2024 北京十五中初三（下）开学考

数　　学

第一部分 基础巩固

一、选择题(共 40 分，每题 2 分)

1. 下列四个交通标志图案中，是中心对称图形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

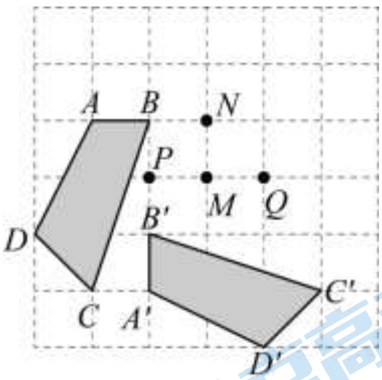
2. 在平面直角坐标系中，点 $A(3,-4)$ 关于原点对称的点的坐标是（）

A. $(3,4)$　B. $(3,-4)$　C. $(-3,-4)$　D. $(-3,4)$

3. 小云从正面观察三星堆青铜太阳轮（如图所示），发现它的正面图形可近似地看作是将圆五等分得到的图中角 α 的度数为（　）

A. 60°　B. 70°　C. 72°　D. 75°

4. 在如图所示的正方形网格中，四边形 $ABCD$ 绕某一点旋转某一角度得到四边形 $A'B'C'D'$（所有顶点都是网格线交点），在网格线交点 M,N,P,Q 中，可能是旋转中心的是（　）



A. 点 M　B. 点 N　C. 点 P　D. 点 Q

5. 若 $x=3$ 是关于 x 的方程 $x^2-2x-m=0$ 的一个根，则 m 的值是（）

A. -15　B. -3　C. 3　D. 15

6. 北京 2022 年冬奥会以后，冰雪运动的热度持续．某地滑雪场第一周接待游客 7000 人，第三周接待游客

8470 人．设该地滑雪场游客人数的周平均增长率为 x，根据题意，下面所列方程正确的是（）

A. $7000(1+x)^2=8470$　　B. $7000x^2=8470$

C. $7000(1+2x)=8470$　　D. $7000(1+x)^3=8470$

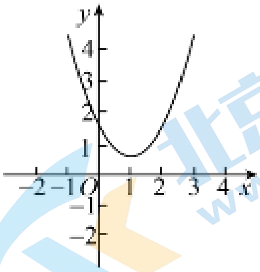
7. 若抛物线 $y=x^2+3x+c$ 经过点 $(0,2)$，则 c 的值为（　）

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. -2

8. 抛物线 $y=-(x-1)^2+2$ 的顶点坐标是（　）

A. $(1,-2)$　　B. $(1,2)$　　C. $(-1,-2)$　　D. $(-1,2)$

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图所示，则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况为（　）



A. 有两个不相等的实数根　　B. 有两个相等的实数根

C. 有实数根　　D. 没有实数根

10. 关于二次函数 $y=2(x-1)^2+2$，下列说法正确的是（　）

A. 当 $x=1$ 时，有最小值为 2　　B. 当 $x=1$ 时，有最大值为 2

C. 当 $x=-1$ 时，有最小值为 2　　D. 当 $x=-1$ 时，有最大值为 2

11. 下列关于函数 $y=x^2-1$ 的结论中，正确的是（　）

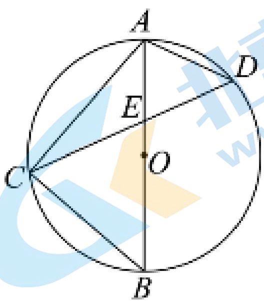
A. y 随 x 的增大而减小　　B. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大

C. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大　　D. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小

12. 把抛物线 $y=3x^2$ 向左平移 2 个单位长度，再向上平移 5 个单位长度，得到的抛物线的解析式为（　　）

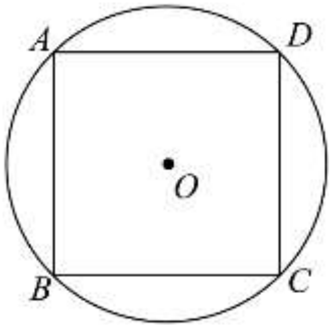
A. $y=3(x-5)^2+2$　　B. $y=3(x+5)^2+2$　　C. $y=3(x+2)^2+5$　　D. $y=3(x-2)^2+5$

13. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 CD 交 AB 于点 E，$BE=BC$．若 $\angle CAB=40°$，则 $\angle BAD$ 的大小为（　）



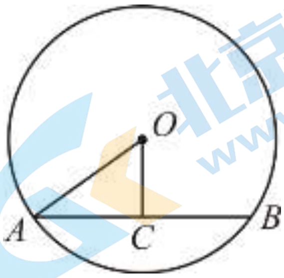
A. $45°$　　B. $50°$　　C. $55°$　　D. $65°$

14. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 6，且顶点 A，B，C，D 都在 $\odot O$ 上，则 $\odot O$ 的半径为（　）



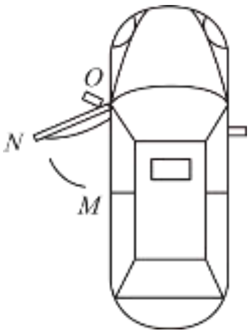
A. 3　　B. 6　　C. $3\sqrt{2}$　　D. $6\sqrt{2}$

15. 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，若 $\odot O$ 的半径 $OA=5$，圆心 O 到弦 AB 的距离 $OC=3$，则弦 AB 的长为（　　）



A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

16. 如图，某汽车车门的底边长为 1m，车门侧开后的最大角度为 $72°$，若将一扇车门侧开，则这扇车门底边扫过区域的最大面积是（　）



A. $\frac{\pi}{10}\text{m}^2$　　B. $\frac{\pi}{5}\text{m}^2$　　C. $\frac{2\pi}{5}\text{m}^2$　　D. $\frac{4\pi}{5}\text{m}^2$

17. 在下列事件中，随机事件是（　）

A. 投掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数不超过 6

B. 从装满红球的袋子中随机摸出一个球，是白球

C. 通常情况下，自来水在 $10℃$ 结冰

D. 投掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数为 2

18. 下列事件中，是不可能事件的是（　　）

A. 一枚质地均匀骰子的六个面上分别刻有 $1-6$ 的点数，掷一次骰子，骰子向上一面的点数是 8

B. 射击运动员射击一次，命中靶心

C. 通常温度降到0℃以下，纯净的水结冰

D. 在同一平面内，任意画两条直线，这两条直线平行

19. 不透明的袋子中装有 2 个白球和 3 个黑球，除颜色外，这 5 个小球无其他差别．随机从袋子中摸出 3 个球，下列事件中是必然事件的是（　）

A. 3 个球都是白球　　　　B. 至少有 1 个黑球

C. 3 个球都是黑球　　　　D. 有 1 个白球 2 个黑球

20. 不透明盒子中有 6 张卡片，除所标注文字不同外无其他差别．其中，写有“珍稀濒危植物种子”的卡片有 1 张，写有“人工种子”的卡片有 5 张．随机摸出一张卡片写有“珍稀濒危植物种子”的概率为（）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

