北京市西城区 2021—2022 学年度第一学期期末试卷

九年级数学答案及评分参考

2022.1

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	C	A	D	C	B	B

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$(-4，7)$．　　10．-5．　　11．900．

12．答案不唯一，如：$y=-(x+1)^2$．　　13．（2，1）．

14．答案不唯一，如：将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+2$ 绕点(2，2)旋转 180°得到抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+2$．

15．$90°-\frac{1}{2}\alpha$．　　16．2．

三、解答题（共 68 分，第 17-18 题，每题 5 分，第 19 题 6 分，第 20 题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-24 题，每题 5 分，第 25-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17．解：$a=1$，$b=-2$，$c=-2$． ……………………………………1 分

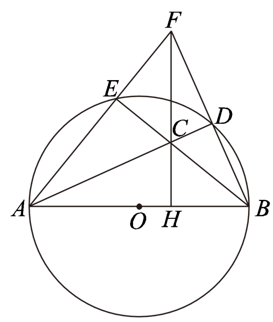
$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-2)=12>0$． ……………………2 分

方程有两个不相等的实数根

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{2\pm\sqrt{12}}{2\times1}$ ……………………………………4 分

$=1\pm\sqrt{3}$．

原方程的根为 $x_1=1+\sqrt{3}$，$x_2=1-\sqrt{3}$． ……………5 分



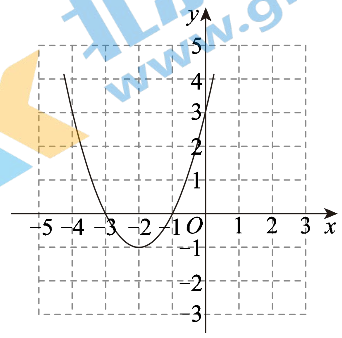
18．解：（1）补全图形如图所示； ……………………………2 分

（2）90，直径所对的圆周角为直角，BD． …………5 分

19．解：（1）$x=-2$，$(-2,\ -1)$；……………………2 分

（2）图象如图所示；……………………………4 分

（3）$m<-4$ 或 $m>0$．…………………………6 分



20．（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

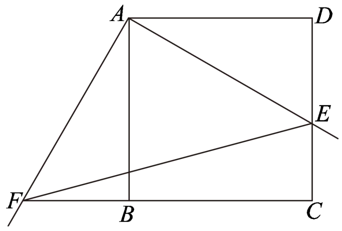
∴$AB=AD$，$\angle ABC=\angle D=90°$．……… 1 分

∴$\angle ABF=180°-\angle ABC=90°$．

∴$\angle ABF=\angle D$．…………………………2 分

∵$BF=DE$，

∴$\triangle ABF\cong\triangle ADE$．…………………3 分



∴$AF=AE$．………………………………………………………………4 分

（2）8．…………………………………………………………………………5 分

21．（1）证明：$\Delta=[-(k+5)]^2-4\times1\times(6+2k)$ ……………………………………… 1 分

$=k^2+2k+1$ …………………………………………………………………2 分

$=(k+1)^2$．

∵$(k+1)^2\geqslant0$，即 $\Delta\geqslant0$，

∴此方程总有两个实数根．…………………………………………………3 分

（2）解：∵ $x=\dfrac{k+5\pm\sqrt{(k+1)^2}}{2}$，

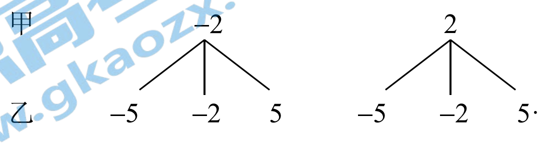
∴ $x_1=k+3$， $x_2=2$．…………………………………………………… 5 分

∵此方程恰有一个根小于 -1，

∴ $k+3<-1$．

∴ $k<-4$．…………………………………………………………………… 6 分

22．解：（1）树状图如下：



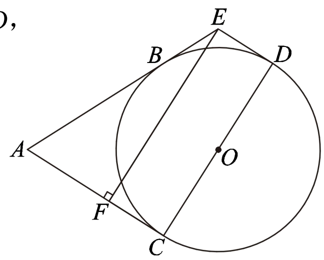
……………………………………2 分

可以看出，所有可能出现的结果共有 6 种，这些结果出现的可能性相等．其中小明获胜的结果有 2 种，小刚获胜的结果有 3 种，因此 P(小明获胜)=$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

P（小刚获胜）=$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$． ………………………………………………………… 4 分

