2018 北京平谷区高一（上）期末

数　　学

2018. 1

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）设集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，集合 $A=\{2,4,6\}$，则 $C_U A=$

A. $\{2\}$ B. $\{1,3,5\}$ C. $\{3,5\}$ D. $\{1,4,6\}$

（2）函数 $f(x)=2\sin x\cos x$ 的最小正周期是

A. 2π B. $\dfrac{\pi}{2}$ C. π D. $\dfrac{\pi}{4}$

（3）已知函数 $f(x)=\cos(2x-\dfrac{\pi}{3})$，那么 $f(\dfrac{\pi}{2})$ 的值为

A. 1 B. 0 C. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\dfrac{1}{2}$

（4）如果 $a=0.3^4$，$b=8^{0.2}$，$c=\log_{0.3}4$，那么

A. $b\succ a\succ c$ B. $a\succ b\succ c$ C. $c\succ a\succ b$ D. $b\succ c\succ a$

（5）下列函数，在 $(0,2)$ 上是增函数的是

A. $f(x)=x^2-4x$ B. $f(x)=2^{-x}$ C. $f(x)=|x+2|$ D. $f(x)=\sin x$

（6）方程 $(\dfrac{1}{3})^x=-\log_2 x$ 的根所在的区间是

A. $(0,1)$ B. $(1,2)$ C. $(2,3)$ D. 不确定

（7）将函数 $f(x)=\cos(2x-\dfrac{\pi}{6})$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图像，那么下列说法正确的是的

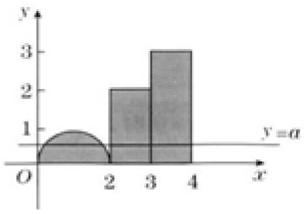
A. 函数 $y=g(x)$ 最小正周期为 2π

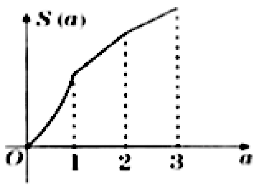
B. 函数 $y=g(x)$ 是奇函数

C. 函数 $y=g(x)$ 的图像关于点 $(\dfrac{\pi}{12},0)$ 对称

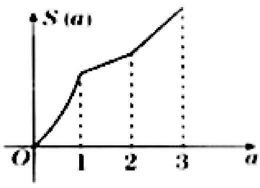
D. 函数 $y=g(x)$ 的图像关于直线 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 对称

（8）图中的阴影部分由直径为 2 的半圆和底为 1，高为 2, 3 的两个矩形构成. 设函数 $S=S(a)(a\geq 0)$ 是图中阴影部分介于平行线 $y=0$ 和 $y=a$ 之间的那一部分的面积，那么函数 $S=S(a)$ 的图像大致为

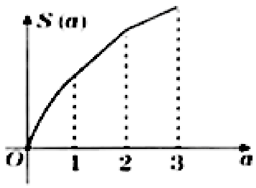




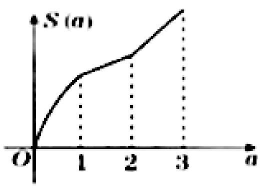
A



B



C



D

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

（9）函数 $f(x)=\lg(x-1)$ 的定义域是 __________.

（10）如果角 α 的终边经过点 $(-1,2)$，那么 $\cos\alpha=$__________.

（11）已知奇函数 $f(x)$，当 $x\succ 0$ 时， $f(x)=x^3+x,$ 那么 $f(-2)=$__________.

（12）如果 $\tan\alpha=3$，那么 $\sin\alpha\bullet\cos\alpha=$__________.

（13）20 世纪 30 年代，里克特（C.F.Richter）制订了一种表明地震能量大小的尺度，就是使用测震仪衡量地震能量的等级。地震能量越大，测震仪记录的地震区县的振幅就越大. 这就是我们常说的里氏震级 M，其计算公式为 $M=\lg A-\lg A_0$. 其中 A 是被测地震的最大振幅， A_0 是“标准地震”的振幅. 在一次地震中，一个距离震中 154 千米的测震仪记录的最大振幅是 30，此时标准地震的振幅是 0.001，那么这次地震的震级是_______（精确到 0.1；参考数值 $\lg 3=0.477$）

（14）设函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x & x\succ a\\ 3^x & x\le a\end{cases}$.