二、解答题(共 30 分，每题 6 分)

21. 已知关于 x 的方程 $x^2-2mx+m^2-n=0$ 有两个不相等的实数根．

（1）求 n 的取值范围；

（2）若 n 为符合条件的最小整数，且该方程的较大根是较小根的 2 倍，求 m 的值．

22. 已知一次函数 $y_1=mx+n\left(m\neq 0\right)$ 和二次函数 $y_2=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$，下表给出了 y_1,y_2 与自变量 x 的几组对应值：

x	…	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y_1	…	5	4	3	2	1	0	-1	…
y_2	…	-5	0	3	4	3	0	-5	…

（1）求 y_2 的解析式；

（2）直接写出关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>mx+n$ 的解集．

23. 某班开展“讲数学家故事”的活动．下面是印有四位中国数学家纪念邮票图案的卡片 A，B，C，D，卡片除图案外其它均相同．将四张卡片背面朝上，洗匀后放在桌面上，小明同学从中随机抽取两张，讲述卡片上数学家的故事．

A　　B　　C　　D

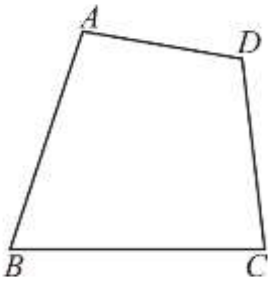
（1）请写出小明抽到的两张卡片所有可能出现的结果；

（2）求小明抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案的概率．

24. 小明在学习了圆内接四边形的性质“圆内接四边形的对角互补”后，想探究它的逆命题“对角互补的

四边形的四个顶点在同一个圆上”是否成立．他先根据命题画出图形，并用符号表示已知，求证．

已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B+\angle ADC=180^{\circ}$．



求证：点 A,B,C,D 在同一个圆上．

他的基本思路是依据“不在同一直线上的三个点确定一个圆”，先作出一个过三个顶点 A,B,C 的 $\odot O$，再证明第四个顶点 D 也在 $\odot O$ 上．

具体过程如下：

步骤一 作出过 A,B,C 三点的 $\odot O$．

如图 1，分别作出线段 AB,BC 的垂直平分线 m,n，

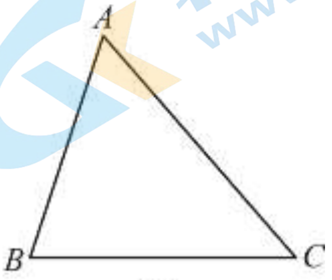


图1

设它们的交点为 O，以 O 为圆心，OA 的长为半径作 $\odot O$．

连接 OA,OB,OC，

$\therefore OA=OB,OB=OC$（①______）．（填推理依据）

$\therefore OA=OB=OC$．

$\therefore$ 点 B,C 在 $\odot O$ 上．

步骤二 用反证法证明点 D 也在 $\odot O$ 上．

假设点 D 不在 $\odot O$ 上，则点 D 在 $\odot O$ 内或 $\odot O$ 外．

ⅰ．如图 2，假设点 D 在 $\odot O$ 内．

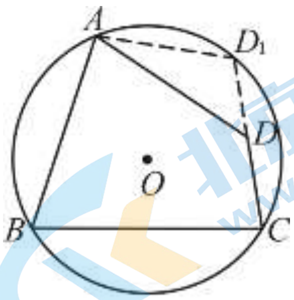


图2

延长 CD 交 $\odot O$ 于点 D_1，连接 AD_1 .

$\therefore \angle B+\angle D_1=180^\circ$（②______）.（填推理依据）

$\because \angle ADC$ 是 $\triangle ADD_1$ 的外角，

$\therefore \angle ADC=\angle DAD_1+\angle D_1$（③______）.（填推理依据）

$\therefore \angle ADC>\angle D_1$.

$\therefore \angle B+\angle ADC>180^\circ$.

这与已知条件 $\angle B+\angle ADC=180^\circ$ 矛盾.

$\therefore$ 假设不成立．即点 D 不在 $\odot O$ 内.

ii．如图 3，假设点 D 在 $\odot O$ 外.

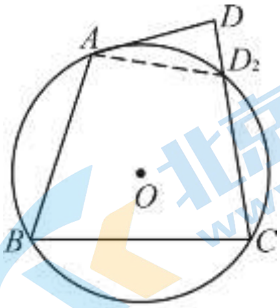


图3

设 CD 与 $\odot O$ 交于点 D_2，连接 AD_2 .

$\therefore \angle B+\angle AD_2C=180^\circ$.

$\because \angle AD_2C$ 是 $\triangle AD_2D$ 的外角，

$\therefore \angle AD_2C=\angle DAD_2+\angle ADC$.

$\therefore \angle ADC<\angle AD_2C$.

$\therefore \angle B+\angle ADC<180^\circ$.

这与已知条件 $\angle B+\angle ADC=180^\circ$ 矛盾.

$\therefore$ 假设不成立．即点 D 不在 $\odot O$ 外.

综上所述，点 D 在 $\odot O$ 上.

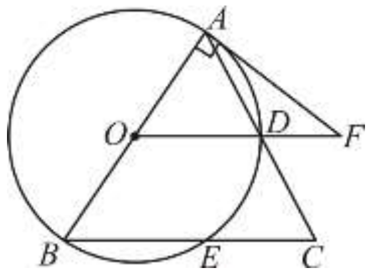
$\therefore$ 点 A,B,C,D 在同一个圆上.

阅读上述材料，并解答问题：

（1）根据步骤一，补全图 1（要求：尺规作图，保留作图痕迹）；

（2）填推理依据：①______，②______，③______.

25. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB=BC$ ， AC 交 $\odot O$ 于点 D，点 F 在 OD 的延长线上且 $\angle FAD=\frac{1}{2}\angle ABC$.



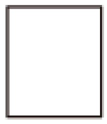
（1）求证： AF 是$\odot O$ 的切线；

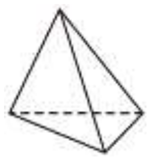
（2）若 $AF=8$， $DF=4$，求 AC 的长.

