

2022 北京育英学校高三（上）统测（二）

数 学

第I卷（选择题 共40分）

一、 选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 5x - 6 < 0\}$, $B = \{x | x > -2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-2, +\infty)$ B. $(-6, -2)$ C. $(-2, 1)$ D. $(-2, 6)$

2. “ $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ”是“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ ”的 ()

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 已知 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}$, 则 $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right) =$ ()

- A. $-\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$ D. $\frac{4\sqrt{5}}{9}$

4. 玉雕壁画是采用传统的手工雕刻工艺，加工生产成的玉雕工艺品。某扇形玉雕壁画尺寸（单位：cm）如图所示，则该玉雕壁画的扇面面积约为 ()



- A. 1600cm^2 B. 3200cm^2 C. 3350cm^2 D. 4800cm^2

5. 要得到 $g(x) = \sin\left(4x + \frac{2\pi}{3}\right)$ 的图象，只需要将 $f(x) = \cos^2 2x - \sin^2 2x$ 的图象 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

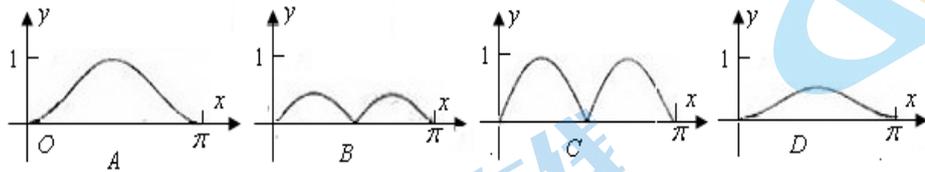
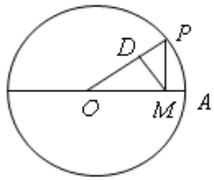
6. 设函数 $f(x) = |\sin x|$, 若 $a = f(\ln 2)$, $b = f\left(\log_{\frac{1}{3}} 2\right)$, $c = f\left(\frac{1}{3^2}\right)$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

7. 中国的 5G 技术领先世界，5G 技术极大地提高了数据传输速率，最大数据传输速率 C 取决于信道带宽 W ，经科学研究表明： C 与 W 满足 $C = W \log_2(1+T)$ ，其中 T 为信噪比。若不改变带宽 W ，而将信噪比 T 从 9 提升到 39，则 C 大约增加了 ()。（附： $\lg 2 \approx 0.3$ ）

- A. 20% B. 40% C. 60% D. 80%

8. 如图, 圆 O 的半径为 1, A 是圆上的定点, P 是圆上的动点, 角 x 的始边为射线 OA , 终边为射线 OP , 过点 P 作直线 OA 的垂线, 垂足为 M , 将点 M 到直线 OP 的距离表示为 x 的函数 $f(x)$, 则 $y=f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的图像大致为 ()



9. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 且 $\angle BOC = 60^\circ, BC = 1$, 则 AB 的取值范围是 ()

- A. $(0, \sqrt{2}]$ B. $(1, \sqrt{2}]$ C. $(0, \sqrt{3}]$ D. $(1, \sqrt{3}]$

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - |kx^2 - 2x|$ ($k \in \mathbf{R}$) 恰有 4 个零点, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$ B. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (0, 2\sqrt{2})$
 C. $(-\infty, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$ D. $(-\infty, 0) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

第II卷 (非选择题 共 110 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 9, S_{10} = 100$, 则 $a_7 =$ _____.

12. 二项式 $(\sqrt{x} - \frac{2}{x})^6$ 的展开式中常数项为 _____ (用数字作答)

13. 若函数 $f(x) = A \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 的一个零点为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $A =$ _____; $f(\frac{\pi}{12}) =$ _____.

14. 在相距 2 千米的 A、B 两点处测量目标点 C, 若 $\angle CAB = 75^\circ, \angle CBA = 60^\circ$, 则 A、C 两点之间的距离为 _____ 千米.

15. 已知函数 $f(x) = \sin|x| - \sqrt{3}|\cos x|$, 下列关于函数 $f(x)$ 的说法正确的序号有 _____.

- ① 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}]$ 上单调递增;
 ② 2π 是函数 $f(x)$ 的周期;
 ③ 函数 $f(x)$ 的值域为 $[-2, 1]$;
 ④ 函数 $f(x)$ 在 $[-2\pi, 2\pi]$ 内有 4 个零点.

三、解答题：本大题共6小题，共85分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分14分)

在 $\triangle ABC$ 中， $c=2$ ， $C=30^\circ$ ，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使其能够确定唯一的三角形，求：

- (1) a 的值；
- (2) $\triangle ABC$ 的面积.

条件①: $2b = \sqrt{3}a$. 条件②: $A = 45^\circ$; 条件③: $b = 2\sqrt{3}$. 注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

17. (本小题满分14分)

设函数 $f(x) = \sin x + \cos x (x \in \mathbb{R})$.

- (1) 求函数 $y = [f(x + \frac{\pi}{2})]^2$ 的最小正周期;
- (2) 求函数 $y = f(x)f(x - \frac{\pi}{4})$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值.

18. (本小题满分14分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_5 = 9$, $a_3 + a_9 = 22$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $b_1 = a_1$, 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中任选择两个作为已知条件, 求满足 $S_n < 2021$ 的 n 的最大值.

条件①: $b_3 = a_1 + a_2$; 条件②: $S_3 = 7$; 条件③: $b_{n+1} > b_n$.

19. (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x+a}$.

- (1) 若 $a=1$, 求 $y=f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处切线方程;
- (2) 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值, 求 $f(x)$ 的单调区间, 以及最大值和最小值.

20. (本小题满分15分)

已知: 函数 $f(x) = \sin x - x \cos x$.

- (1) 求 $f'(\pi)$;
- (2) 求证: 当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, $f(x) < \frac{1}{3}x^3$;
- (3) 若 $f(x) > kx - x \cos x$ 对 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 恒成立, 求实数 k 的最大值.

21. (本小题满分 14 分)

有限数列 $\{a_n\}$, 若满足 $|a_1 - a_2| \leq |a_1 - a_3| \leq \dots \leq |a_1 - a_m|$, m 是项数, 则称 $\{a_n\}$ 满足性质 p .

(1) 判断数列 3, 2, 5, 1 和 4, 3, 2, 5, 1 是否具有性质 p , 请说明理由.

(2) 若 $a_1 = 1$, 公比为 q 的等比数列, 项数为 10, 具有性质 p , 求 q 的取值范围.

(3) 若 a_n 是 $1, 2, 3, \dots, m$ 的一个排列 ($m \geq 4$), $b_k = a_{k+1}$ ($k = 1, 2, \dots, m-1$), $\{a_n\}, \{b_n\}$ 都具有性质 p ,

求所有满足条件的 $\{a_n\}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