（2）答案不唯一，如：1. ………………………………………………………………… 5 分

23．（1）证明：∵AC 与⊙O 相切于点 C，ED 与⊙O 相切于点 D，



∴$OC\perp AC$，$OD\perp ED$． …………… 2 分

∵$EF\perp AC$ 于点 F，

∴$\angle FCD=\angle EDC=\angle EFC=90°$．

∴四边形 $CDEF$ 是矩形． ………… 3 分

（2）解：∵AB，AC 分别与⊙O 相切于点 B，C，EB，ED 分别与⊙O 相切于点 B，D，

∴$AB=AC$，$EB=ED=2$． ……………………………………………………………… 4 分

设 $AC=x$，则 $AE=AB+BE=x+2$．

∵四边形 $CDEF$ 是矩形，

∴$EF=CD=2\sqrt{10}$，$FC=ED=2$．

∴$AF=AC-FC=x-2$．

∵在 Rt△AEF 中，$AE^2=AF^2+EF^2$，

∴ $(x+2)^2=(x-2)^2+(2\sqrt{10})^2$．

∴$x=5$．

∴$AC=5$． ……………………………………………………………………………… 5 分

24．解：（1）（4.5，3.05），（3，3.3）； ………………………………………………… 2 分

（2）根据题意，设此抛物线的表达式为 $y=a(x-3)^2+3.3$． …………………… 3 分

将点 B（4.5，3.05）代入，得 $3.05=a(4.5-3)^2+3.3$，解得 $a=-\frac{1}{9}$． ……… 4 分

∴ $y=-\frac{1}{9}(x-3)^2+3.3$．

当 $x=0$ 时，$y=2.3$．

答：篮球出手时距地面的高度为 2.3 m． ……………………………………………… 5 分

25．（1）证明：连接 OD，如图 1．

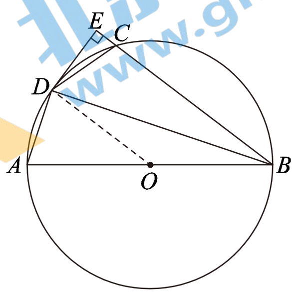


图 1

∵D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$．

∴ $\angle ABD=\angle CBD$． ……………………………… 1 分

∵$OD=OB$，

∴ $\angle ODB=\angle OBD$． ……………………………… 2 分

∴ $\angle ODB=\angle CBD$．

∴$OD\parallel BC$．

∵$DE\perp BE$，

∴ $\angle E=90°$．

∴ $\angle ODE=180°-\angle E=90°$．

∴$OD\perp DE$．

∴DE 是⊙O 的切线． ………………………………………………………… 3 分

（2）解：过点 O 作 $OF\perp BC$ 于点 F，如图 2，

则 $CF=BF=\frac{1}{2}BC=4$， ………………………………………………………… 4 分

$\angle OFE=\angle ODE=\angle E=90°$．

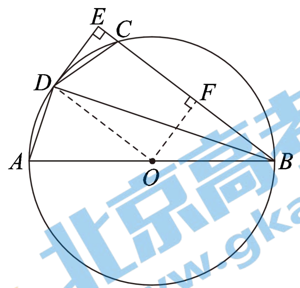


图 2

∴四边形 $ODEF$ 是矩形．

∴$OD=EF$，$OF=DE$．

∵AB 是⊙O 的直径，$AB=10$，

∴$OB=OD=EF=\frac{1}{2}AB=5$．

∴$BE=BF+EF=9$． ………………………………………………………… 5 分

在 Rt△OBF 中，$OF^2=OB^2-FB^2=5^2-4^2$，

∴$OF=3$．

∴$DE=3$．

在 Rt△BDE 中，$BD^2=BE^2+DE^2=9^2+3^2$，

∴$BD=3\sqrt{10}$． ………………………………………………………… 6 分

26．解：（1）① 8； ………………………………………………………… 1 分

② 令 $y=0$，$(x-h)^2-8=0$． ……………………………………… 2 分

解得 $x_1=h+2\sqrt{2}$， $x_2=h-2\sqrt{2}$．

∴抛物线与 x 轴的两个交点之间的距离为 $x_1-x_2=4\sqrt{2}$． ……………………3 分

（2）∵点 A 到 x 轴的距离为 4，

∴ $|-8a|=4$．

∴ $a=\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$．

①当 $a=\frac{1}{2}$ 时， $y=\frac{1}{2}(x-h)^2-4$．

∵当 $x_1<x_D<x_2$ 时， y_D 总满足 $y_2<y_D<y_1$，

∴ $h\geqslant x_2$．

如图 1，当点 A（h， -4）在直线 $y=-2x+1$ 上时，

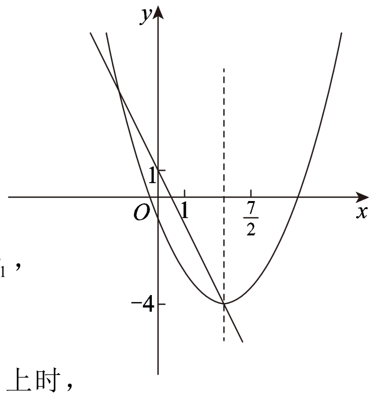


图 1

$-4=-2h+1$， 解得 $h=\frac{5}{2}$．

∴ $h\geqslant\frac{5}{2}$． ……………………………………………………………………5 分

∵ $0<h<\frac{7}{2}$，

∴ $\frac{5}{2}\leqslant h<\frac{7}{2}$．

②当 $a=-\frac{1}{2}$ 时， $y=-\frac{1}{2}(x-h)^2+4$．

如图 2 所示，不符合题意，

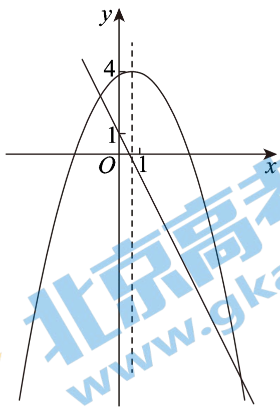


图 2

∴ $a=-\frac{1}{2}$ 舍去.