第二部分 自主学习

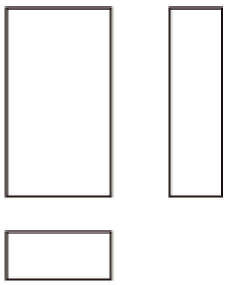
一、选择题(共 12 分，每题 2 分)

26. 下列几何体中，主视图为下图的是（　　）



A. 　B. 　C. 　D. 

27. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（　）

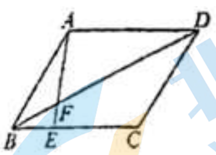


A. 长方体　B. 三棱柱　C. 圆锥　D. 圆柱

28. 平面直角坐标系 xOy 中，若点 $A(x_1,2)$ 和 $B(x_2,4)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 图像上，则下列关系式正确的是（　　）

A. $x_1>x_2>0$　B. $x_2>x_1>0$　C. $x_1<x_2<0$　D. $x_2<x_1<0$

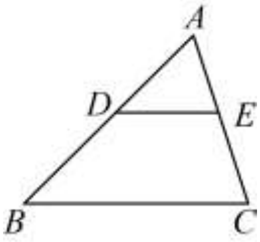
29. 如图， 在平行四边形 $ABCD$ 中， E 是 BC 边上的点， 连接 AE 交 BD 于点 F， 若 $EC=2BE$， 则 $BF:FD$ 的值是(　　)



A. 1∶2　B. 1∶3　C. 1∶4　D. 1∶5

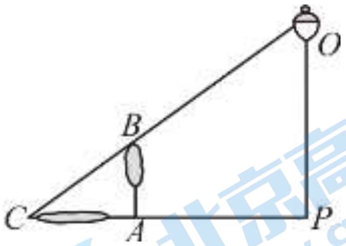
30. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D， E 分别在边 AB， AC 上，且 $DE\parallel BC$， 若 $AD=2$，$DB=3$，

$\triangle ADE$ 的面积是 2，则 $\triangle ABC$ 的面积是( )



A. 3　　B. 4　　C. 8　　D. 12.5

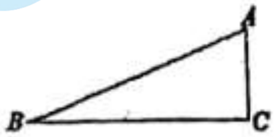
31. 如图，树 AB 在路灯 O 的照射下形成树影 AC． 已知灯杆 PO 高为 5m，树影 AC 长为 3m，树 AB 与灯杆 PO 的水平距离 AP 为 4.5m， 则树 AB 的高度为(　　) m.



A. 2　　B. 2.5　　C. 3　　D. 4.5

二、解答题(共 18 分， 每题 6 分)

32. 如图， 直角三角形 ABC，



（1）写出其中三角函数是哪些边的比：

$\sin A = \frac{(\ )}{(\ )}$， $\cos A = \frac{(\ )}{(\ )}$， $\tan A = \frac{(\ )}{(\ )}$，

（2）若 $\angle A = 60°$，$\angle C = 90°$,直接写出三角函数的值：

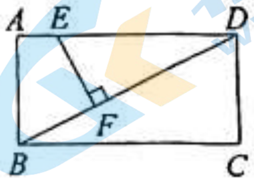
$\sin A = (\ )$，$\cos A = (\ )$，$\tan A = (\ )$，

33. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}(k \neq 0)$ 的图象经过点 $(-1,3)$．

（1）求这个反比例函数的解析式；

（2）当 $x < -1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = -x + n$ 的值大于反比例函数 $y = \frac{k}{x}(k \neq 0)$ 的值，直接写出 n 的取值范围：__________.

34. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上， $EF \perp BD$ 于点 F.



（1）写出图中一对相似但不全等的三角形：_____________，并进行证明：

（2）若 $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{1}{2}$，$EF=1$，求 DE 的长.

第三部分 拓展提高(附加题，共 20 分)

35. 总结圆综合或代数综合题或几何综合题的常用策略和方法(形式不限)

36. 已知 $\angle AOB=30°$，H 为射线 OA 上一定点，$OH=\sqrt{3}+1$，P 为射线 OB 上一点，M 为线段 OH 上一动点，连接 PM，满足 $\angle OMP$ 为钝角，以点 P 为中心，将线段 PM 顺时针旋转$150°$，得到线段 PN，连接 ON．

（1）依题意补全图 1；

（2）求证：$\angle OMP=\angle OPN$；

（3）点 M 关于点 H 的对称点为 Q，连接 QP．写出一个 OP 的值，使得对于任意的点 M 总有 ON=QP，并证明．

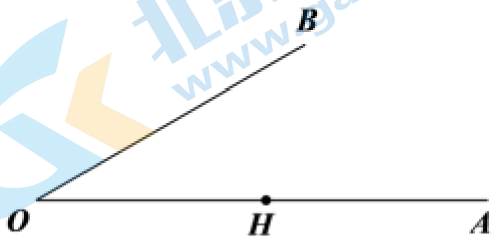
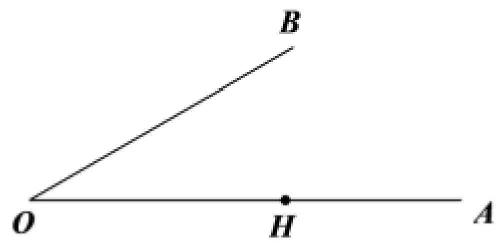
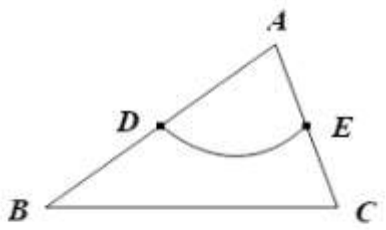


图1

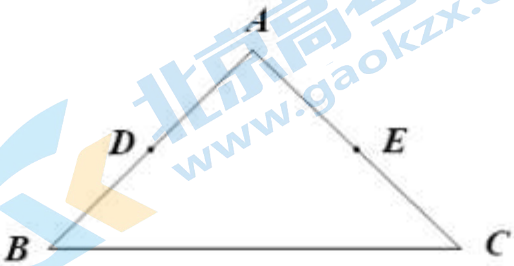


备用图

37. 在△ABC 中，D，E 分别是 $\triangle ABC$ 两边的中点，如果 $\overset{\frown}{DE}$ 上的所有点都在△ABC 的内部或边上，则称 $\overset{\frown}{DE}$ 为△ABC 的中内弧．例如，下图中 $\overset{\frown}{DE}$ 是△ABC 的一条中内弧．



（1）如图，在 Rt△ABC 中，$AB=AC=2\sqrt{2}$，D，E 分别是 AB，AC 的中点．画出△ABC 的最长的中内弧 $\overset{\frown}{DE}$，并直接写出此时 $\overset{\frown}{DE}$ 的长；



（2）在平面直角坐标系中，已知点 $A(0,2)$，$B(0,0)$，$C(4t,0)(t>0)$，在△ABC 中，D，E 分别是 AB，AC 的中点.

①若 $t=\frac{1}{2}$，求△ABC 的中内弧 DE 所在圆的圆心 P 的纵坐标的取值范围；

②若在△ABC 中存在一条中内弧 DE，使得 DE 所在圆的圆心 P 在△ABC 的内部或边上，直接写出 t 的取值范围.

