

2019 北京汇文中学高三（上）期中

数 学

班级

姓名

学号

一、选择题（共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1. 函数 $y = 2^x + \frac{2}{2^x}$ 的最小值为（ ）

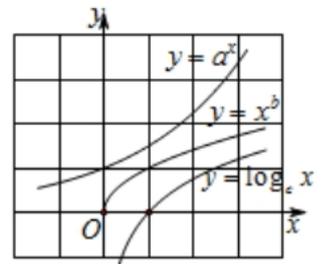
- A. 1 B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4

2. 已知命题 P: $\exists c > 0$, 方程 $x^2 - x + c = 0$ 有解, 则 $\neg P$ 为（ ）

- A. $\forall c > 0$, 方程 $x^2 - x + c = 0$ 无解
 B. $\forall c \leq 0$, 方程 $x^2 - x + c = 0$ 有解
 C. $\exists c > 0$, 方程 $x^2 - x + c = 0$ 无解
 D. $\exists c \leq 0$, 方程 $x^2 - x + c = 0$ 有解

3. 已知函数 $y = a^x, y = x^b, y = \log_c x$ 的图象如图所示, 则（ ）

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
 C. $c > a > b$ D. $c > b > a$



4. 已知集合 $P = \{x \mid x^2 \leq 1\}, M = \{a\}$, 若 $P \cup M = P$, 则 a 的取值范围是（ ）

- A. $(-\infty, -1]$ B. $[1, +\infty)$ C. $[-1, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

5. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度, 所得图象与 $y = e^x$ 关于 y 轴对称, 则 $f(x) =$ （ ）

- A. e^{x+1} B. e^{x-1} C. e^{-x+1} D. e^{-x-1}

6. 函数 $f(x) = \sin(x + \frac{4\pi}{3})$ 的一条对称轴方程为（ ）

- A. $x = -\frac{\pi}{3}$ B. $x = \frac{\pi}{6}$ C. $x = \frac{\pi}{2}$ D. $x = \frac{2\pi}{3}$

7. 已知 $x \in R$, 则 “ $|x+1| + |x-2| > 4$ ” 是 “ $x < -2$ ” 的（ ）

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知向量 $\vec{m} = (\lambda + 1, 1), \vec{n} = (\lambda + 2, 2)$, 若 $(\vec{m} + \vec{n}) \perp (\vec{m} - \vec{n})$, 则 $\lambda =$ （ ）

- A. -4 B. -3 C. -2 D. -1

9. 已知函数 $f(x) = \cos x \sin 2x$, 下列结论中错误的是（ ）

- A. $y = f(x)$ 的图象关于 $(\pi, 0)$ 中心对称 B. $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称
 C. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $f(x)$ 既是奇函数, 又是周期函数

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \leq 0 \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$, 若 $|f(x)| \geq ax$, 则 a 的取值范围是（ ）

- A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[-2, 1]$ D. $[-2, 0]$

11. 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_3 = 5$, 且公比 $q = 2$, 则 $a_3 + a_5 =$ ()

- A. 10 B. 13 C. 20 D. 25

12. 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, $3a_1, \frac{1}{2}a_3, 2a_2$ 成等比数列, 则 $\frac{a_{11} + a_{13}}{a_8 + a_{10}} =$ ()

- A. 27 B. 3 C. -1 或 3 D. -1 或 27

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3^n + 1$, 则 $a_2 + a_3 =$ _____

14. 若角 θ 的终边过点 $P(3, -4)$, 则 $\sin(\theta - \pi) =$ _____

15. 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, E 是线段 CD 的中点, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{BD} =$ _____

16. 已知向量 a, b 的夹角为 120° , 且 $|a| = |b| = 2$, 则 $a \cdot (2a - b)$ 的值为 _____

17. 将 $2^{\frac{2}{3}}, (\frac{2}{3})^{\frac{1}{2}}, 2^{\frac{1}{2}}$ 按从大到小的顺序排列应该是 _____

18. 给定下列四个命题:

① “ $x = \frac{\pi}{6}$ ” 是 “ $\sin x = \frac{1}{2}$ ” 的成分不必要条件; ②若 “ $P \vee q$ ” 为真, 则 “ $P \wedge q$ ” 为真;

③若 $a < b$, 则 $am^2 < bm^2$; ④若集合 $A \cap B = A$, 则 $A \subseteq B$

其中为真命题的是 _____ (填上所有正确命题的序号)

19. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos A = \frac{5}{13}, \sin B = \frac{3}{5}$, 则 $\cos C$ 的值为 _____

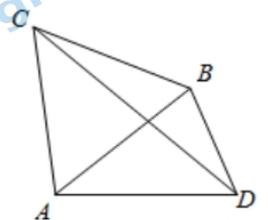
20. 设当 $x = 0$ 时, 函数 $f(x) = \sin x - 2\cos x$ 取得最大值, 则 $\cos \theta =$ _____

三、解答题 (共 4 小题, 共 50 分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程)

21. 如图, 在四边形 $ACBD$ 中, $\cos \angle CAD = -\frac{1}{7}$, 且 $\triangle ABC$ 为正三角形

(I) 求 $\cos \angle BAD$ 的值;

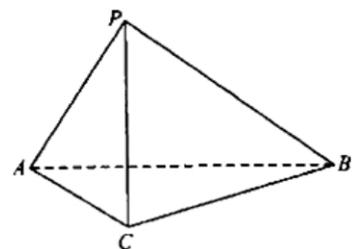
(II) 若 $CD = 4, BD = \sqrt{3}$, 求 AB 和 AD 的长



22. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AC = BC = 2, \angle ACB = 90^\circ, AP = BP = AB, PC \perp AC$

(I) 求证: $PC \perp AB$;

(II) 求二面角 $B-AP-C$ 的余弦值



23. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 2n$, 正项等比数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_1 = a_1 - 1, b_4 = 2b_2 + b_3$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \frac{a_n}{b_n}$, 其前 n 项和为 T_n , 证明: $\frac{3}{2} \leq T_n < 5$

24. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2}e^x \sin x (0 < x < \pi), g(x) = (x - 1)\ln x + m (m \in R)$

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 求证 1 是 $g(x)$ 的唯一极小值点;

(III) 若存在 $a, b \in (0, \pi)$, 满足 $f(a) = g(b)$, 求 m 的取值范围。(只需写出结论)



关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。