

南充市高 2024 届高三适应性考试（零诊）

文科答案及评分细则

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	B	C	D	C	A	A	D	B	B	D	C	D

二、填空题

13. $[-1, +\infty)$ 14. 8 15. $1 \pm \sqrt{2}$ 16. 10π

三、解答题

(一) 必考题

17. 解：(I) $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n} = 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 1 + \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$

..... 3 分

由 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z$ 得

$-\frac{\pi}{3} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z$ 5 分

$f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[-\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi\right], k \in Z$ 6 分

(II) $f(C) = 2\sin\left(2C + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 3 \Rightarrow \sin\left(2C + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$C \in (0, \pi)$, 则 $2C + \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}\right)$, 所以 $2C + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow C = \frac{\pi}{6}$ 8 分

由余弦定理有 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$, 即 $1 = (a+b)^2 - (2+\sqrt{3})ab = (a+b)^2 - 2\sqrt{3} \times (2+\sqrt{3})$

解得 $a+b = 2+\sqrt{3}$ 11 分

故 $\triangle ABC$ 的周长为 $3+\sqrt{3}$ 12 分

18. 解：(I) 由已知 $K^2 = \frac{200 \times (80 \times 40 - 40 \times 40)^2}{120 \times 80 \times 80 \times 120} = \frac{50}{9} \approx 5.556 < 6.635$ 3 分

故没有 99% 的把握认为“外国运动员对唐装感兴趣与性别有关” 5 分

(II) 按分层抽样的方法抽取 6 名对唐装有兴趣的运动员，则其中男性运动员 4 名，记为 A、B、C、D，女性运动员 2 名，记为 E、F， 6 分

从 6 人中随机抽取两人，有 $\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{A, E\}, \{A, F\}, \{B, C\}, \{B, D\},$

$\{B, E\}, \{B, F\}, \{C, D\}, \{C, E\}, \{C, F\}, \{D, E\}, \{D, F\}, \{E, F\}$ 共 15 个基本事件，

..... 8分
其中满足抽取的两名运动员恰好是一名男性和一名女性的有 $\{A, E\}, \{A, F\}, \{B, E\}, \{B, F\},$

$\{C, E\}, \{C, F\}, \{D, E\}, \{D, F\},$ 共 8 个基本事件,

..... 11分

抽取的两名运动员恰好是一名男性和一名女性的概率为 $p = \frac{8}{15}$ 12分

19. 解: (I) O, F 分别是 AB, BC 中点, 连接 OF , 则 $OF \parallel AC$
 $OF \not\subset$ 平面 ACE , $AC \subset$ 平面 ACE , 则 $OF \parallel$ 平面 ACE 3分

四边形 $AODE$ 是矩形, $OD \parallel AE$, 同理有 $OD \parallel$ 平面 ACE 4分

又 $OF \cap OD = O$, 故平面 $ODF \parallel$ 平面 ACE

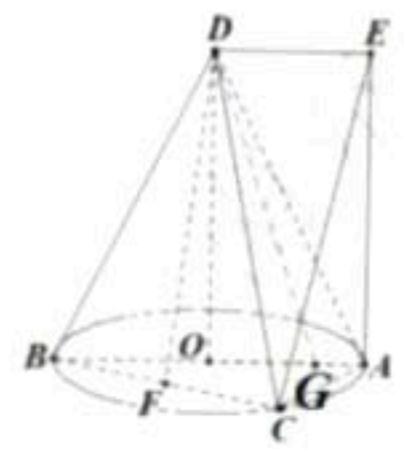
又 $DF \subset$ 平面 ODF , 故 $DF \parallel$ 平面 ACE 5分

(II) 在圆锥 DO 中, $DO \perp$ 平面 ABC , 则平面 $ABDE \perp$ 平面 ABC

平面 $ABDE \cap$ 平面 $ABC = AB$, 作 $CG \perp AB$ 于点 G , 连接 DG

则 $CG \perp ABDE$, 在直角三角形 ABC 中, $AB = 2, \angle BAC = \frac{\pi}{3}$, 则

$$AC = 1, BC = \sqrt{3}, CG = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



..... 8分

$DO \perp$ 平面 ABC , $AE \parallel DO$, 则 $AE \perp$ 平面 ABC , 在直角三角形 ACE 中, $AC = 1,$

$\angle ACE = \frac{\pi}{3}$, 则 $AE = \sqrt{3}$, 11分

$$V_{A-CDE} = V_{C-ADE} = \frac{1}{3} S_{\triangle ADE} \cdot CG = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4}$$

..... 12分

20. 解: (I) 因为 $\angle AOx = \theta (0 \leq \theta < 2\pi)$, 所以 $A(2\cos\theta, 2\sin\theta), B(\cos\theta, \sin\theta),$

设 $M(x, y)$, 则 $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$ (θ 是参数), 消去 θ 得 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

即曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 4分

(II) 当直线 OE 或 OF 的斜率不存在时, 易得 $S_{\triangle EOF} = 1$ 5分

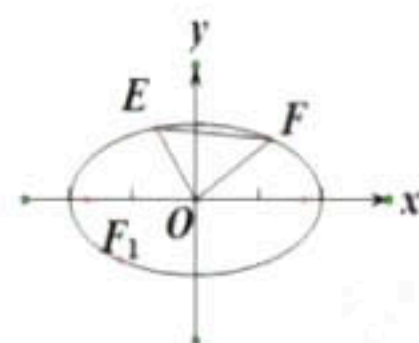
当直线 OE 和 OF 的斜率都存在时, 设 $l_{OE}: y = kx (k \neq 0), E(x_1, y_1),$