参考答案

第一部分 基础巩固

一、选择题(共 40 分，每题 2 分)

1. 【答案】B

【分析】本题考查了中心对称图形的识别．熟练掌握：如果把一个图形绕某一点旋转$180°$后能与自身重合，这个图形是中心对称图形是解题的关键．

根据中心对称图形的定义进行判断即可．

【详解】解：A 不是中心对称图形，故不符合要求；

B 是中心对称图形，故符合要求；

C 不是中心对称图形，故不符合要求；

D 不是中心对称图形，故不符合要求；

故选：B．

2. 【答案】D

【分析】本题考查了关于原点对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．

根据两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反可得答案；

【详解】解：点$A(3,-4)$关于原点对称的点的坐标是$(-3,4)$，

故选：D．

3. 【答案】C

【分析】本题考查圆的性质，涉及周角为$360°$，由将圆五等分得到的图中角α，列式即可得到答案，读懂题意，掌握周角为$360°$是解决问题的关键．

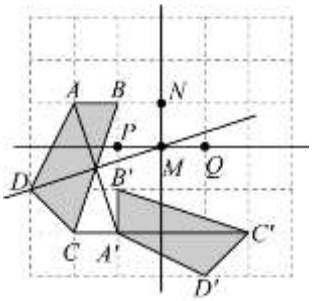
【详解】解：由题意可得$\alpha=\dfrac{360°}{5}=72°$，

故答案为：C．

4. 【答案】A

【分析】本题主要考查了旋转的性质，对应顶点到旋转中心的距离应相等且旋转角也相等，对称中心在连接对应点线段的垂直平分线上，连接AA'，CC'，作AA'的垂直平分线，作CC'的垂直平分线，交于点M，则M为旋转中心．

【详解】解：连接AA'，CC'，作AA'的垂直平分线，作CC'的垂直平分线，交到在M处，所以可知旋转中心的是点M．如下图：



故选：A.

5.【答案】C

【分析】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

直接把 $x=3$ 代入一元二次方程得到关于 m 的方程，然后解一次方程即可.

【详解】解：把 $x=3$ 代入方程 $x^2-2x-m=0$，

得 $9-6-m=0$,

解得 $m=3$.

故选：C.

6.【答案】A

【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

利用第三周接待游客人数＝第一周接待游客人数×(1＋这两个月的月平均增长率$)^2$，即可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解.

【详解】解：依题意得 $7000(1+x)^2=8470$，

故选：A.

7.【答案】A

【分析】本题考查二次函数图象与性质，熟记二次函数一般式的常数项 c 就是抛物线 $y=x^2+3x+c$ 与 y 轴的交点 $(0,2)$，熟记二次函数图象与性质是解决问题的关键.

【详解】解：$\because$ 抛物线 $y=x^2+3x+c$ 经过点 $(0,2)$，

$\therefore c$ 的值为 2，

故选：A.

8.【答案】B

【分析】本题考查了二次函数的顶点式和顶点坐标，若抛物线 $y=a(x-h)^2+k(a\neq 0)$，则顶点坐标为 $(h，k)$. 由抛物线的解析式直接可以得出顶点坐标.

【详解】解：抛物线 $y=-(x-1)^2+2$ 的顶点坐标为 $(1,2)$.

故选：B.

9.【答案】D

【分析】本题考查了二次函数图象与一元二次方程的关系；依题意，关于x的方程$ax^2+bx+c=0$的根即抛物线$y=ax^2+bx+c$与x的交点的横坐标，根据函数图象即可求解.

【详解】解：依题意，$y=ax^2+bx+c$与x无交点，即关于x的方程$ax^2+bx+c=0$的根的情况为没有实数根，

故选：D.

10.【答案】A

【分析】本题考查了二次函数的性质，根据题目中的函数解析式和二次函数的性质，可以写出该函数最值，明确二次函数的性质是解答本题的关键.

【详解】解：$\because$ $y=2(x-1)^2+2$，

$\therefore$该函数图像开口向上，对称轴为$x=1$，

当$x=1$时，取得最小值 2，

故选：A.

11.【答案】B

【分析】本题主要考查二次函数的图象的性质，要牢记解析式中的系数和图象性质的关系．根据二次项的系数确定开口方向，再根据对称轴确定增减性.

【详解】解：由题意得，图象开口向上，对称轴为y轴，

$\therefore$当$x<0$时，y随x增大而减小，

A、C 选项说法错误，

当$x>0$时，y随x增大而增大，

B 选项说法正确，D 选项说法错误，

故选：B.

12.【答案】C

【分析】本题考查的知识点是二次函数图象与几何变换，解题关键是熟练掌握二次函数图象平移规律.

二次函数图象平移规律：（横坐标）左加右减，（纵坐标）上加下减．根据此规律即可求得新解析式.

【详解】解：依题得：抛物线$y=3x^2$向左平移 2 个单位长度可得：$y=3\left(x+2\right)^2$；

再向上平移5个单位长度可得$y=3\left(x+2\right)^2+5$，

故选：C.

13.【答案】D

【分析】由直径所对的圆周角是直角，结合直角三角形两锐角互余得到$\angle B=50^\circ$，再由等腰三角形性质及三角形内角和定理即可得到$\angle ECB=\angle CEB=65^\circ$，再由圆周角定理即可得到答案.

【详解】解：$\because$ AB为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$，

$\because \angle CAB=40^\circ$，

$\therefore \angle B = 90° - 40° = 50°$，

$\because BE = BC$，

$\therefore \angle ECB = \angle CEB = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$，

$\because BD = BD$'

$\therefore \angle BAD = \angle BCE = 65°$，

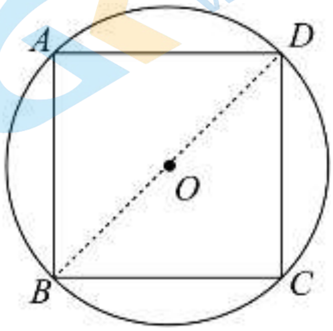
故选：D．

【点睛】本题考查圆中求角度，涉及圆周角定理、直径所对的圆周角是直角、直角三角形两锐角互余、等腰三角形性质、三角形内角和定理等知识，熟练掌握圆周角定理是解决问题的关键．

14. 【答案】C

【分析】此题考查了正多边形和圆，连接 BD， $ABCD$ 是正方形，则 $\angle BAD = 90°$， $AB = AD$，利用圆周角定理可得 BD 是 $\odot O$ 的直径，再用勾股定理即可求解，解题的关键是熟练掌握圆周角定理和勾股定理的应用．

【详解】如图，连接 BD，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BAD = 90°$， $AB = AD$，

$\therefore BD$ 是 $\odot O$ 的直径，

在 Rt$\triangle ABD$ 中，由勾股定理得： $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$，