①当 $a=0$ 时， $f(f(\frac{1}{4}))=$ ；若与单位圆的交点为 $(m,\frac{1}{3}), m\in R$ $y=f(x)$

②如果函数 $g(x)=f(x)-2$ 有两个零点，那么 $a=0$ 的取值范围是_______ .

③ _________时，只有唯一 x 的与之对应.

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（15）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=x^2+bx-3$，其对称轴为 $x=-1$，（其中 b 为常数）

（Ⅰ）求实数 b 的值；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[-2,2]$ 上的值域.

（III）设集合 $A=\{x|f(x)\geq 0\}$，集合 $B=\{x|x\leq a\}$，且 $A\cup B=R$，，求 a 的取值范围.

（16）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{3})(\omega\succ 0)$ 图像中相邻两个最高点的距离为 π.

（Ⅰ）求 ω 的表达式；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{7\pi}{12}]$ 上的最大值和最小值.

（17）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=log_a(2-x)-\log_a(2+x)$，（ $a\succ 0$ 且 $a\neq 1$）.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的定义域；

（Ⅱ）判断 $f(x)$ 的奇偶性，并予以证明；

（III）当 $0\prec a\prec 1$ 时，求使 $f(x)\succ 0$ 的 x 的取值范围.

（18）（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x-1$.

（Ⅰ）求 $f(\frac{\pi}{4})$ 的值；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的单调增区间.

（19）（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{x^2}-|x|$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的定义域 ，试判断函数的奇偶性、对称性、单调性，并给予证明；

（Ⅱ）求函数的零点；

（III）当 $x\in(0,2]$ 时，求函数的值域.

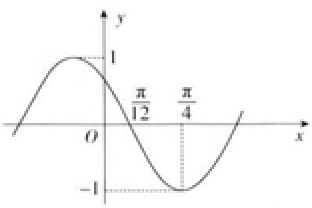
（20）（本小题 13 分）

已知函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $\omega\succ 0,0\prec\varphi\prec\pi$），的部分图像如图所示.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）写出函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

（III）写出函数 $f(x)\geq 0$ 的解集.



数学试题答案

一、选择题：（共大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	D	A	C	A	B	C

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

9. $(1,+\infty)$　　10. $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　11. -10

12. $\dfrac{3}{10}$　　13. 4.5　　14. $\dfrac{1}{9}$； $[log_3 2,4)$

（第 14 题第一空 2 分，第二空 3 分）

三、解答题（本大题共 6 个小题，共 80 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.(本小题满分 13 分)

解：（Ⅰ）对称轴为 $x=-\dfrac{b}{2}=-1$

所以实数 b 的值为 2.　　……………………3 分

（Ⅱ）$f(x)=x^2+2x-3$ 的对称轴为 $x=-1$，$-1\in[-2,2]$

所以 $x=-1$ 时有最小值 $f(-1)=-4$；

$x=2$ 时有最大值 $f(2)=5$.

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2,2]$ 上的值域 $[-4,5]$.　　……………………8 分

（Ⅲ）由 $x^2+2x-3\ge 0$ 解得 $x\le -3$ 或 $x\ge 1$.　　……………………11 分

因为 $A\cup B=\mathrm{R}$，所以 $a\ge 1$.　　……………………13 分

16.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）因为函数 $f(x)=\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{3})$ $(\omega>0)$ 图像中相邻最高点的距离是 π.

所以 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi$　即 $\omega=2$　　……………………3 分

（Ⅱ）$\because 0\le x\le \frac{7\pi}{12}$　$\therefore -\frac{\pi}{3}\le 2x-\frac{\pi}{3}\le \frac{5\pi}{6}$　……………………6 分

当 $2x-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}$，即 $x=0$ 时，$f(x)$ 有最小值 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$；……………………9 分

当 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{5\pi}{12}$ 时，$f(x)$ 有最大值 1.　……………………13 分

17.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）$\begin{cases}2-x>0\\2+x>0\end{cases}$，解得 $-2<x<2$，所以 $f(x)$ 的定义域 $\{x|-2<x<2\}$…………4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知，定义域关于原点对称，

