北京市第八十中学 2022-2023 学年度第一学期期中考试

高一数学试卷　2022. 11

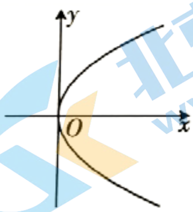
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1．若集合 $A=\{x|-2<x<1\}$，$B=\{x|0<x<2\}$，则集合 $A\cap B=$（　）

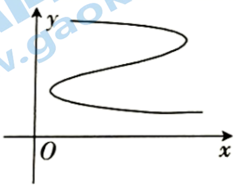
A．$\{x|-1<x<1\}$　　B．$\{x|-2<x<1\}$

C．$\{x|-2<x<2\}$　　D．$\{x|0<x<1\}$

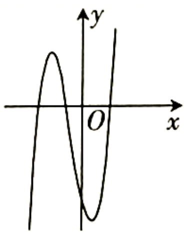
2．下图中可以表示以 x 为自变量的函数图象是（　　）



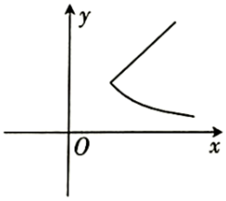
A.



B.



C.



D.

3．“$x<1$”是“$x^2<1$”的（　）条件

A．充分不必要　B．必要不充分　C．充要　D．既不充分也不必要

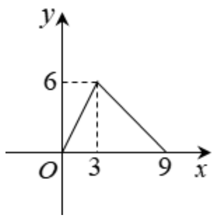
4．在下面四个等式运算中，正确的是（　）

A．$3a^{-2}=\frac{1}{3a^2}$　B．$a^{\frac{2}{3}}\div a^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{a}$　C．$2^{\frac{3}{4}}=\sqrt[3]{2^4}$　D．$\sqrt[6]{(-8)^6}=-8$

5．若函数 $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在区间 $(-\infty,4)$ 上单调递减，则实数 a 的取值范围是（ ）

A．$a\le -3$　B．$a\ge -3$　C．$a\le 5$　D．$a\ge 3$

6．如图是函数 $y=f(x)$ 的图象，$f(6)$ 的值为（　）



A．3　B．4

C．5　D．6

7．函数 $f(x)=|x-2|x$ 的单调递减区间是（　　）

A．$[1,2]$　B．$[-1,0]$　C．$[0,2]$　D．$[2,+\infty)$

8．已知 $a=(\frac{3}{5})^{\frac{2}{5}}$， $b=(\frac{2}{5})^{\frac{3}{5}}$， $c=(\frac{2}{5})^{\frac{2}{5}}$，则(　　)

A． $a<b<c$　　B． $c<b<a$　　C． $c<a<b$　　D． $b<c<a$

9．某公司一年购买某种货物 900 吨，每次都购买 x 吨，运费为 3 万元/次，一年的总存储费用为 $3x$ 万元，若要使一年的总运费与总存储费用之和最小，则每次需购买吨数为

A．20　　B．30　　C．40　　D．60

10．已知函数 $f(x)=\begin{cases} f(x-1)+2, x>0, \\ 0, x=0, \\ f(x+2)+2, x<0. \end{cases}$ 则 $f(-3)=$（　　）

A．0　　B．2　　C．4　　D．6

11．设区间 $A=[0,\frac{1}{2}), B=[\frac{1}{2},1]$，函数 $f(x)=\begin{cases} x+\frac{1}{2}, & x\in A \\ 3(1-x), x\in B \end{cases}$，若 $x_0\in A$，且 $f(f(x_0))\in A$， 则 x_0 的取值范围是（　）

A． $(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$　　B． $[0,\frac{1}{4})$

C． $[0,\frac{3}{8}]$　　D． $(\frac{1}{4},\frac{1}{2})$

12．已知集合 $M=\{x\in\mathbf{N}|1\le x\le 15\}$，集合 A_1， A_2， A_3 满足：①每个集合都恰有 5 个元素；② $A_1\cup A_2\cup A_3=M$．集合 A_i 中元素的最大值与最小值之和称为集合 A_i 的特征数，记为 $X_i\,(i=1,2,3)$，则 $X_1+X_2+X_3$ 的最大值与最小值的和为（　）

A．56　　B．72　　C．87　　D．96

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．

13．存在量词命题 $p:\exists x\in[-2,2]$， $x^2-4\le x$ 的否定是__________．

14．设集合 $M=\{a^2,a\}$， $N=\{1\}$，若 $N\subseteq M$，则 a 的值为_________．

15．函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 的定义域是______．

16．已知幂函数 $f(x)=x^a$ 的图象经过点 $(8,4)$，则 a 的值为________．

17．除函数 $y=x$， $x\in[1,2]$ 外，再写出一个定义域和值域均为 $[1,2]$ 的函数：__________．

18．设关于 x 的不等式 $ax^2-2x+a\le 0$ 的解集为 S .

（1）若 S 中有且只有一个元素，则实数 a 的值为___________；

（2）若 $0\in S$ 且 $-1\notin S$，则实数 a 的取值范围是___________.