$\therefore \odot O$ 的半径为 $3\sqrt{2}$，

故选： C．

15. 【答案】C

【分析】本题考查了垂径定理，勾股定理．熟练掌握垂径定理，勾股定理是解题的关键．

由题意知， $OC \perp AB$，则 $AB = 2AC$，由勾股定理得， $AC = \sqrt{OA^2 - OC^2}$，进而可求 AB．

【详解】解：由题意知， $OC \perp AB$，

$\therefore AB = 2AC$，

由勾股定理得， $AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = 4$，

$\therefore AB = 8$，

故选：C．

16. 【答案】B

【分析】本题考查扇形的面积．根据这扇车门底边扫过的区域是扇形，求出扇形的半径和圆心角，然后由扇形的面积公式计算即可．

【详解】解：根据题意这扇车门底边扫过的区域是扇形，

其中扇形的半径为$1\mathrm{m}$，圆心角最大角度为$72°$，

$\therefore$扇形的最大面积为：$\dfrac{72\pi r^2}{360}=\dfrac{\pi}{5}\left(\mathrm{m}^2\right)$，

故选：B．

17. 【答案】D

【分析】本题考查了随机事件，不可能事件，必然事件，解题的关键是掌握相关概念判断．

【详解】解：A、投掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数不超过 6，是必然事件，故此选项不符合题意；

B、从装满红球的袋子中随机摸出一个球，是白球，是不可能事件，故此选项不符合题意；

C、通常情况下，自来水在$10°\mathrm{C}$结冰，是不可能事件，故此选项不符合题意；

D、投掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数为 2，是随机事件，故此选项符合题意，

故选：D．

18. 【答案】A

【分析】本题考查随机事件，掌握随机事件、不可能事件、必然事件的定义，事先能肯定它一定会发生的事件称为必然事件，事先能肯定它一定不会发生的事件称为不可能事件，必然事件和不可能事件都是确定的，在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件，称为随机事件．据此逐一判断即可．

【详解】解：A、一枚质地均匀骰子的六个面上分别刻有$1-6$的点数，掷一次骰子，骰子向上一面的点数是 8 是不可能事件，符合题意；

B、射击运动员射击一次，命中靶心是随机事件，不符合题意；

C、通常温度降到$0℃$以下，纯净的水结冰是必然事件，不符合题意；

D、在同一平面内，任意画两条直线，这两条直线平行是随机事件，不符合题意；

故选：A．

19. 【答案】B

【分析】本题考查必然事件，涉及事件的分类与概念，熟记事件分类及相应概念是解决问题的关键．

【详解】解：不透明的袋子中装有 2 个白球和 3 个黑球，除颜色外，这 5 个小球无其他差别．随机从袋子中摸出 3 个球，则

A、“3 个球都是白球”是不可能事件，不符合题意；

B、“至少有 1 个黑球”是必然事件，符合题意；

C、“3 个球都是黑球”是随机事件，不符合题意；

D、“有 1 个白球 2 个黑球”是随机事件，不符合题意；

故选：B．

20.【答案】A

【分析】本题主要考查概率公式，随机事件 A 的概率 $P(A)=$ 事件 A 可能出现的结果数 $\div$ 所有可能出现的结果数．

直接根据概率公式求解即可．

【详解】解：随机摸出一张卡片写有“珍稀濒危植物种子”的概率为 $\frac{1}{6}$，

故选：A．

二、解答题(共 30 分，每题 6 分)

21.【答案】（1） $n>0$

（2） $m=3$

【分析】（1）根据方程的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac=(-2m)^2-4\times1\times(m^2-n)>0$ 即可．

（2）根据根的判别式，结合根的整数性质，根与系数关系定理，解答即可，熟练掌握根的判别式和根与系数关系定理是解题的关键．

【小问 1 详解】

$\because$ 方程 $x^2-2mx+m^2-n=0$， $a=1,b=-2m,c=m^2-n$，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-2m)^2-4\times1\times(m^2-n)>0$，

$\therefore 4m^2-4m^2+4n>0$，

解得 $n>0$．

【小问 2 详解】

$\because x^2-2mx+m^2-n=0$ 的两个实数根分别是 x_1， x_2，且 $x_2>x_1, x_2=2x_1$，

$\therefore x_1+x_2=2m, x_1\cdot x_2=m^2-n$，

$\because x_2=2x_1$，

$\therefore 3x_1=2m, 2{x_1}^2=m^2-n$，

$\because n$ 为符合条件的最小整数，

$\therefore n=1$，

$\therefore 2\times\frac{4}{9}m^2=m^2-1$，

$\therefore \frac{1}{9}m^2=1$，

解得 $m_1=3, m_2=-3$，

$\therefore x_1=2$ 或 $x_1=-2$，

$\therefore x_2=2x_1=4$ 或 $x_2=2x_1=-4$（舍去），

故 $m=3$.

22. 【答案】（1） $y_2=-x^2+2x+3$

（2） $0<x<3$

【分析】本题主要考查二次函数与不等式，待定系数法求二次函数；

（1）先确定抛物线顶点 $(1,4)$，用待定系数法求出 y_2 的表达式；

（2）利用表中数据得到直线与抛物线的交点为 $(3,0)$ 和 $(0,3)$， $0<x<3$ 时， $y_2>y_1$，从而得出不等式 $ax^2+bx+c>kx+b$ 的解集.

【小问 1 详解】

解：根据题意，当 $x=0$ 时， $y_2=3$；当 $x=2$ 时， $y_2=3$，

$\therefore$ 抛物线顶点为 $(1,4)$，

设该二次函数的解析式为 $y_2=a\left(x-1\right)^2+4$，

$\because$ 当 $x=0$ 时， $y_2=3$，代入表达式，

$\therefore a=-1$，

$\therefore y_2=-x^2+2x+3$；

【小问 2 详解】

解：当 $x=3$ 时， $y_1=y_2=0$；当 $x=0$ 时， $y_1=y_2=3$，

$\therefore$ 直线与抛物线的交点为 $(3,0)$ 和 $(0,3)$，

而 $0<x<3$ 时， $y_2>y_1$，

$\therefore$ 不等式 $ax^2+bx+c>kx+b$ 的解集是 $0<x<3$，

故答案为： $0<x<3$.

23. 【答案】（1）所有可能出现的结果共 6 种： AB， AC， AD， BC， BD， CD

（2）小明抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案的概率是 $\frac{1}{2}$

【分析】本题主要考查了列举法求概率，解题的关键是写出所有可能出现的结果.

（1）按照先抽到 A、再抽到其他的，先抽到 B、再抽到 C 或 D，然后抽到 C，再抽到 D，写出所有可能的结果即可；

（2）根据概率公式进行计算即可.

【小问 1 详解】

解：所有可能出现的结果共 6 种： AB， AC， AD， BC， BD， CD.

