

高二数学

2022.04

考生须知

1. 本试卷共 4 页，共两部分，21 道小题。满分 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

第一部分(选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 函数 $f(x) = \sin 2x$ 的导函数为

- (A) $\cos 2x$ (B) $2\cos 2x$
(C) $-\cos 2x$ (D) $-2\cos 2x$

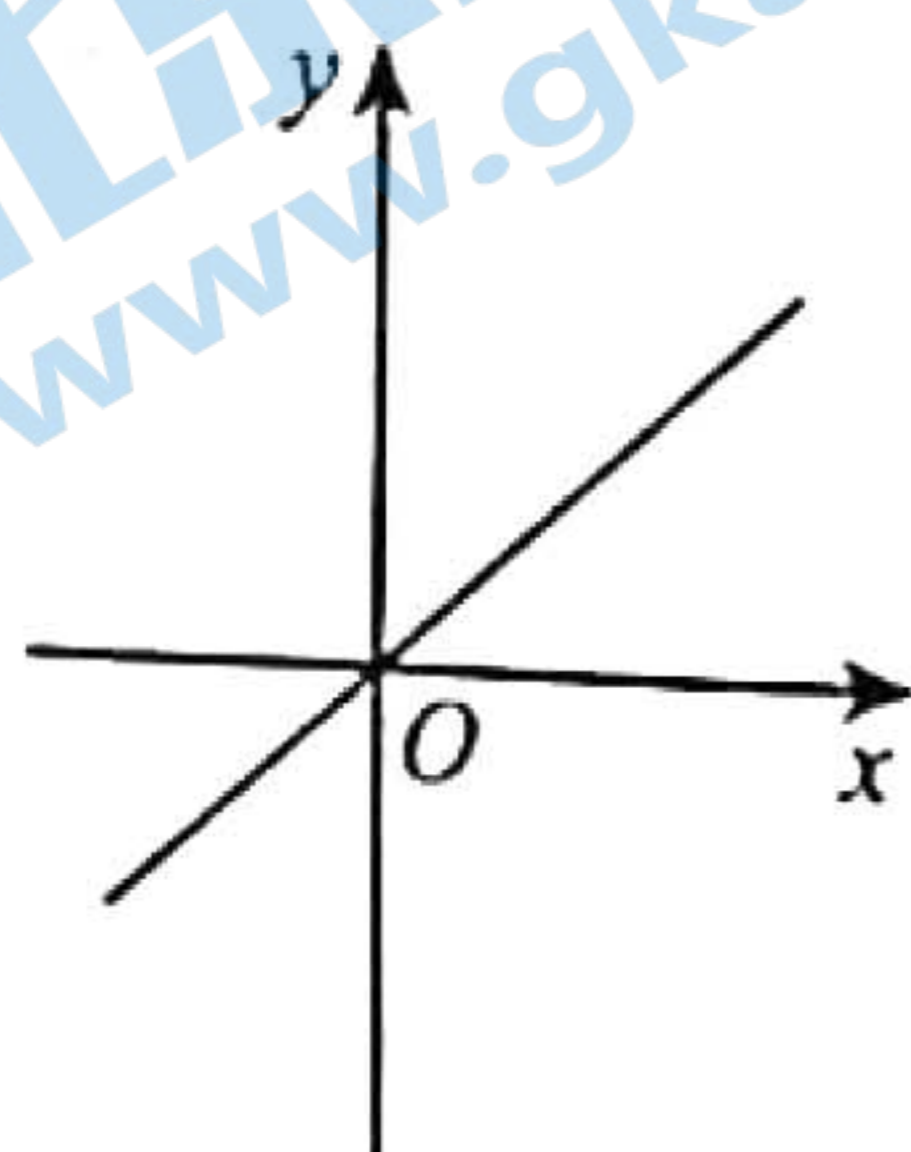
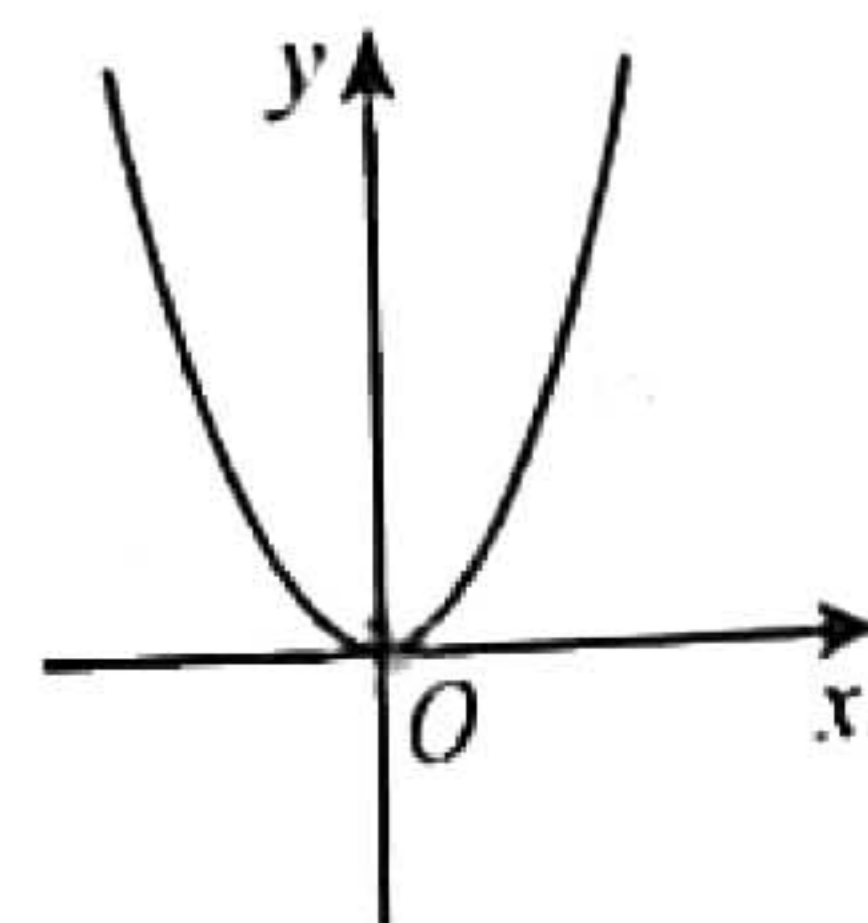
(2) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，则 A 的含有 2 个元素的子集的个数是

