

# 2022 北京育英学校高三（上）统测（二）

## 数 学

### 第I卷（选择题 共40分）

一、 选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 + 5x - 6 < 0\}$ ,  $B = \{x | x > -2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $(-2, +\infty)$       B.  $(-6, -2)$       C.  $(-2, 1)$       D.  $(-2, 6)$

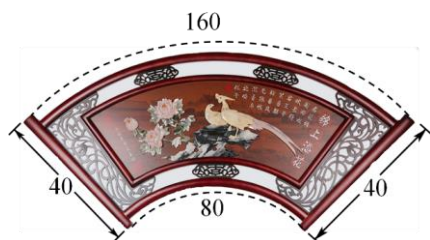
2. “ $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ”是“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ ”的 ( )

- A. 必要不充分条件      B. 充分不必要条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

3. 已知  $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}$ , 则  $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right) =$  ( )

- A.  $-\frac{1}{9}$       B.  $\frac{1}{9}$       C.  $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$       D.  $\frac{4\sqrt{5}}{9}$

4. 玉雕壁画是采用传统的手工雕刻工艺，加工生产成的玉雕工艺画。某扇形玉雕壁画尺寸（单位：cm）如图所示，则该玉雕壁画的扇面面积约为 ( )



- A.  $1600\text{cm}^2$       B.  $3200\text{cm}^2$       C.  $3350\text{cm}^2$       D.  $4800\text{cm}^2$

5. 要得到  $g(x) = \sin\left(4x + \frac{2\pi}{3}\right)$  的图象，只需要将  $f(x) = \cos^2 2x - \sin^2 2x$  的图象 ( )

- A. 向左平移  $\frac{\pi}{24}$  个单位长度      B. 向右平移  $\frac{\pi}{24}$  个单位长度  
C. 向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度      D. 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度

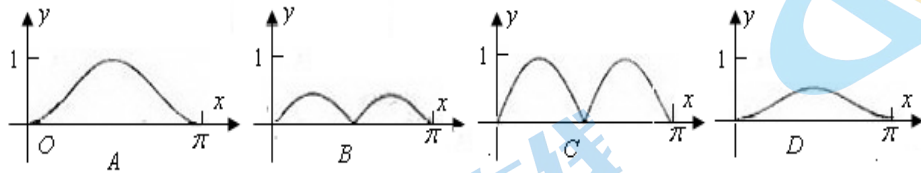
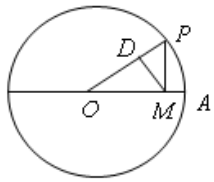
6. 设函数  $f(x) = |\sin x|$ , 若  $a = f(\ln 2)$ ,  $b = f\left(\log_{\frac{1}{3}} 2\right)$ ,  $c = f\left(\frac{1}{3^2}\right)$ , 则 ( )

- A.  $a < b < c$       B.  $b < c < a$       C.  $c < a < b$       D.  $b < a < c$

7. 中国的 5G 技术领先世界，5G 技术极大地提高了数据传输速率，最大数据传输速率  $C$  取决于信道带宽  $W$ ，经科学研究表明： $C$  与  $W$  满足  $C = W \log_2(1+T)$ ，其中  $T$  为信噪比。若不改变带宽  $W$ ，而将信噪比  $T$  从 9 提升到 39，则  $C$  大约增加了 ( )。（附： $\lg 2 \approx 0.3$ ）

- A. 20%      B. 40%      C. 60%      D. 80%

8. 如图, 圆  $O$  的半径为 1,  $A$  是圆上的定点,  $P$  是圆上的动点, 角  $x$  的始边为射线  $OA$ , 终边为射线  $OP$ , 过点  $P$  作直线  $OA$  的垂线, 垂足为  $M$ , 将点  $M$  到直线  $OP$  的距离表示为  $x$  的函数  $f(x)$ , 则  $y=f(x)$  在  $[0, \pi]$  上的图像大致为 ( )



9. 在平行四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ , 且  $\angle BOC = 60^\circ, BC = 1$ , 则  $AB$  的取值范围是 ( )

- A.  $(0, \sqrt{2}]$       B.  $(1, \sqrt{2}]$       C.  $(0, \sqrt{3}]$       D.  $(1, \sqrt{3}]$

10. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$  若函数  $g(x) = f(x) - |kx^2 - 2x|$  ( $k \in \mathbf{R}$ ) 恰有 4 个零点, 则  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$       B.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (0, 2\sqrt{2})$   
 C.  $(-\infty, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$       D.  $(-\infty, 0) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

### 第II卷 (非选择题 共 110 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_3 = 9, S_{10} = 100$ , 则  $a_7 =$  \_\_\_\_\_.