【小问 2 详解】

解：记抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案为事件 M，M 包含的结果有 3 种，即 AC， BC，

CD，且 6 种可能的结果出现的可能性相等，

$\therefore P(M)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$．

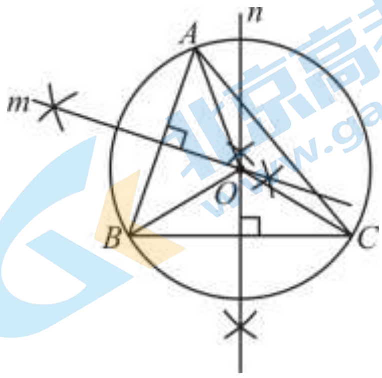
24.【答案】(1) 见解析；(2) ①线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等．②圆内接四边形的对角互补．③三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和．

【分析】本题考查的是画三角形的外接圆，线段的垂直平分线的性质，三角形的外角的性质，圆的内接四边形的性质，反证法的运用，熟练的利用反证法证明命题的真假是解本题的关键；

(1) 先作线段 AB，BC 的垂直平分线，得到交点 O，再以 O 为圆心，OA 为半径画圆即可；

(2) 由线段的垂直平分线的性质可得 $OA=OB=OC$，再利用圆的内接四边形的性质可得对角互补，结合三角形的外角的性质可得推理的依据．

【详解】解；(1) 补全图 1，如图．



(2) ①线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等．

②圆内接四边形的对角互补．

③三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和．

25.【答案】(1) 详见解析；

(2) $\frac{24}{5}\sqrt{5}$．

【分析】(1) 根据等腰三角形性质及三角形的内角和定理可得 $\angle BAC=90^\circ-\frac{1}{2}\angle ABC$，再由已知及切线的判定定理可得结论；

(2) 由 (1) 知 $\angle OAF=90^\circ$，由勾股定理得出圆的半径为 6，利用等腰三角形的性质可得出 D 为 AC 的中点，利用中位线定理可得出 $OD \parallel BC$，可证出 $\angle AOF=\angle ABC$，得出 $\triangle AOF \backsim \triangle EBA$，利用相似比得出 $BE=7.2, AE=9.6$，最后利用勾股定理即可得出答案．

【小问 1 详解】

$\because AB=BC$，

$\therefore \angle BAC=\angle C=90^\circ-\frac{1}{2}\angle ABC$，

$\because \angle FAD=\frac{1}{2}\angle ABC$，

$\therefore \angle BAF = \angle BAC + \angle FAD = 90° - \frac{1}{2}\angle ABC + \angle\frac{1}{2}\angle ABC = 90°$，

$\because$ AB 为⊙O 直径，

$\therefore$ AF 是⊙O 的切线；

【小问 2 详解】

由（1）知，AF 是⊙O 的切线，

$\therefore AF \perp AB$，

$\therefore \angle OAF = 90°$，

$\therefore AF^2 + OA^2 = OF^2$

设⊙O 的半径为 r，

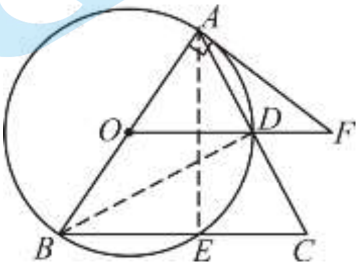
$\because AF = 8, DF = 4$，

$\therefore r^2 + 8^2 = (r+4)^2$，

$\therefore r = 6$，

$\therefore OA = OB = OD = 6$，$AB = BC = 12, OF = 10$，

连接 AE，BD，



$\because$ AB 为⊙O 的直径，

$\therefore BD \perp AC, \angle AEB = 90°$，

$\because AB = BC$，

$\therefore D$ 为 AC 中点，

$\therefore OD \parallel BC$，

$\therefore \angle AOF = \angle ABC$，

$\because \angle AEB = \angle OAF = 90°$，

$\therefore \triangle AOF \backsim \triangle EBA$，

$\therefore \frac{AO}{BE} = \frac{AF}{AE} = \frac{OF}{AB}$，

$\therefore \frac{6}{BE} = \frac{8}{AE} = \frac{10}{12}$，

$\therefore BE = 7.2, AE = 9.6$，

$\therefore CE = BC - BE = 12 - 7.2 = 4.8$，

∴在 $Rt\triangle AEC$ 中，$AC=\sqrt{AE^2+EC^2}=\sqrt{9.6^2+4.8^2}=\frac{24}{5}\sqrt{5}$

【点睛】本题属于主要考查了等腰三角形性质，圆切线的判定与性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理，中位线定理等知识点，熟练掌握其性质的综合应用是解决此题的关键.

第二部分 自主学习

一、选择题(共 12 分，每题 2 分)

26. 【答案】A

【分析】在正面内得到的由前向后观察物体的视图，叫做主视图； 再结合常见几何体的主视图特征判断即可

【详解】解：A．主视图为矩形，符合题意；

B．主视图为三角形，不符合题意；

C．主视图为有一公共边的两个三角形，不符合题意；

D．主视图为圆，不符合题意；

故选： A．

【点睛】本题考查了主视图的概念，牢记观察方向是解题关键.

27. 【答案】A

【分析】结合长方体的三视图特征判断即可.

【详解】解：∵长方体的三视图都是长方形，三棱柱的三视图中有三角形，圆锥和圆柱的三视图中有圆，

∴该几何体符合长方体的三视图特征，

故选 A.

【点睛】本题考查了三视图：在正面内得到的由前向后观察物体的视图，叫做主视图；在水平面内得到的由上向下观察物体的视图，叫做俯视图；在侧面内得到的由左向右观察物体的视图，叫做左视图；掌握常见几何体的三视图特征是解题的关键.

28. 【答案】A

【分析】根据反比例函数图像的特点即可求解.

【详解】解：∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$，

∴反比例函数图像经过第一、三象限，在第一象限中，函数值 y 随 x 的增大而减小，

∴点 $A(x_1,2)$ 和 $B(x_2,4)$ 中，$2<4$，

∴ $0<x_2<x_1$，即 $x_1>x_2>0$，

故选：A．

【点睛】本题主要考查反比例函数图像的特点，掌握反比例函数图像的增减性是解题的关键.

29. 【答案】B

【分析】此题考查了相似三角形的判定与性质，以及平行四边形的性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键．由平行四边形 $ABCD$，得到对边 AD 与 BC 平行且相等，确定出三角形 ADF 与三角

形 EBF 相似，由相似得比例列出比例式，根据 $EC=2BE$，求出 BE 与 BC 比值，进而确定出 BE 与 AD 比值，即为相似比，即可求出所求式子的值.

【详解】解：解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC$，且 $AD=BC$，

$\therefore \angle FAD=\angle FEB,\ \angle ADF=\angle EBF$，

$\therefore \triangle BEF\backsim\triangle DAF$，

$\therefore \dfrac{BE}{AD}=\dfrac{BF}{FD}$，

$\because EC=2BE,\ BC=AD,\ AD=3BE$，

$\therefore \dfrac{BE}{AD}=\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{1}{3}$，

则 $BF:FD=1:3$.

故选：B.

30. 【答案】D

【分析】本题考查了三角形相似的判定和性质，根据相似三角形面积之比等于相似比的平方，计算即可.