则 $l_{OF}: y = -\frac{x}{k}$

由 $\begin{cases} y=kx \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1^2 = \frac{4}{1+4k^2} \\ y_1^2 = \frac{4k^2}{1+4k^2} \end{cases}$, $|OE| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{\frac{4(1+k^2)}{4k^2+1}}$ 7分

同理可得 $|OF| = \sqrt{\frac{4(1+\frac{1}{k^2})}{\frac{4}{k^2}+1}} = \sqrt{\frac{4(k^2+1)}{k^2+4}}$ 8分

$S_{\triangle EOF} = \frac{1}{2}|OE| \cdot |OF| = 2 \sqrt{\frac{(k^2+1)^2}{(k^2+4)(4k^2+1)}}$, 令 $t = k^2 + 1 > 1$



$S_{\triangle EOF} = 2 \sqrt{\frac{t^2}{4t^2+9t-9}} = 2 \sqrt{\frac{1}{-\frac{9}{t^2} + \frac{9}{t} + 4}} = 2 \sqrt{\frac{1}{-9(\frac{1}{t} - \frac{1}{2})^2 + \frac{25}{4}}} \in [\frac{4}{5}, 1]$

..... 11分

故 $S_{\triangle EOF} \in [\frac{4}{5}, 1]$ 12分

21. 解: (I) $f'(x) = \frac{1}{x} - a - \frac{1-a}{x^2} = -\frac{(x-1)[ax+(a-1)]}{x^2}$ ($x > 0$) 1分

当 $a \geq 1$ 时, $ax+a-1 > 0$

由 $f'(x) > 0$ 得 $0 < x < 1$, 由 $f'(x) < 0$ 得 $x > 1$

故 $a \geq 1$ 时, $f(x)$ 的单调递增区间是 $(0, 1)$, 单调递减区间是 $(1, +\infty)$ 5分

(II) 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, 恒有 $f(x+1) + \frac{a-1}{x+1} + a + 1 \leq 0$ 成立

即 $\ln(x+1) - ax \leq 0$ 对任意 $x \in [0, +\infty)$ 恒成立 7分

令 $h(x) = \ln(x+1) - ax, x \geq 0$, $h'(x) = \frac{1}{x+1} - a$

当 $a \geq 1$ 时, $x \geq 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{x+1} \leq 1$, $h'(x) \leq 0$, $h(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递减, $h(x) \leq h(0) = 0$, 满足题意

当 $0 < a < 1$ 时, $h(x)$ 在 $[0, \frac{1}{a}-1)$ 上单调递增, 当 $x \in [0, \frac{1}{a}-1)$ 时, $h(x) \geq h(0) = 0$

当 $a \leq 0$ 时, $h(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, $h(x) \geq h(0) = 0$

故 $a \in [1, +\infty)$ 12分

注：若用洛必达法则做，扣2分

(二) 选考题

22.解：(I) 由 $y = 4t$ 得 $t = \frac{y}{4}$ ，代入 $x = 4t^2$ 有 $x = \frac{y^2}{4}$ ，曲线 C_1 的普通方程为 $y^2 = 4x$ 2分

$$\text{由 } \sqrt{2}\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \text{ 得 } \sqrt{2}\rho \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta \right) = -1$$

即 $\rho \sin\theta - \rho \cos\theta = -1$ ，直线 l 的直角坐标方程为 $x - y - 1 = 0$ 5分

$$\text{(II) 点 } P(0, -1) \text{ 在直线 } l \text{ 上, 设直线 } l \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}), \text{ 代入 } y^2 = 4x \text{ 得}$$

$$t^2 - 6\sqrt{2}t + 2 = 0 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

设点 M 、 N 对应的参数分别为 t_1 、 t_2 ，则 $t_1 + t_2 = 6\sqrt{2}$ ， $t_1 t_2 = 2$ 8分

$$\left| \frac{1}{|PM|} - \frac{1}{|PN|} \right| = \left| \frac{1}{|t_1|} - \frac{1}{|t_2|} \right| = \frac{|t_1 - t_2|}{|t_1 t_2|} = \frac{\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2}}{|t_1 t_2|} = 4 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

23.解：(I) 当 $m = -5$ 时， $f(x) \leq 8 \Leftrightarrow |x - 5| + 2|x - 1| \leq 8$

$$\text{即 } \begin{cases} x \leq 1 \\ 5 - x + 2 - 2x \leq 8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 1 < x \leq 5 \\ 5 - x + 2x - 2 \leq 8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x > 5 \\ x - 5 + 2x - 2 \leq 8 \end{cases}$$

解得 $-\frac{1}{3} \leq x \leq 5$ ，原不等式的解集为 $\left[-\frac{1}{3}, 5\right]$ 5分

(II) $f(x) < 3$ 的解集包含 $[0, 1]$ ，即 $\forall x \in [0, 1]$ ， $f(x) < 3$ 恒成立.

$$|x + m| + 2 - 2x < 3 \Leftrightarrow -3x - 1 < m < x + 1$$

$$(-3x - 1)_{\max} < m < (x + 1)_{\min}$$

所以 $m \in (-1, 1)$ 10分