19．用 $\max\{a,b\}$ 表示 a,b 两个实数中的最大值．设 $f(x)=\max\{x+2,x^2-3x+5\}$，则函数 $f(x)$ 的最小值是________.

20．已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调，且 $f(1)=2$， $f(-2)=3$，给出下列四个结论：

① $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减；

②存在 $x\in(-1,1)$，使得 $f(x)\ge 2$；

③不等式 $2<f(x)<3$ 的解集为 $(-2,-1)\cup(1,2)$；

④关于 x 的方程 $[f(x-1)]^2-5f(x-1)+6=0$ 的解集中所有元素之和为 4 .

其中所有正确结论的序号是___________.

三、解答题：本大题共 4 小题，第 21 题、第 23 题各 13 分，第 22 题、第 24 题各 12 分，共 50 分.

21．已知集合 $A=\{x|\ x>3a+1\}$，集合 $B=\left\{x|\ x^2-5x+6>0\right\}$

（Ⅰ）当 $a=-3$ 时，求 $A\cap B$；

（Ⅱ）若 $A\cup B=B$，求实数 a 的取值范围.

22．已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)-f(x)=2x-2$，且 $f(1)=0$；

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）若 $x\in[1,4]$ 时，函数 $f(x)$ 的图象恒在 $y=kx^2$ 图象的上方，求实数 k 的取值范围.

23．已知函数 $f(x)=\dfrac{x-m}{nx^2+1}$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的奇函数，且 $f(1)=\dfrac{1}{2}$.

（Ⅰ）求 m， n 的值；

（Ⅱ）判断 $f(x)$ 的单调性，并用单调性的定义证明；

（Ⅲ）若实数 t 满足不等式 $f(2t-1)+f(t)<0$，求 t 的取值范围.

24．若函数 $f(x)$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，均有 $f(x-1)+f(x+1)\ge 2f(x)$，则称函数 $f(x)$ 具有性质 P．

（Ⅰ）判断下面两个函数是否具有性质 P，并说明理由．

① $y=a^x(a>1)$；　　② $y=x^3$．

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 具有性质 P，且 $f(0)=f(n)=0$（$n>2,\ n\in\mathbf{N}^*$），求证：对任意 $i\in\{1,2,3,\cdots,n-1\}$，有 $f(i)\le 0$；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，是否对 $\forall x\in[0,n]$，均有 $f(x)\le 0$．若成立，给出证明；若不成立，给出反例．

北京市第八十中学 2022-2023 学年度第一学期期中考试

高一数学参考答案　2022.11

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1. D
2. C
3. B
4. B
5. A
6. A
7. A
8. D
9. B
10. D
11. A
12. D

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

13. $\forall x\in[-2,2]$，$x^2-4>x$.

14. -1 .

15. $[-1,0)\cup(0,+\infty)$

16. $\frac{2}{3}$

17. 答案不唯一. 例如：$y=3-x$，$x\in[1,2]$.

18. (1)　1　；　(2)　$(-1,0]$

19. 3.

20. ①③④

三、解答题：本大题共 4 小题，第 21 题、第 23 题各 13 分，第 22 题、第 24 题各 12 分，共 50 分.

21．解：(Ⅰ) 当$a=-3$时，集合$A=\{x|x>3a+1\}=\{x|x>-8\}$

集合$B=\left\{x|x^2-5x+6>0\right\}=\left\{x|(x-3)(x-2)>0\right\}=\left\{x|x>3或x<2\right\}$；

所以$A\cap B=\left\{x|x>3或-8<x<2\right\}$． ……………………7 分

(Ⅱ) 因为$A\cup B=B$，所以$A\subseteq B$，

所以$3a+1\geq 3$，即$a\geq\dfrac{2}{3}$． ……………………13 分

22．解：(Ⅰ) 设二次函数$f(x)=ax^2+bx+c$，$(a\neq 0)$，由题意知：

$\begin{cases}f(1)=0\\ f(x+1)-f(x)=2x-2\end{cases}$，整理得：$\begin{cases}a+b+c=0\\ 2ax+a+b=2x-2\end{cases}$，

即：$\begin{cases}a+b+c=0\\ 2a=2\\ a+b=-2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=1\\ b=-3\\ c=2\end{cases}$，