- (A) 3 (B) 5
(C) 10 (D) 20

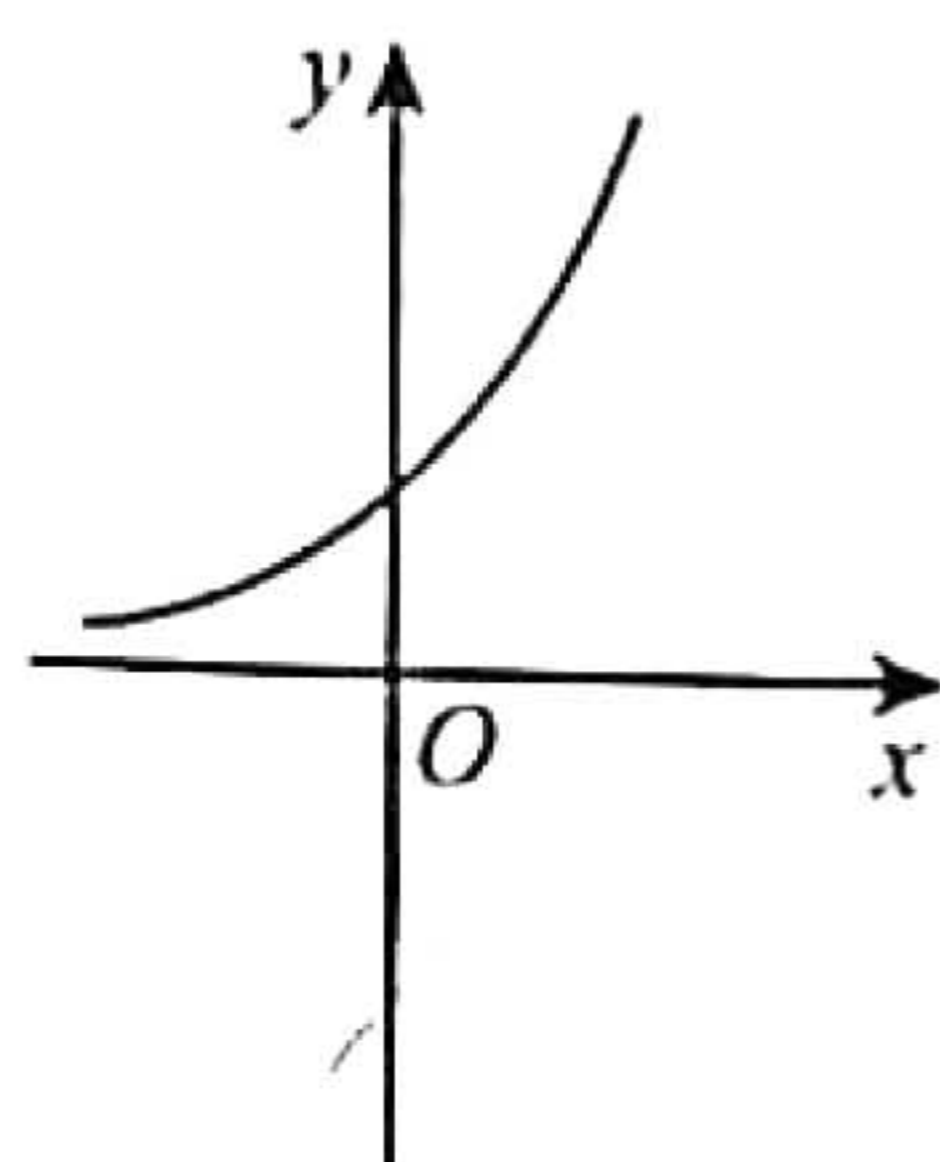
(3) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ ，则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$ 等于