12. 二项式  $(\sqrt{x} - \frac{2}{x})^6$  的展开式中常数项为 \_\_\_\_\_. (用数字作答)

13. 若函数  $f(x) = A \sin x - \sqrt{3} \cos x$  的一个零点为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_;  $f(\frac{\pi}{12}) =$  \_\_\_\_\_.

14. 在相距 2 千米的 A、B 两点处测量目标点 C, 若  $\angle CAB = 75^\circ, \angle CBA = 60^\circ$ , 则 A、C 两点之间的距离为 \_\_\_\_\_ 千米.

15. 已知函数  $f(x) = \sin|x| - \sqrt{3}|\cos x|$ , 下列关于函数  $f(x)$  的说法正确的序号有 \_\_\_\_\_.

- ① 函数  $f(x)$  在  $[\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}]$  上单调递增;  
 ②  $2\pi$  是函数  $f(x)$  的周期;  
 ③ 函数  $f(x)$  的值域为  $[-2, 1]$ ;  
 ④ 函数  $f(x)$  在  $[-2\pi, 2\pi]$  内有 4 个零点.

三、解答题：本大题共6小题，共85分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分14分)

在 $\triangle ABC$ 中， $c=2$ ， $C=30^\circ$ ，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使其能够确定唯一的三角形，求：

- (1)  $a$  的值；
- (2)  $\triangle ABC$  的面积.

条件①:  $2b = \sqrt{3}a$ . 条件②:  $A = 45^\circ$ ; 条件③:  $b = 2\sqrt{3}$ . 注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

17. (本小题满分14分)

设函数  $f(x) = \sin x + \cos x (x \in \mathbb{R})$ .

- (1) 求函数  $y = [f(x + \frac{\pi}{2})]^2$  的最小正周期;
- (2) 求函数  $y = f(x)f(x - \frac{\pi}{4})$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值.

18. (本小题满分14分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_5 = 9$ ,  $a_3 + a_9 = 22$ .

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 等比数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $b_1 = a_1$ , 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中任选择两个作为已知条件, 求满足  $S_n < 2021$  的  $n$  的最大值.

条件①:  $b_3 = a_1 + a_2$ ; 条件②:  $S_3 = 7$ ; 条件③:  $b_{n+1} > b_n$ .

19. (本小题满分14分)

已知函数  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x+a}$ .

- (1) 若  $a=1$ , 求  $y=f(x)$  在  $(1, f(1))$  处切线方程;
- (2) 若函数  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极值, 求  $f(x)$  的单调区间, 以及最大值和最小值.

20. (本小题满分15分)

已知: 函数  $f(x) = \sin x - x \cos x$ .

- (1) 求  $f'(\pi)$ ;
- (2) 求证: 当  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$  时,  $f(x) < \frac{1}{3}x^3$ ;
- (3) 若  $f(x) > kx - x \cos x$  对  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$  恒成立, 求实数  $k$  的最大值.

21. (本小题满分 14 分)

有限数列  $\{a_n\}$ , 若满足  $|a_1 - a_2| \leq |a_1 - a_3| \leq \dots \leq |a_1 - a_m|$ ,  $m$  是项数, 则称  $\{a_n\}$  满足性质  $p$ .

(1) 判断数列 3, 2, 5, 1 和 4, 3, 2, 5, 1 是否具有性质  $p$ , 请说明理由.

(2) 若  $a_1 = 1$ , 公比为  $q$  的等比数列, 项数为 10, 具有性质  $p$ , 求  $q$  的取值范围.

(3) 若  $a_n$  是  $1, 2, 3, \dots, m$  的一个排列 ( $m \geq 4$ ),  $b_k = a_{k+1}$  ( $k = 1, 2, \dots, m-1$ ),  $\{a_n\}, \{b_n\}$  都具有性质  $p$ ,

求所有满足条件的  $\{a_n\}$ .

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