巴蜀中学 2024 届高考适应性月考卷（二）

数　学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.

2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{(x, y) \mid x=1\}$，$B=\{(x, y) \mid y=2\}$，则 $A\cap B=$

A. $\varnothing$　　B. $\{1, 2\}$　　C. $\{(1, 2)\}$　　D. $[1, 2]$

2. 角 α 的终边上一点 P 的坐标为 $(\sqrt{3}, t)$，且 $\sin\alpha=\dfrac{2}{t}(t\neq 0)$，则 $\tan\alpha=$

A. $\pm\sqrt{2}$　　B. $\pm\sqrt{6}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{6}$

3. 变量 x，y 之间有如下对应数据：

x	4	4.5	5.5	6
y	12	11	10	m

已知变量 y 对 x 呈线性相关关系，且回归方程为 $\hat{y}=-1.4x+17.5$，则 m 的值是

A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. 7

4. 化简 $\sqrt{\dfrac{1-\cos160^\circ}{2}}+\sqrt{1-\sin160^\circ}$ 的结果是

A. $\cos10^\circ$　　B. $\sin10^\circ$　　C. $2\sin10^\circ+\cos10^\circ$　　D. $2\cos10^\circ-\sin10^\circ$

5. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_{n+1}+a_n=2^n$，则 $S_{10}=$

A. 684　　B. 682　　C. 342　　D. 341

6. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足对任意 x，$y\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y)$，且 $f(1)=0$，$f(0)\neq 0$，则下列命题错误的是

A. $f(x)$ 是偶函数　　B. $f(x)$ 是周期函数

C. $f(2024)=1$　　D. $f(x)$ 的图象关于点 $(2, 0)$ 对称

7. 已知点 F 为抛物线 C：$y^2=2\sqrt{3}x$ 的焦点，过点 F 的直线交抛物线 C 于 A，B 两点，O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，则 $\triangle AOB$ 的面积为

A. 3　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

8. 设 $a=\ln1.02$，$b=\dfrac{1}{60}$，$c=\sin0.02$，则

A. $c>b>a$　　B. $c>a>b$

C. $b>c>a$　　D. $a>c>b$

二、多项选择题（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，在每个给出的四个选项中，有多项是满足要求的，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 在二项式 $(2x-1)^{10}$ 的展开式中，下列说法正确的是

A. 第 6 项的二项式系数最大　　B. 第 6 项的系数最大

C. 所有项的二项式系数之和为 2^{10}　　D. 所有项的系数之和为 1

10. 已知函数 $f(x)=(x^2+mx)\cdot e^x$（m 是不为零的常数），则

A. 函数 $f(x)$ 的极大值点为负　　B. 函数 $f(x)$ 的极小值点为正

C. 函数 $f(x)$ 的极大值为正　　D. 函数 $f(x)$ 的极小值为负

11. 已知 $0<\alpha<\pi<\beta<\dfrac{3}{2}\pi$，$\cos2\alpha=-\dfrac{3}{5}$，$\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{\sqrt{2}}{10}$，则

A. $\tan\alpha=-2$　　B. $\sin(\alpha+\beta)=-\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$

C. $\beta-\alpha=\dfrac{3\pi}{4}$　　D. $\cos\alpha\cos\beta=-\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

12. 若 $0<a<b<1$，则

A. $a^b<b^a$　　B. $ab+1<a+b$

C. $a^{1-b}<b^{1-a}$　　D. $\log_a(1+b)>\log_b(1+a)$

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 函数 $f(x)=\sin x\cos x$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，则 $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的值为________.

14. 函数 $f(x)=ax-\log_2(8^x+1)$ 为偶函数，则实数 a 的值为________.

15. 已知 F 为双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的一个焦点，过 F 平行于 C 的一条渐近线的直线交 C 于点 P，$|OP|=\sqrt{a^2+b^2}$（O 为坐标原点），则双曲线 C 的离心率为________.

16. 已知关于 x 的不等式 $mx^2-2x-\ln x<0$ 在 $(0, +\infty)$ 上有唯一的整数解，则实数 m 的取值范围为________.

四、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=\sin x+a\cdot x$ 在 $x=0$ 处的切线斜率为 2.

（1）求 a 的值；

（2）求函数 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上的最值.