- (A) -1 (B) 1
(C) -2 (D) 0

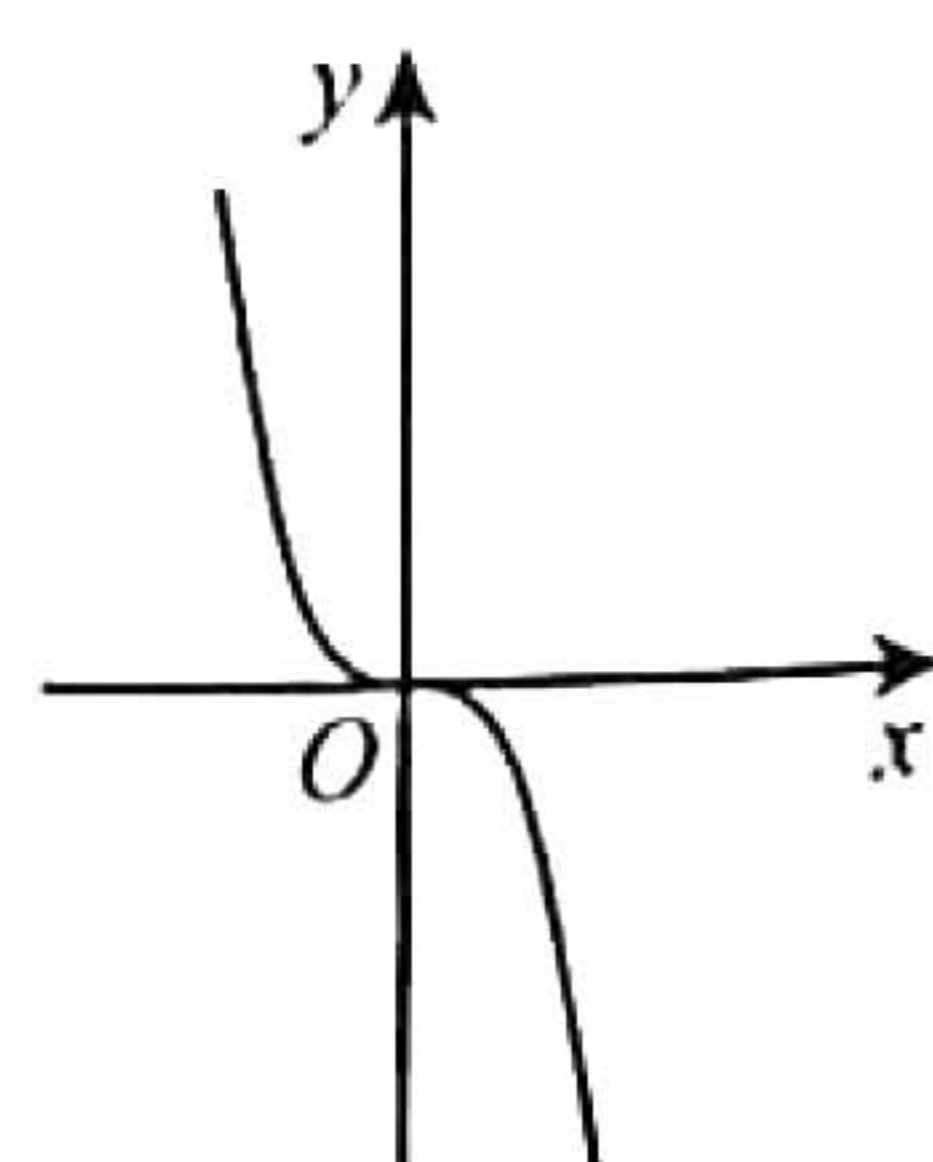
(4) 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图像如右图所示，则 $y = f(x)$ 的图像可能为



