的关系，随机对200名青少年展开了调查，得知这200个人中共有120个人“有蛀牙”，其中“不爱吃甜食”且“有蛀牙”的有30人，“不爱吃甜食”且“无蛀牙”的有50人.有2×2列联表：

	有蛀牙	无蛀牙	合计
爱吃甜食			
不爱吃甜食			
合计			

完成上面的列联表，根据独立性检验，能否有 99.5%的把握认为“爱吃甜食”与青少年“蛀牙”有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$

$P(K^2\ge k)$	0.05	0.01	0.005
k	3.841	6.635	7.879

19. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle ABC=60^\circ$，$PB=PD$，$PA\perp AC$.

(1)证明：$BD\perp$ 平面PAC；

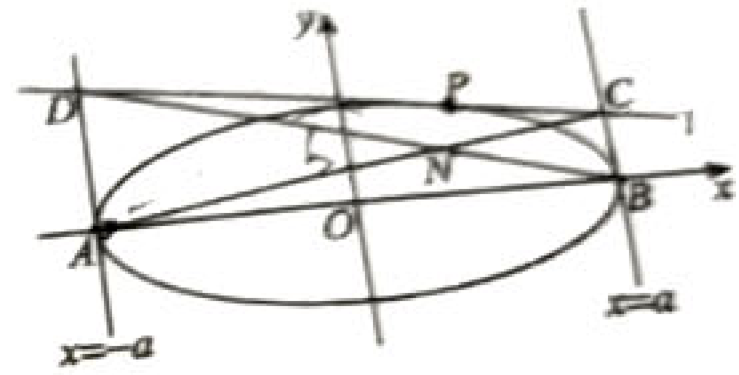
(2)若 $PA=\sqrt{3}$，是否存在常数 $\lambda\in[0,1]$，满足 [illegible]，且直线 AM 与平面 PBC 所成角的正弦值为 [illegible]，若存在，求出点 M 的位置；若不存在，请说明理由.

20. 如图，已知点 A，B 分别为椭圆 M: [illegible] 的左右顶点，$P(x_0,y_0)$ 为椭圆 M 上异于点 A、B 的动点，若 [illegible]，且 $\triangle ABP$ 面积的最大值为 2.

(1)求椭圆 M 的标准方程；

(2)已知直线 l 与椭圆 M 相切于点 $P(x_0,y_0)$，且 l 与直线 $x=a$ 和 $x=-a$ 分别相交于 C，D 两点，记四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 N.

问：是否存在两个定点 F_1，F_2，使得$|NF_1|+|NF_2|$为定值？若存在，求 F_1，F_2 的坐标；若不存在，说明理由.



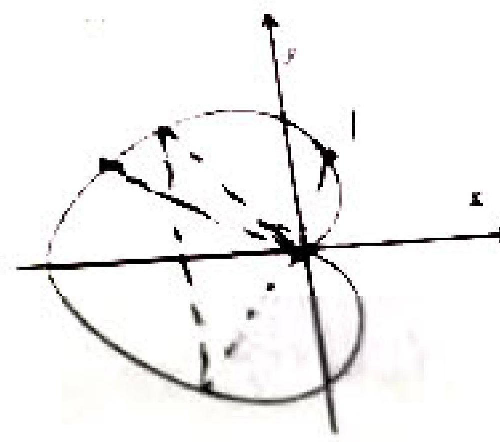
21. 已知函数 $f(x)=e^x-mx^2(m\in R)$，其中 e 为自然对数的底数.

(1)若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 有 2 个极值点，求 m 的取值范围；

(2)若函数 $h(x)=f'(x)-2n\sin x$ 在 $(0,+\infty)$ 有零点，求证：$m^2+n^2>\frac{e}{4}$.

（二）、在选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22. 数学中有许多美丽的曲线，如在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $E: x^2+y^2=a(\sqrt{x^2+y^2}-x)$，（$a>0$）的形状如心形（如图），我们称这类曲线为笛卡尔心形曲线．以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，当 $a=1$ 时．



(1)求曲线 E 的极坐标方程；

(2)已知 P，Q 为曲线 E 上异于 O 的两点，且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$，求$|PQ|$的最大值

23. 已知 $m>0,n>0$，函数 $f(x)=|x+m|+|x-n|+1$ 的最小值为 3.

(1)求 $m+n$ 的值；

(2)求证：$n+\log_2\left(\dfrac{1}{2m}+\dfrac{2}{n}\right)\ge 4-m$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。