18.（本小题满分 12 分）

已知等比数列 $\{a_n\}$ 和等差数列 $\{b_n\}$ 均为递增的数列，其前 n 项和分别为 S_n，R_n，且满足：$a_1=2$，$b_1=1$，$S_3=a_4-2$，$R_3=a_3-2$.

（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $c_n=\dfrac{a_nb_n}{b_{n+1}b_{n+2}}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

19.（本小题满分 12 分）

如图 1 所示，五边形 $ABCDE$ 是正六边形 $ABCDME$ 内一部分，将 $\triangle ADE$ 沿着对角线 AD 翻折到 $\triangle ADP$ 的位置，使平面 $ADP\perp$ 平面 $ABCD$，已知点 F，G 分别为 PC，AD 的中点.

（1）求证：$AP\parallel$ 平面 BFG；

（2）求平面 BFG 与平面 $ABCD$ 所成锐二面角的余弦值.

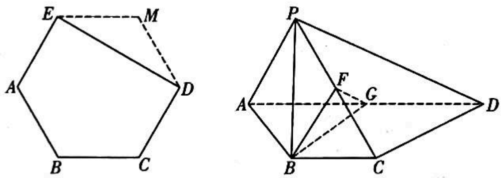

图 1

20.（本小题满分 12 分）

2023 年 7 月 28 日，第三十一届世界大学生夏季运动会在成都隆重开幕. 为庆祝大运会的到来，有 A，B，C，…，J 共 10 位跳水爱好者自发组建了跳水训练营，并邀请教练甲帮助训练. 教练训练前对 10 位跳水员测试打分，得分情况如图 2 中虚线所示；集训后再进行测试，10 位跳水员得分情况如图中实线所示，规定满分为 10 分，记得分在 8 分以上的为“优秀”.

	优秀人数	非优秀人数	合计
训练前			
训练后			
合计			

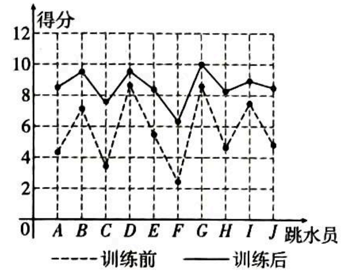

图 2

（1）将上面的列联表补充完整，并根据小概率值 $\alpha=0.01$ 的独立性检验，判断跳水员的优秀情况与训练是否有关？并说明原因；

（2）从这 10 人中任选 3 人，在这 3 人中恰有 2 人训练后为“优秀”的条件下，求这 3 人中恰有 1 人是训练前也为“优秀”的概率；

（3）跳水员 A 将对“5 米、7.5 米和 10 米”这三种高度进行集训，且在训练中进行了多轮测试. 规定：在每轮测试中，都会有这 3 种高度，且至少有 2 个高度的跳水测试达到“优秀”，则该轮测试才记为“优秀”. 每轮测试中，跳水员 A 在每个高度中达到“优秀”的概率均为 $\dfrac{1}{3}$，每个高度互不影响且每轮测试互不影响. 如果跳水员 A 在集训测试中要想获得“优秀”的次数平均值达到 3 次，那么理论上至少要进行多少轮测试？

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	3.841	6.635	7.879	10.828

21.（本小题满分 12 分）

如图 3 所示，点 F_1，A 分别为椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点和右顶点，点 F 为抛物线 C：$y^2=16x$ 的焦点，且 $OF=2OA=4OF_1$（O 为坐标原点）.

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）过点 F_1 作直线 l 交椭圆 E 于 B，D 两点，连接 AB，AD 并延长交抛物线的准线于点 M，N，求证：$\angle MF_1N$ 为定值.

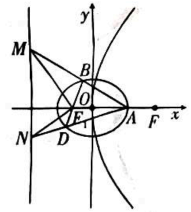

图 3

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x\ln x-ax^2$.

（1）若函数 $f(x)$ 有两个不同的零点，求实数 a 的取值范围；

（2）若函数 $g(x)=f(x)-x+a$ 有两个不同的极值点 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，当 $\lambda\geqslant 1$ 时，求证：$\dfrac{x_1}{e}>\left(\dfrac{e}{x_2}\right)^{\lambda}$.