姓名______ 班级______ 考号______

弥 封 线 内 不 要 答 题

2019—2020学年度上学期高三年级二调考试

数学(理科)试卷

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分,考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本题共12小题,每小题5分,共60分.从每小题给出的四个选项中,选出最佳选项,并在答题纸上将该项涂黑)

1. 若 $\cos x=-\frac{3}{5}$,且$\frac{\pi}{2}<x<\pi$,则 $\tan x+\sin x$ 的值是　(　　)

A. $-\frac{32}{15}$　　B. $-\frac{8}{15}$　　C. $\frac{8}{15}$　　D. $\frac{32}{15}$

2. 设 $a=0.2^3$,$b=\log_2 0.3$,$c=\log_3 2$,则　(　　)

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $c>a>b$

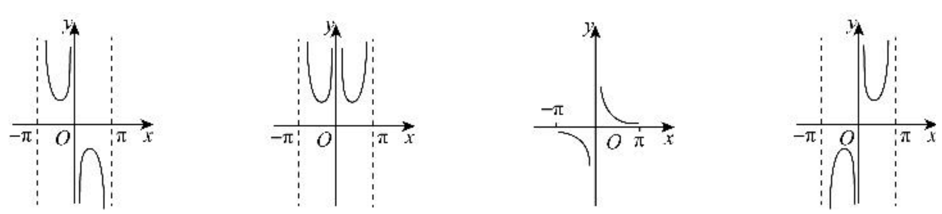
3. 已知奇函数 $f(x)$满足 $f(x)=f(x+4)$,当 $x\in(0,1)$时,$f(x)=2^x$,则 $f(\log_2 12)=$　(　　)

A. $-\frac{4}{3}$　　B. $\frac{23}{32}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $-\frac{3}{8}$

4. 已知圆 $O:x^2+y^2=4$ 与 y 轴正半轴的交点为M,点 M 沿圆 O 顺时针运动$\frac{\pi}{3}$弧长达到点 N,以 x 轴的正半轴为始边,ON 为终边的角即为α,则 $\sin\alpha=$　(　　)

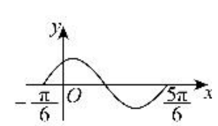
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 函数 $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2\sin x}$,$x\in(-\pi,0)\cup(0,\pi)$的图像大致为　(　　)



A　　B　　C　　D

6. 如图是函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$在区间$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$上的图像,将该图像向右平移 $m(m>0)$个单位长度后,所得图像关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$对称,则 m 的最小值为　(　　)



A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

7. 已知函数 $f(x)=|x|(e^x-e^{-x})$,则对于实数 a,b,"$a+b>0$"是"$f(a)+f(b)>0$"的　(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 已知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,且$\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{1+\cos 2\alpha}{2\cos\alpha+\sin 2\alpha}$,则 $\tan\left(\alpha+2\beta+\frac{\pi}{4}\right)=$　(　　)

A. -1　　B. 1　　C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

9. 已知函数 $f(x)=\sin x-\cos x$,$g(x)$是 $f(x)$的导函数,则下列结论中错误的个数是　(　　)

①函数 $f(x)$的值域与 $g(x)$的值域相同;

②若 x_0 是函数 $f(x)$的极值点,则 x_0 是函数 $g(x)$的零点;

③把函数 $f(x)$的图像向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度,就可以得到 $g(x)$的图像;

④函数 $f(x)$和 $g(x)$在区间$\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$内都是增函数.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

10. 已知函数 $f(x)=\cos x$,若存在实数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$,满足 $0\leqslant x_1<x_2<\cdots<x_n\leqslant 4\pi$,且 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|=8$,$n\geqslant 2$,$n\in\mathbf{N}^*$,则 n 的最小值为　(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}1-|x-1|,x\in(-\infty,2),\\ \frac{1}{2}f(x-2),x\in[2,+\infty),\end{cases}$ 则函数 $F(x)=xf(x)-1$ 的零点个数为　(　　)

A. 7　　B. 6　　C. 5　　D. 4

12. 已知 $\omega>0$,$|\varphi|\leqslant\frac{\pi}{2}$,在函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$和 $g(x)=\cos(\omega x+\varphi)$的图像的交点中,相邻两个交点的横坐标之差的绝对值为$\frac{\pi}{2}$,且当 $x\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right)$时,函数 $f(x)$的图像恒在 x 轴的上方,则 φ 的取值范围是　(　　)

A. $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$　　B. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$　　C. $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$　　D. $\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

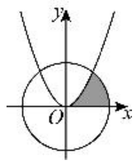
第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 已知曲线 $y=x^3-x$ 在点(x_0,y_0)处的切线平行于直线 $2x-y-2=0$,则 $x_0=$________.

14. 设定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$满足 $f'(x)>f(x)$,则不等式 $e^{x-1}f(x)<f(2x-1)$的解集为__________.

15. 如图，阴影部分是由曲线 $y=2x^2$ 和 $x^2+y^2=3$ 及 x 轴围成的封闭图形，则阴影部分的面积为________.



16. 设$\triangle ABC$的内角 A,B,C 的对边长 a,b,c 成等比数列，$\cos(A-C)-\cos B=\frac{1}{2}$，延长 BC 至 D. 若 $BD=2$，则$\triangle ACD$ 的面积的最大值为________.

三、解答题(共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17.（本小题满分 10 分）将函数 $y=3\sin 2x$ 的图像向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再将所得图像上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变)，得到 $f(x)$的图像.

(1)求 $f(x)$的单调递增区间；

(2)若对于任意的 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，不等式 $|f(x)-m|<3$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）在$\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $\sin A\sin B+\sin^2 A=\sin^2 C$.

(1)求证：$\frac{\sin C}{2\cos A}=\sin A$.

(2)若 B 为钝角，且$\triangle ABC$ 的面积 S 满足 $S=(b\sin A)^2$，求角 A 的大小.

19.（本小题满分 12 分）设函数 $f(x)=a\sin x-x\cos x$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

(1)当 $a=1$ 时，求证：$f(x)\geqslant 0$.

(2)若 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，求实数 a 的最小值.

20.（本小题满分 12 分）在$\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $4a\cos A=c\cos B+b\cos C$.

(1)若 $a=4$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{15}$，求 b,c 的值；

(2)若 $\sin B=k\sin C(k>0)$，且$\triangle ABC$ 为钝角三角形，求实数 k 的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=e^{2x}-ax^2$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $f(x)$在区间$(0,+\infty)$内单调递增，求 a 的取值范围.

(2)若 $f(x)$在区间$(0,+\infty)$内存在极大值 M，证明：$M<\frac{a}{4}$.

22.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=a(\ln x-1)+\frac{1}{x}$的图像与 x 轴相切，$g(x)=(b-1)\log_b x-\frac{x^2-1}{2}$.

(1)求证：$f(x)\leqslant\frac{(x-1)^2}{x}$.

(2)若 $1<x^2<b$，求证：$0<g(x)<\frac{(b-1)^2}{2}$.