$f(x)=log_a(2-x)-log_a(2+x)$，$f(-x)=log_a(2+x)-log_a(2-x)=-f(x)$

……………………8 分

所以 $f(x)$ 是奇函数.　……………………9 分

（Ⅲ）令 $f(x)>0$，即 $log_a(2-x)>log_a(2+x)$

因为 $0<a<1$ 时，

所以 $2-x<2+x$，即 $x>0$

又 $f(x)$ 的定义域 $\{x|-2<x<2\}$

所以使 $f(x)>0$ 的 x 的取值范围 $\{x|0<x<2\}$.　……………………13 分

18.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x-1$

$=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$　……………………3 分

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$　……………………6 分

所以 $f(\frac{\pi}{4})=\sqrt{3}$　……………………7 分

（Ⅱ）令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$　$k\in Z$……………………10 分

解得：$k\pi-\dfrac{\pi}{3}\le x\le k\pi+\dfrac{\pi}{6}$ ……………………13 分

函数 $f(x)$ 的单调增区间 $[k\pi-\dfrac{\pi}{3},k\pi+\dfrac{\pi}{6}],\mathrm{k}\in\mathrm{Z}$． ……………………14 分

19.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}-|x|$，所以函数 $f(x)$ 的定义域 $\{x\,|\,x\neq 0\}$ ……………2 分

① 因为定义域关于原点对称，又 $f(-x)=\dfrac{1}{x^2}-|-x|=f(x)$

所以函数 $f(x)$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称. ……………4 分

② 当 $x>0$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{x^2}-x$

任取 $0<x_1<x_2$，则 $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{1}{x_1^2}-x_1-\dfrac{1}{x_2^2}+x_2$ ……………6 分

$$=\frac{x_2^2-x_1^2}{x_1^2x_2^2}+x_2-x_1$$

$$=\frac{(x_2-x_1)(x_2+x_1)}{x_1^2x_2^2}+x_2-x_1$$

$$=\frac{(x_2-x_1)(x_2+x_1+x_1^2x_2^2)}{x_1^2x_2^2}$$ ……………8 分

因为 $0<x_1<x_2$，所以 $x_2-x_1>0$，$x_2+x_1+x_1^2x_2^2>0$

所以 $f(x_1)-f(x_2)>0$，所以函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调减函数. ……………9 分

因为函数是偶函数，所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调增函数. ……………10 分

（Ⅱ）当 $x>0$ 时，令 $f(x)=0$，即 $\dfrac{1}{x^2}=x$，解得 $x^3=1$,即$x=1$，

由偶函数对称性，得函数的零点 $-1,1$. ……………12 分

（Ⅲ）因为函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调减函数，

所以当 $x\in(0,2]$ 时，函数的值域是 $\left[-\frac{7}{4},+\infty\right)$.……………14 分

20.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）由图可得：$T=4(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{12})=\frac{2\pi}{3}$ ……………2 分

又因为 $T=\frac{2\pi}{\omega}$，所以 $\omega=3$ ……………4 分

因为图像过点 $(\frac{\pi}{4},-1)$，可得：

$3\cdot\frac{\pi}{4}+\varphi=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$，解得 $\varphi=\frac{3\pi}{4}+2k\pi$， ……………6 分

因为 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\frac{3\pi}{4}$，即 $f(x)=\sin(3x+\frac{3\pi}{4})$ ……………7 分

（Ⅱ）因为函数的周期是 $\frac{2\pi}{3}$，

所以由图可得单调递减区间 $(-\frac{\pi}{12}+k\cdot\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{4}+k\cdot\frac{2\pi}{3})$ $k\in Z$

（或者通过解不等式 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 3x+\frac{3\pi}{4}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi$） ……………10 分

（Ⅲ）令 $f(x)=\sin(3x+\frac{3\pi}{4})\ge 0$

由图可解得 $f(-\frac{\pi}{4})=0$，所以函数 $f(x)\ge 0$ 的解集 $[-\frac{\pi}{4}+k\cdot\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{12}+k\cdot\frac{2\pi}{3}]$ $k\in Z$

（或解不等式 $2k\pi\le 3x+\frac{3\pi}{4}\le\pi+2k\pi$） ……………13 分

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

http://www.gaokzx.com/

北京高考资讯微信：bj-gaokao