【详解】$\because DE\parallel BC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{AD}{AB}\right)^2=\left(\dfrac{AD}{AD+DB}\right)^2$，

$\because \triangle ADE$ 的面积是 2，

$\therefore \dfrac{2}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{2}{2+3}\right)^2$，

解得 $S_{\triangle ABC}=12.5$，

故选 D.

31. 【答案】A

【分析】本题考查了相似三角形的性质与判定，先证明 $\triangle ABC\backsim\triangle POC$，得 $\dfrac{AB}{PO}=\dfrac{CA}{CP}$，代入数值进行计算，即可作答.

【详解】解：依题意，$BA\perp CP,\ 0P\perp CP$,

$\therefore \angle BAC=\angle P=90^\circ,\ \angle C=\angle C$

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle POC$

$\therefore \dfrac{AB}{PO}=\dfrac{CA}{CP}$

$\because AP=4.5\text{m},\ 0P=5\text{m},\ AC=3\text{m}$

则 $\frac{AB}{5}=\frac{3}{7.5}$

解得 $AB=2$

故选：A

二、解答题(共 18 分， 每题 6 分)

32. 【答案】（1）见详解 （2）$\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},\sqrt{3}$

【分析】本题考查同角三角函数的关系，掌握各三角函数的定义及特殊角的三角函数值是本题的关键.

（1）根据正弦、余弦和正切的定义作答即可；

（2）根据特殊角的三角函数解答即可.

【小问 1 详解】

解：如图：$\sin A=\frac{BC}{AB}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}$，$\tan A=\frac{BC}{AC}$；

【小问 2 详解】

解：$\because \angle A=60°$，$\angle C=90°$

$\therefore \angle B=30°$

$\therefore \sin A=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos A=\cos 60°=\frac{1}{2}$，$\tan A=\tan 60°=\sqrt{3}$

33. 【答案】（1）这个反比例函数的解析式为 $y=-\frac{3}{x}$；

（2）$n\geq 2$.

【分析】本题考查了一次函数图象与反比例函数的交点问题，函数与不等式的关系，数形结合是解题的关键.

（1）利用待定系数法即可求解；

（2）求得直线经过点 $(-1,3)$ 时的解析式，求得此时直线与 y 轴的交点，利用数形结合思想即可求解.

【小问 1 详解】

解：$\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象经过点 $(-1,3)$，

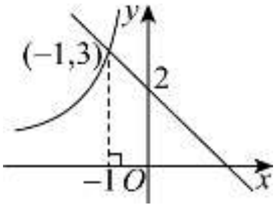
$\therefore k=-1\times 3=-3$，

$\therefore$ 这个反比例函数的解析式为 $y=-\frac{3}{x}$；

【小问 2 详解】

解：当 $x=-1$ 时，$y=-(-1)+n=3$，

$\therefore n=2$，



$\because$ 当 $x<-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=-x+n$ 的值大于反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的值，

$\therefore n\geq2$.

34. 【答案】（1）见解析　（2）$DE=\sqrt{5}$.

【分析】此题考查了矩形的性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识，证明 $\triangle ABE\backsim\triangle DEF$ 是解题的关键.

（1）根据“两角分别对应相等的两个三角形相似”即可证明 $\triangle EDF\backsim\triangle BDA$；

（2）设 $AB=x$，则 $BC=2x$，利用勾股定理求得 $BD=\sqrt{5}x$，再利用相似三角形的性质列式计算即可求解.

【小问 1 详解】

解：$\triangle EDF\backsim\triangle BDA$，理由如下，

$\because EF\perp BD$，

$\therefore \angle EFD=\angle A=90^\circ$，

$\because \angle EDF=\angle BDA$，

$\therefore \triangle EDF\backsim\triangle BDA$，

故答案为：$\triangle EDF\backsim\triangle BDA$；

【小问 2 详解】

解：$\because \frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 设 $AB=x$，则 $BC=2x$，

$\because$ 在矩形 $ABCD$ 中，$\angle A=90^\circ$，$AD=2x$，

$\therefore BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{5}x$，

由（1）得 $\triangle EDF\backsim\triangle BDA$，

$\therefore \frac{EF}{DE}=\frac{AB}{DB}$，即 $\frac{1}{DE}=\frac{x}{\sqrt{5}x}$，

$\therefore DE=\sqrt{5}$.

第三部分 拓展提高(附加题，共 20 分)

35. 【答案】见详解

【分析】本题考查学生的发散思维，根据圆综合常考的知识点，举例：圆必考切线：切线判定方法有哪些；或者已知切线，怎样利用等类似考点进行作答，即可作答.

【详解】解：圆必考切线。切线判定方法有哪些?

（1）最常用：切线判定定理(经过半径外端点，且垂直于这条半径的直线，是圆的切线)。作辅助线-连接切点和圆心， 证明垂直。

（2）若未告知切线经过圆上的点(那么无法连切点和圆心)， 作辅助线一-过圆心作直线的垂线，证明垂线段长度等于半径。

或者：已知切线，怎样利用?

必须利用切线性质定理：圆的切线垂直于过切点的半径。

作辅助线一连接切点和圆心，得到垂直。(答案不唯一)

36.【答案】(1) 如图所示见解析；(2) 见解析；(3) OP=2.证明见解析.

【分析】(1) 根据题意画出图形即可.

(2) 由旋转可得∠MPN=150°，故∠OPN=150°-∠OPM；由∠AOB=30°和三角形内角和 180°可得∠OMP=180°-30°-∠OPM=150°-∠OPM，得证.

(3) 根据题意画出图形，以 ON=QP 为已知条件反推 OP 的长度. 由 (2) 的结论∠OMP=∠OPN 联想到其补角相等，又因为旋转有 PM=PN，已具备一边一角相等，过点 N 作 NC⊥OB 于点 C，过点 P 作 PD⊥OA 于点 D，即可构造出△PDM≌△NCP，进而得 PD=NC，DM=CP. 此时加上 ON=QP，则易证得△OCN≌△QDP，所以 OC=QD. 再设 DM=CP=x，所以 OC=OP+PC=2+x，MH=MD+DH=x+1，由于点 M、Q 关于点 H 对称，得出 DQ=DH+HQ=1+x+1=2+x，得出 OC=DQ，再利用 SAS 得出△OCN≌△QDP 即可

【详解】解：(1) 如图 1 所示为所求.

