

2019—2020 学年度上学期高三年级二调考试

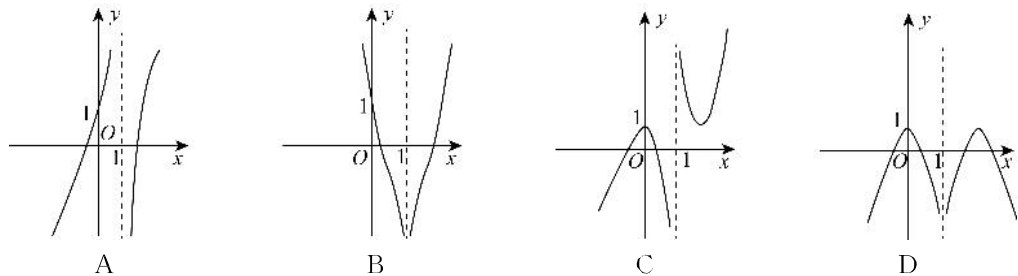
数学(文科)试卷

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

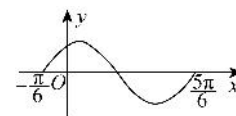
一、选择题(本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.从每小题给出的四个选项中,选出最佳选项,并在答题纸上将该项涂黑)

1. 若集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x - 1 < 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{x | x < 1\}$ B. $\{x | -1 \leq x < 1\}$ C. $\{x | x \leq 2\}$ D. $\{x | -2 \leq x < 1\}$
2. 设 $a = 0.2^3$, $b = \log_2 0.3$, $c = \log_3 2$, 则 ()
 A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $c > a > b$
3. 函数 $y = \ln|x-1| + (x-1)^2$ 的图像大致为 ()



4. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b = 2, \frac{\sin 2C}{1 - \cos 2C} = 1, B = \frac{\pi}{6}$, 则 a 的值为 ()
 A. $\sqrt{3} - 1$ B. $2\sqrt{3} + 2$ C. $2\sqrt{3} - 2$ D. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
5. 已知 $\sin(\theta - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$, 且 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\cos(\theta - \frac{\pi}{3}) =$ ()
 A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, 23\cos^2 A + \cos 2A = 0, a = 7, c = 6$, 则 $b =$ ()
 A. 10 B. 9 C. 8 D. 5
7. 已知奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(x+4)$, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = 4^x$, 则 $f(\log_4 184) =$ ()
 A. $-\frac{23}{32}$ B. $\frac{23}{32}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{8}$
8. 已知 $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{1}{5}$, 则 $\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) =$ ()
 A. $-\frac{24}{25}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{24}{25}$ D. $\frac{4}{5}$
9. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\frac{2a-c}{b} = \frac{\cos C}{\cos B}, b = 4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值为 ()
 A. $4\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

10. 已知函数 $f(x) = |x|(e^x - e^{-x})$, 对于实数 a, b , “ $a+b > 0$ ” 是 “ $f(a) + f(b) > 0$ ” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
11. 如图是函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ 上的图像, 将该图像向右平移 $|m|$ ($m < 0$) 个单位长度后, 所得图像关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称, 则 m 的最大值为 ()



- A. $-\frac{\pi}{12}$ B. $-\frac{\pi}{6}$ C. $-\frac{\pi}{4}$ D. $-\frac{\pi}{3}$
12. 若函数 $f(x) = \ln(x-1) + \frac{2}{x} - ax$ ($a > 0$) 恰有一个零点, 则实数 a 的值为 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{1}{e}$ D. e

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 已知 $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = -\frac{3}{5}, 0 < \alpha < \pi$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.
14. 将函数 $f(x) = a \sin x + b \cos x$ ($a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0$) 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到一个偶函数图像, 则 $\frac{b}{a} =$ _____.
15. 设定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足 $f'(x) > f(x)$, 则不等式 $e^{x-1} f(x) < f(2x-1)$ 的解集为 _____.
16. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边 a, b, c 成等比数列, $\cos(A-C) - \cos B = \frac{1}{2}$, 延长 BC 至 D . 若 $BD = 2$, 则 $\triangle ACD$ 面积的最大值为 _____.

三、解答题(共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分) 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图像, 设函数 $h(x) = f(x) - g(x)$.
 (1) 求函数 $h(x)$ 的单调递增区间;
 (2) 若 $g(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$, 求 $h(\alpha)$ 的值.

18. (本小题满分 12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b=5, (a+b)\sin A=2b\sin(A+C)$.
- (1) 证明: $\triangle ABC$ 为等腰三角形.
- (2) 设点 D 在 AB 边上, $AD=2BD, CD=\sqrt{17}$, 求 AB 的长.

19. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x)=x^2-x\ln x$.
- (1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 若 $f(x)-\frac{x^2}{2}>k$ 在区间 $(1, +\infty)$ 内恒成立, 求实数 k 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分) 已知曲线 $f(x)=\frac{m}{x+1}+n\ln x$ (m, n 为常数) 在 $x=1$ 处的切线方程为 $x+y-2=0$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式并写出定义域.
- (2) 若 $\forall x \in [\frac{1}{e}, 1]$, 使得对 $\forall t \in [\frac{1}{2}, 2]$, 恒有 $f(x) \geq t^3 - t^2 - 2at + 2$ 成立, 求实数 a 的取值范围.
- (3) 若 $g(x)=f(x)-ax-\frac{2}{x+1}$ ($a \in \mathbf{R}$) 有两个不同的零点 x_1, x_2 , 求证: $x_1 x_2 > e^2$.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x)=e^{x-1}-a(x-1)+\ln x$ ($a \in \mathbf{R}$, e 是自然对数的底数).
- (1) 设 $g(x)=f'(x)$ (其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数), 求 $g(x)$ 的极小值;
- (2) 若对 $\forall x \in [1, +\infty)$, 都有 $f(x) \geq 1$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+e^2+\frac{1}{e}-\frac{\ln x}{x}$ (e 为自然对数的底数).
- (1) 当 $a=e$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程.
- (2) 证明: 当 $a \leq e$ 时, 不等式 $x^3-2ax^2 \geq \ln x - (e^2 + \frac{1}{e})$ 成立.