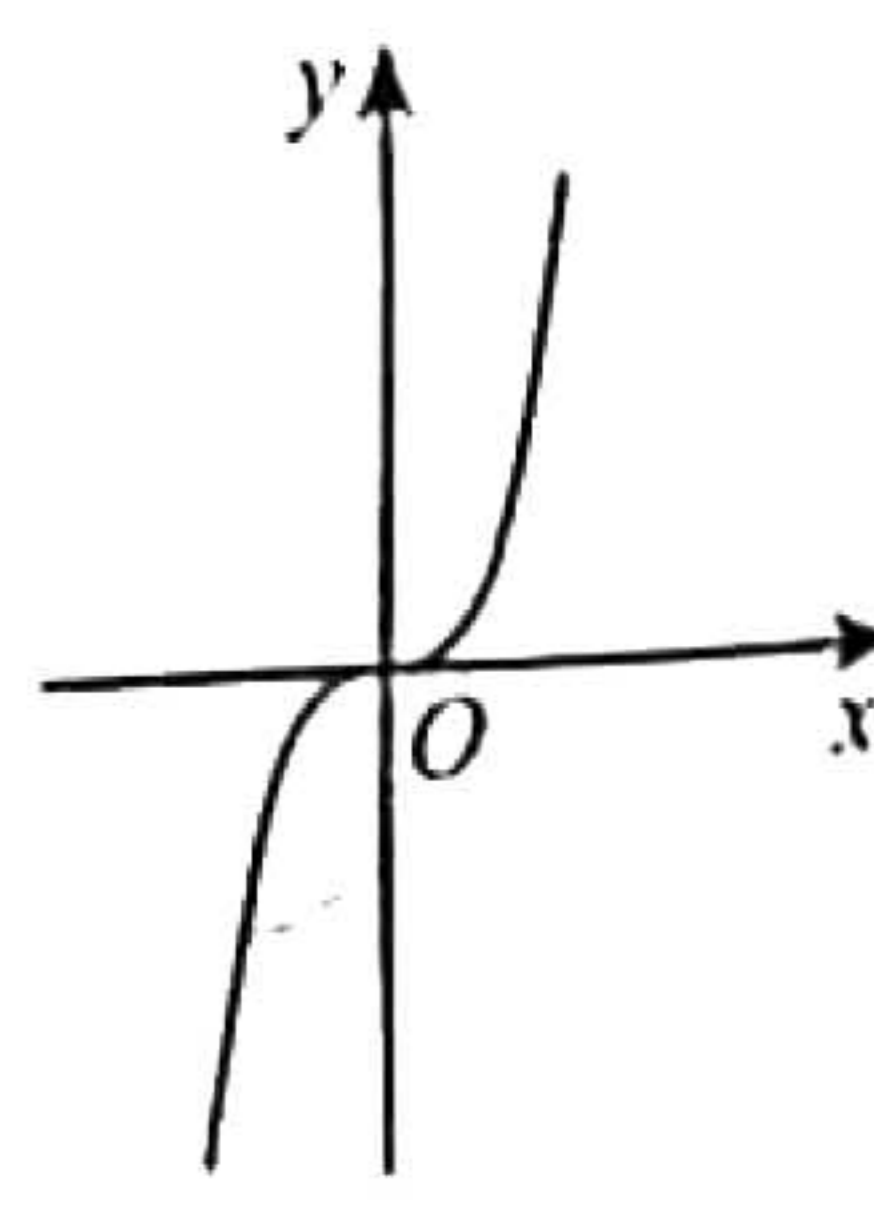
(A)