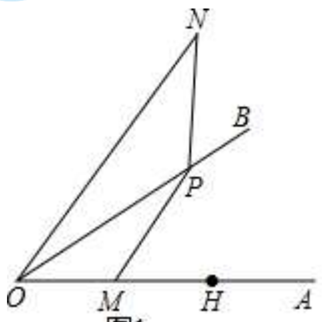


图1

(2) 设∠OPM=α，

∵线段 PM 绕点 P 顺时针旋转 150°得到线段 PN

∴∠MPN=150°，PM=PN

∴∠OPN=∠MPN-∠OPM=150°-α

∵∠AOB=30°

∴∠OMP=180°-∠AOB-∠OPM=180°-30°-α=150°-α

∴∠OMP=∠OPN

(3) OP=2 时，总有 ON=QP，证明如下：

过点 N 作 NC⊥OB 于点 C，过点 P 作 PD⊥OA 于点 D，如图 2

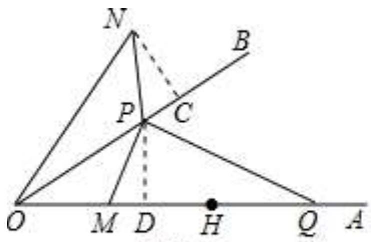


图2

∴∠NCP=∠PDM=∠PDQ=90°

∵∠AOB=30°，OP=2

$\therefore PD=\frac{1}{2}OP=1$

$\therefore OD=\sqrt{OP^2-PD^2}=\sqrt{3}$

$\because OH=\sqrt{3}+1$

∴DH=OH-OD=1

∵∠OMP=∠OPN

∴180°-∠OMP=180°-∠OPN

即∠PMD=∠NPC

在△PDM与△NCP中

$$\begin{cases}\angle PDM=\angle NCP\\ \angle PMD=\angle NPC\\ PM=NP\end{cases}$$

∴△PDM≌△NCP（AAS）

∴PD=NC，DM=CP

设DM=CP=x，则OC=OP+PC=2+x，MH=MD+DH=x+1

∵点M关于点H的对称点为Q

∴HQ=MH=x+1

∴DQ=DH+HQ=1+x+1=2+x

∴OC=DQ

在△OCN与△QDP中

$$\begin{cases}OC=QD\\ \angle OCN=\angle QDP=90^\circ\\ NC=PD\end{cases}$$

∴△OCN≌△QDP（SAS）

∴ON=QP

【点睛】本题考查了根据题意画图，旋转的性质，三角形内角和180°，勾股定理，全等三角形的判定和性质，中心对称的性质．第（3）题的解题思路是以ON=QP为条件反推OP的长度，并结合（2）的结论构造全等三角形；而证明过程则以OP=2为条件构造全等证明ON=QP．

37. 【答案】（1）π；（2）①P 的纵坐标 $y_p \geq 1$ 或 $y_P \leq \frac{1}{2}$；②$0 < t \leq \sqrt{2}$．

【分析】（1）由三角函数值及等腰直角三角形性质可求得 DE=2，最长中内弧即以 DE 为直径的半圆，$\overset{\frown}{DE}$ 的长即以 DE 为直径的圆周长的一半；

（2）根据三角形中内弧定义可知，圆心一定在 DE 的中垂线上，，①当 $t=\frac{1}{2}$ 时，要注意圆心 P 在 DE 上方的中垂线上均符合要求，在 DE 下方时必须 AC 与半径 PE 的夹角∠AEP 满足 90°≤∠AEP＜135°；②根据题意，t 的最大值即圆心 P 在 AC 上时求得的 t 值．

【详解】解：（1）如图 2，

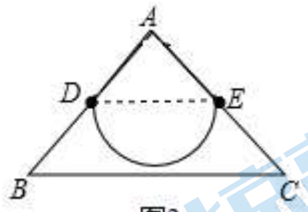


图2

以 DE 为直径的半圆弧 $\overset{\frown}{DE}$，就是△ABC 的最长的中内弧 $\overset{\frown}{DE}$，连接 DE，∵∠A=90°，AB=AC=2$\sqrt{2}$，

D，E 分别是 AB，AC 的中点，$\therefore BC=\frac{AC}{\sin B}=\frac{2\sqrt{2}}{\sin 45^{\circ}}=4, DE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 4=2$，

∴弧 $\overset{\frown}{DE}=\frac{1}{2}\times 2\pi=\pi$；

（2）如图 3，由垂径定理可知，圆心一定在线段 DE 的垂直平分线上，连接 DE，作 DE 垂直平分线 FP，作 EG⊥AC 交 FP 于 G，

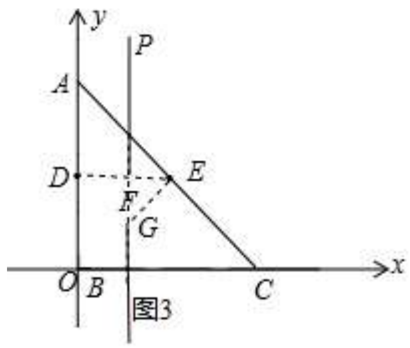


图3

①当 $t=\frac{1}{2}$ 时，C（2，0），∴D（0，1），E（1，1），$F\left(\frac{1}{2},1\right)$，

设 $P\left(\frac{1}{2},m\right)$ 由三角形中内弧定义可知，圆心线段 DE 上方射线 FP 上均可，∴m≥1，

∵OA=OC，∠AOC=90°

∴∠ACO=45°，

∵DE∥OC

∴∠AED=∠ACO=45°

作 EG⊥AC 交直线 FP 于 G，FG=EF=$\frac{1}{2}$

根据三角形中内弧的定义可知，圆心在点 G 的下方（含点 G）直线 FP 上时也符合要求；

$\therefore m\leqslant\dfrac{1}{2}$

综上所述，$m\leqslant\dfrac{1}{2}$ 或 m≥1.

②图 4，设圆心 P 在 AC 上，

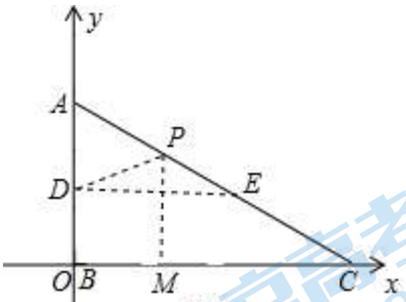


图4

∵P 在 DE 中垂线上，

∴P 为 AE 中点，作 PM⊥OC 于 M，则 PM=$\dfrac{3}{2}$

$\therefore P\left(t,\dfrac{3}{2}\right)$，

∵DE∥BC

∴∠ADE=∠AOB=90°，

$\therefore AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{1^2+(2t)^2}=\sqrt{4t^2+1}$

∵PD=PE，

∴∠AED=∠PDE

∵∠AED+∠DAE=∠PDE+∠ADP=90°，

∴∠DAE=∠ADP

$\therefore AP=PD=PE=\dfrac{1}{2}AE$

由三角形中内弧定义知，PD≤PM

$\therefore \dfrac{1}{2}AE\leqslant\dfrac{3}{2}$，AE≤3，即 $\sqrt{4t^2+1}\leqslant 3$，解得：$t\leqslant\sqrt{2}$

$\because t>0$

$\therefore 0<t\leqslant\sqrt{2}$

【点睛】此题是一道圆的综合题，考查了圆的性质，弧长计算，直角三角形性质等，给出了“三角形中内弧”新定义，要求学生能够正确理解新概念，并应用新概念解题.