综上， $a=\frac{1}{2}$， $\frac{5}{2}\leqslant h<\frac{7}{2}$． ………………………………………………… 6 分

27．解：（1）①$\angle CAE=\angle CBD$. ……………………………………………………… 1 分

证明：∵$CA=CB$，$\angle ACE=\angle BCD$，$CE=CD$，

∴$\triangle CAE\cong\triangle CBD$.

∴$\angle CAE=\angle CBD$. ……………………………………………2 分

②证明：∵$CF\perp AE$，

∴$\angle AHC=90°$.

∴$\angle CAH+\angle ACH=90°$.

∵$\angle ACB=90°$，

∴$\angle BCF+\angle ACH=90°$.

∴$\angle CAH=\angle BCF$.

∵$\angle CAE=\angle CBD$，

∴$\angle CBD=\angle BCF$.

∴$CF=BF$. ……………………………………………………………3 分

∵$\angle CDB+\angle CBD=90°$，$\angle DCF+\angle BCF=90°$，

∴$\angle CDB=\angle DCF$.

∴$CF=DF$.

∴$BD=2CF$.

∵$\triangle CAE\cong\triangle CBD$，

∴$AE=BD$.

∴$AE=2CF$. ……………………………………………………………4 分

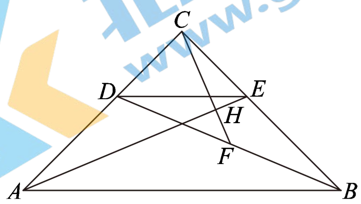


图 1

（2）$AE=2CF$ 仍然成立.

证明：延长 DC 至 M，使 $CM=CD$，连接 BM，如图 2.

∵F 是 BD 的中点，C 是 DM 的中点，

∴$MB=2CF$.

∵$CD=CE$，$\angle DCE=90°$，

∴$CM=CE$，$\angle MCE=180°-\angle DCE=90°$.

∵$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ACB+\angle BCE=\angle MCE+\angle BCE$，

即$\angle ACE=\angle BCM$.

∵$CA=CB$，

∴$\triangle ACE\cong\triangle BCM$.

∴$AE=BM$.

∴$AE=2CF$. ……………………………………………………………7 分

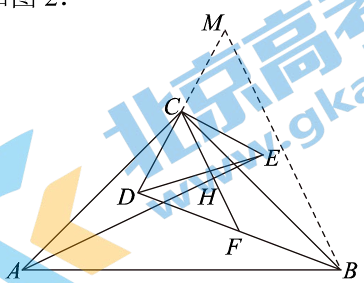


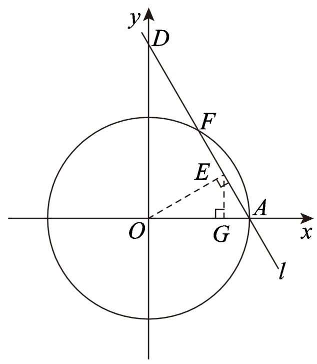
图 2

28．解：（1）① $\frac{3}{4}$； ……………………………………………………………………1 分

② C_3； ……………………………………………………………………2 分

③如图，当点 D 在 y 轴正半轴时，设直线 l 与⊙O 的另一个交点为 F，

过点 O 作 $OE\perp AF$ 于点 E，则 $AE=\frac{1}{2}AF$.



∴点 E 是点 A 关于⊙O 的 $\frac{1}{2}$ 倍特征点.

过点 E 作 $EG\perp OA$ 于点 G，

则 $\angle OEA=\angle EGO=90°$.

在 Rt△OEA 中，$\angle EAO=60°$，

∴ $\angle EOA=30°$.

∵ $OA=1$，

∴ $EA=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}$，$OE=\sqrt{OA^2-EA^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

在 Rt△OEG 中，$EG=\frac{1}{2}OE=\frac{\sqrt{3}}{4}$，$OG=\sqrt{OE^2-EG^2}=\frac{3}{4}$.

∴点 E 的坐标为（$\frac{3}{4}$，$\frac{\sqrt{3}}{4}$）.

同理可求当点 D 在 y 轴负半轴时，点 E 的坐标为（$\frac{3}{4}$，$-\frac{\sqrt{3}}{4}$）.

∴点 E 的坐标为（$\frac{3}{4}$，$\frac{\sqrt{3}}{4}$）或（$\frac{3}{4}$，$-\frac{\sqrt{3}}{4}$）. ……………………5 分

（2）k 的最大值是 $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$，最小值是 $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$. ……………………………7 分