(B)



(C)



(D)

(5) 一个小球从 5m 的高处下落, 其位移 y (单位: m) 与时间 t (单位: s) 之间的关系为

$y = -4.9t^2$, 则 $t = 1$ s 时小球的瞬时速度(单位: m/s)为

- (A) -4.9 (B) -9.8
(C) 4.9 (D) 9.8

(6) 已知函数 $f(x) = x(x-1)^2$, 则

- (A) $f(x)$ 有极小值, 无极大值 (B) $f(x)$ 有极大值, 无极小值
(C) $f(x)$ 既有极小值又有极大值 (D) $f(x)$ 无极小值也无极大值

(7) 将 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 展开, 则 x^3 的系数等于

- (A) -10 (B) -12
(C) 12 (D) 10

(8) 若 $(1-2x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 =$

- (A) 121 (B) -122
(C) -121 (D) 122

(9) “ $x > 0$ ”是“ $x + \sin x > 0$ ”成立的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(10) 某商场从生产厂家以每件 20 元购进一批商品, 若该商品零售价定为 p 元, 销售量为

Q , 则销售量 Q (单位: 件) 与零售价 p (单位: 元) 有如下关系: $Q = 8300 - 170p - p^2$,

则最大毛利润(毛利润 = 销售收入 - 进货支出)为

- (A) 30 元 (B) 60 元
(C) 28000 元 (D) 23000 元

第二部分(非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) $A_5^5 - 19A_3^3 =$ _____ . (结果用数字作答)

(12) 将 $(x - \frac{1}{x})^6$ 展开, 则常数项等于 _____ .

(13) 从某班 7 名学生干部中选择 2 名, 分别参加周一早上和周五下午的校门口志愿服务

活动, 则不同的安排方法数是 _____ . (结果用数字作答)

(14) 已知 $f(x) = e^x$. 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线过坐标原点, 则 $x_0 =$ _____;
若命题“对 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) - kx \geq 0$ 恒成立”为假命题, 则 k 的一个值可以是 _____.

(15) 在涂色本的某页上画有排成一行的 6 条未涂色的鱼, 小明用红、蓝两种颜色给这些鱼涂色, 每条鱼只能涂一种颜色. 有如下结论:

- ① 若恰有 2 条鱼被涂成了红色, 则不同的涂色方法有 15 种;
- ② 若恰有 2 条不相邻的鱼被涂成了红色, 则不同的涂色方法有 10 种;
- ③ 若涂色后, 既有红色鱼又有蓝色鱼, 则不同的涂色方法有 63 种.

则正确结论的序号是 _____.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

(16) (本小题共 14 分)

(I) $(x-1)^7$ 展开式中第几项的系数最大, 并写出这一项;

(II) 求 $(x+1)(x-1)^7$ 展开式中 x^2 项的系数.

(17) (本小题共 14 分)

用 0, 1, 2, 3, 4, 5 这 6 个数字组成三位自然数.

(I) 各位数字可以重复的三位数有多少个?

(II) 比 300 大且各位数字不重复的三位偶数有多少个?

(18) (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 求函数 $f(x)$ 在 $[-3, 2]$ 上的最小值与最大值.

(19)(本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$, $a \in \mathbf{R}$.

(I) 若 $a=4$, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(20)(本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的极值;

(II) 画出函数 $y=f(x)$ 的大致图像, 并结合图像, 判断方程 $f(x) = \frac{1}{3}$ 的解的个数.

(21)(本小题共 15 分)

已知函数 $f(x) = e^x - mx - 1$, $m \in \mathbf{R}$.

(I) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y=0$, 求 m 的值;

(II) 若对任意 $x>0$, 都有 $f(x)>0$, 求 m 的取值范围;

(III) 讨论 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上的零点个数.

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](#), 获取更多试题资料及排名分析信息。

2021~2022 学年第二学期期中检测试题参考答案与评分标准

高二数学

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	A	D	B	C	A	B	C	D

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

(11) 6

(12) -20

(13) 42

(14) 1; 答案不唯一, 只需满足 $k < 0$, 或 $k > e$ 即可.