$\therefore\ f(x)=x^2-3x+2$． ……………………6 分

(Ⅱ) 由 (Ⅰ) 知，$f(x)=x^2-3x+2$的图象开口向上，

$f(x)=0$时，$x^2-3x+2=0$，解得：$x=1$或$x=2$，

$\therefore$ 当$x\in(1,2)$，$f(x)<0$，图象在x轴下方，当$x\in(2,4]$，$f(x)>0$，图象在x轴上方，

对于$y=kx^2$，当$k=0$时，$y=0$，当$x\in(1,2)$时，图象在$f(x)$图象的上方，不合题意；

当$k>0$时，$y=kx^2$，开口向上，当$x\in(1,2)$时，图象在$f(x)$图象的上方，不合题意；

当$k<0$时，$y=kx^2$，开口向下，函数$f(x)$的图象恒在$y=kx^2$图象的上方，即$f(x)-y>0$恒成立，

即$x^2-3x+2-kx^2>0$恒成立，即$(1-k)x^2-3x+2>0$恒成立，$1-k>0$，

即有：$\Delta=(-3)^2-4\times(1-k)\times 2=1+8k<0$，即：$k<-\dfrac{1}{8}$．

综上，k的取值范围是：$\left(-\infty,-\dfrac{1}{8}\right)$． ……………………12 分

23．解：(Ⅰ) 因为函数$f(x)=\dfrac{x-m}{nx^2+1}$是定义在$[-1，1]$上的奇函数，且$f(1)=\dfrac{1}{2}$，

则$\begin{cases} f(0)=\dfrac{-m}{1}=0 \\ f(1)=\dfrac{1-m}{n+1}=\dfrac{1}{2} \end{cases}$，解得$m=0$，$n=1$，

所以函数$f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$，

经检验，函数为奇函数，

所以$m=0$，$n=1$；　　　　……………………4 分

（Ⅱ）$f(x)$在$[-1，1]$上单调递增.

证明如下：$\forall x_1,x_2\in[-1,1]$，且$x_1<x_2$，

则$f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{x_1}{x_1^2+1}-\dfrac{x_2}{x_2^2+1}=\dfrac{(x_1x_2-1)(x_2-x_1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$，

由$-1\le x_1<x_2\le 1$，得$x_2-x_1>0$，$x_1x_2<1$，$x_1x_2-1<0$，

又$x_1^2+1>0$，$x_2^2+1>0$，

所以$f(x_1)-f(x_2)<0$，即$f(x_1)<f(x_2)$，

故函数$f(x)$在$[-1，1]$上单调递增；　　　　……………………9 分

（Ⅲ）不等式可化为$f(2t-1)<-f(t)$，又$f(x)$是奇函数，所以$f(2t-1)<f(-t)$，

又$f(x)$是增函数，且$x\in[-1,1]$，所以$\begin{cases} -1\le 2t-1\le 1 \\ -1\le -t\le 1 \\ 2t-1<-t \end{cases}$，解得$0\le t<\dfrac{1}{3}$.

所以t的取值范围是$[0,\dfrac{1}{3})$.　　　　……………………13 分

24. （Ⅰ）证明：①函数$f(x)=a^x(a>1)$具有性质P.

$f(x-1)+f(x+1)-2f(x)=a^{x-1}+a^{x+1}-2a^x=a^x(\dfrac{1}{a}+a-2)$，

因为$a>1$，$a^x(\dfrac{1}{a}+a-2)>0$，

即$f(x-1)+f(x+1)\ge 2f(x)$，

此函数为具有性质P.

②函数$f(x)=x^3$不具有性质P.

例如，当$x=-1$时，$f(x-1)+f(x+1)=f(-2)+f(0)=-8$，

$2f(x)=-2$，

所以，$f(-2)+f(0)<2f(-1)$，

此函数不具有性质P.　　　　……………………4 分

（II）假设 $f(i)$ 为 $f(1),f(2),\cdots,f(n-1)$ 中第一个大于0的值，

则 $f(i)-f(i-1)>0$，

因为函数 $f(x)$ 具有性质 P，

所以，对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$，均有 $f(n+1)-f(n)\geq f(n)-f(n-1)$，

所以 $f(n)-f(n-1)\geq f(n-1)-f(n-2)\geq\cdots\geq f(i)-f(i-1)>0$，

所以 $f(n)=[f(n)-f(n-1)]+\cdots+[f(i+1)-f(i)]+f(i)>0$，

与 $f(n)=0$ 矛盾，

所以，对任意的 $i\in\{1,2,3,\cdots,n-1\}$ 有 $f(i)\leq 0$．　　　……………………8分

（III）不成立．

例如 $f(x)=\begin{cases} x(x-n) & x\text{为有理数}, \\ x^2 & x\text{为无理数}. \end{cases}$

证明：当 x 为有理数时，$x-1,x+1$ 均为有理数，

$f(x-1)+f(x+1)-2f(x)=(x-1)^2+(x+1)^2-2x^2-n(x-1+x+1-2x)=2$，

当 x 为无理数时，$x-1,x+1$ 均为无理数，

$f(x-1)+f(x+1)-2f(x)=(x-1)^2+(x+1)^2-2x^2=2$

所以，函数 $f(x)$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，均有 $f(x-1)+f(x+1)\geq 2f(x)$，

即函数 $f(x)$ 具有性质 P．

而当 $x\in[0,n]$（$n>2$）且当 x 为无理数时，$f(x)>0$．

所以，在（II）的条件下，"对任意 $x\in[0,n]$ 均有 $f(x)\leq 0$"不成立．　…………12分

(其他反例仿此给分．

如 $f(x)=\begin{cases} 0 & (x\text{为有理数}) \\ 1 & (x\text{为无理数}) \end{cases}$，$f(x)=\begin{cases} 0 & (x\text{为整数}) \\ 1 & (x\text{为非整数}) \end{cases}$，$f(x)=\begin{cases} 0 & (x\text{为整数}) \\ x^2 & (x\text{为非整数}) \end{cases}$ 等．)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