(15) ①②

三、解答题 (共 6 小题, 共 85 分)

(16) (共 14 分)

解: (I) $(x-1)^7$ 展开式的通项为 $T_{r+1} = C_7^r x^{7-r} (-1)^r$,

所以 $(x-1)^7$ 展开式中第 5 项的系数最大.

第 5 项是 $T_5 = C_7^4 x^3 (-1)^4 = 35x^3$.

(II) 根据多项式乘法法则, 先求 $(x-1)^7$ 展开式中 x 和 x^2 的系数.

由于 $(x-1)^7$ 展开式中第 $r+1$ 项为 $C_7^r x^{7-r} (-1)^r$,

所以展开式中 x^2 项的系数为 $C_7^5 (-1)^5 = -21$,

展开式中 x 项的系数为 $C_7^6 (-1)^6 = 7$,

所以 $(x+1)(x-1)^7$ 展开式中 x^2 项的系数为 $(7-21) = -14$.

(17) (共 14 分)

解: (I) 根据题意, 可分三步完成题目要求的三位数.

第 1 步, 确定百位数字, 可从除 0 以外的 5 个数字中任选一个, 共有 5 种方法;

第 2 步, 确定十位数字, 由于可以重复, 共有 6 种方法;

第 3 步, 确定个位数字, 有 6 种方法;

关注北京高考在线官方微信(微信号: jgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

(19) (共 14 分)

解: (1) 当 $a=4$ 时, $f(x) = x + \frac{4}{x}$, $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$.

所以 $f(1) = 5$, $f'(1) = -3$.

所以, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y - 5 = -3(x - 1)$,

即 $y = -3x + 8$.

(II) 函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,

$$f'(x) = 1 - \frac{a}{x^2} = \frac{x^2 - a}{x^2},$$

① 当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$, 所以 $f(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$;

② 当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = \pm\sqrt{a}$,

$f'(x)$, $f(x)$ 的情况如下:

x	$(-\infty, -\sqrt{a})$	$-\sqrt{a}$	$(-\sqrt{a}, 0)$	$(0, \sqrt{a})$	\sqrt{a}	$(\sqrt{a}, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	单调递增		单调递减	单调递减		单调递增

所以 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 单调递增区间为 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$; 当 $a > 0$ 时, 单调

递增区间为 $(-\infty, -\sqrt{a})$ 和 $(\sqrt{a}, +\infty)$, 单调递减区间为 $(-\sqrt{a}, 0)$ 和 $(0, \sqrt{a})$.

(20) (共 14 分)

解: (1) 函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = e$.

$f'(x)$, $f(x)$ 的情况如下:

x	$(0, e)$	e	$(e, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减

所以函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 在 $x = e$ 处取得极大值 $f(e) = \frac{1}{e}$.

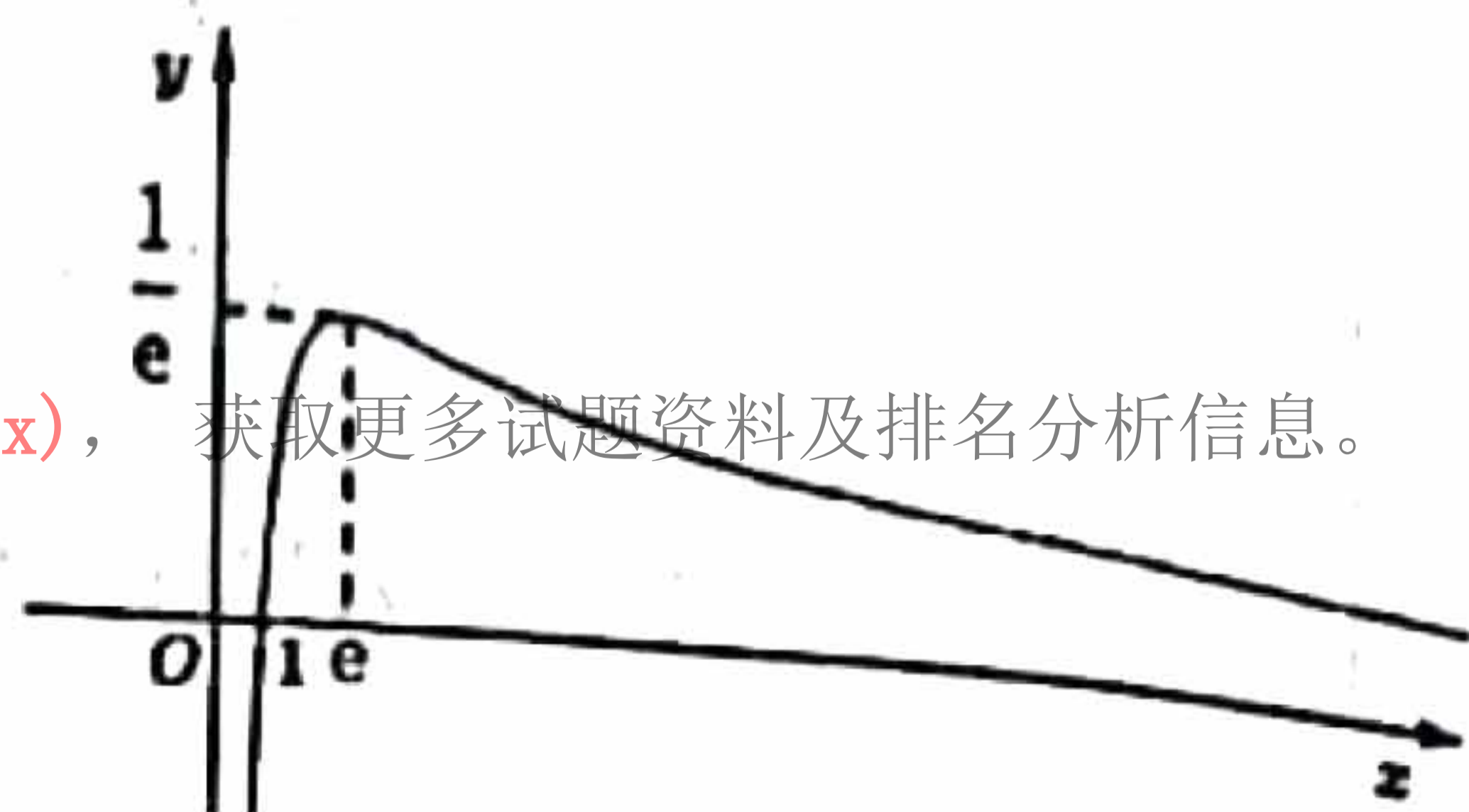
(II) 因为 $x=1$ 是函数的唯一零点, 且

$x > 1$ 时, $f(x) > 0$, $0 < x < 1$ 时, $f(x) < 0$,

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

根据 $f(x)$ 的单调性和极值,

函数图像草图如右图:



方程 $f(x) = \frac{1}{3}$ 有 2 个解.

(21) (共 15 分)

解: (I) 因为曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = 0$,

所以 $f'(0) = 0$,

即 $e^0 - m = 0$, 解得 $m = 1$.

(II) $f(x) = e^x - mx - 1$, $f'(x) = e^x - m$,

由于 e^x 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 所以 $e^x > 1$.

① 当 $m \leq 1$ 时, $f'(x) > 0$,

所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增,

即 $f(x) > f(0) = 0$.

② 当 $m > 1$ 时, 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = \ln m$,

$f'(x)$, $f(x)$ 的情况如下:

x	$(0, \ln m)$	$\ln m$	$(\ln m, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	单调递减	极小值	单调递增

函数 $f(x)$ 在 $(0, \ln m)$ 单调递减, 即 $f(x) < f(0) = 0$, 不合题意.

综上, 使 $f(x) > 0$ 在 $(0, +\infty)$ 都成立的 m 的范围是 $(-\infty, 1]$.

(III). 根据第 (II) 的结论,

① 当 $m \leq 1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 且 $f(x)$ 有唯一零点 $x = 0$,

所以 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上没有零点;

② 当 $m > 1$ 时,

若 $f(1) > 0$, 即 $1 < m < e - 1$ 时, $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上有 1 个零点;

若 $f(1) \leq 0$, 即 $m \geq e - 1$ 时, $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上没有零点;

综上, $m \in (-\infty, 1] \cup [e - 1, +\infty)$ 时, $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上没有零点;

当 $m \in (1, e - 1)$ 时, $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上有 1 个零点.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018