

2021 年北京市第一次普通高中学业水平合格性考试

数 学 试 卷

考 生 须 知	<p>1. 考生要认真填写考场号和座位序号。</p> <p>2. 本试卷共 7 页，分为两部分：第一部分为选择题，共 60 分；第二部分为非选择题，共 40 分。</p> <p>3. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答，第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。</p> <p>4. 考试结束后，考生应将试卷、答题卡放在桌面上，待监考员收回。</p>
------------------	--

参考公式：锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 为锥体的底面积， h 为锥体的高。

第一部分（选择题 共 60 分）

一、选择题共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{-1, 0, 2\}$ ， $B = \{0, 1, 2\}$ ，则 $A \cup B =$

(A) $\{-1, 0, 2\}$

(B) $\{0, 1, 2\}$

(C) $\{-1, 0, 1\}$

(D) $\{-1, 0, 1, 2\}$

(2) 已知复数 $z_1 = 3 - 4i$ ， $z_2 = -2 + 3i$ ，则 $z_1 + z_2 =$

(A) $1 - i$

(B) $5 - i$

(C) $1 - 7i$

(D) $5 + i$

(3) 函数 $f(x) = \log_2 x$ 的定义域是

(A) $(-1, +\infty)$

(B) $(0, +\infty)$

(C) $(1, +\infty)$

(D) $(2, +\infty)$

(4) 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是

(A) $y = x^2$

(B) $y = \sqrt{x}$

(C) $y = 2^x$

(D) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

(5) 下列各点中, 在函数 $f(x) = 2^x - 1$ 的图象上的点是

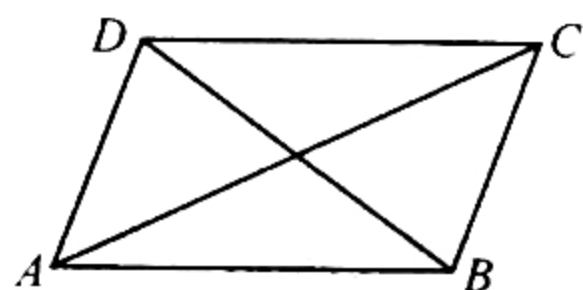
- (A) (0, 0) (B) (0, 1)
(C) (1, 0) (D) (1, 2)

(6) 某校为了解学生关于校本课程的选课意向, 计划从高一、高二这两个年级共 500 名学生中, 采用分层抽样的方法抽取 50 人进行调查. 已知高一年级共有 300 名学生, 那么应抽取高一年级学生的人数为

- (A) 10 (B) 20
(C) 30 (D) 40

(7) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 则 $\vec{AB} + \vec{BC} =$

- (A) \vec{AC} (B) \vec{CA}
(C) \vec{BD} (D) \vec{DB}



(8) 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 以 Ox 为始边, 它的终边经过点 $(4, 3)$, 则 $\cos \alpha =$

- (A) $-\frac{4}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$
(C) $-\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$

(9) 函数 $f(x) = |x| - 1$ 的零点个数是

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3

(10) 已知 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $x > 1$ ” 是 “ $x > 0$ ” 的

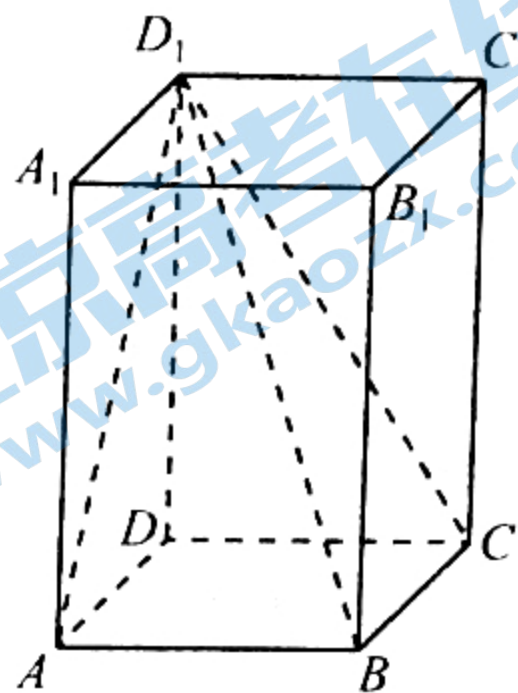
- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(11) $\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 20^\circ \sin 10^\circ =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

(12) 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 2$, $AA_1 = 3$, 则四棱锥 $D_1 - ABCD$ 的体积为

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 6
- (D) 9



(13) 已知篮球运动员甲、乙的罚球命中率分别为 0.9, 0.8, 且两人罚球是否命中相互独立. 若甲、乙各罚球一次, 则两人都命中的概率为

- (A) 0.08
- (B) 0.18
- (C) 0.25
- (D) 0.72

(14) 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 4$, $A = 45^\circ$, $B = 60^\circ$, 则 $b =$

- (A) $2\sqrt{2}$
- (B) $2\sqrt{3}$
- (C) $2\sqrt{6}$
- (D) $4\sqrt{2}$

(15) 不等式 $x(x-1) < 0$ 的解集为

- (A) $\{x | 0 < x < 1\}$
- (B) $\{x | -1 < x < 0\}$
- (C) $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$
- (D) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 0\}$

(16) 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 2$, $b = 4$, $C = 60^\circ$, 则 $c =$

- (A) 2
- (B) $2\sqrt{3}$
- (C) 4
- (D) 6

(17) 函数 $f(x) = 3\sin x \cos x$ 的最大值为

- (A) 1
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) 2
- (D) $\frac{3}{2}$

(18) 已知 $2^a > 2^b > 4$, 则

(A) $a > b > 2$

(B) $b > a > 2$

(C) $a < b < 2$

(D) $b < a < 2$

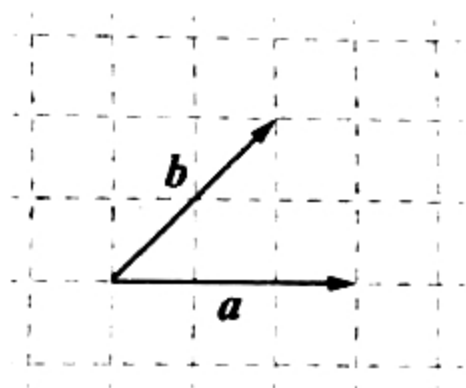
(19) 已知向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格中每个小正方形的边长均为1, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$

(A) 3

(B) $3\sqrt{2}$

(C) 6

(D) 12



(20) 在信息论中, 设某随机事件发生的概率为 p , 称 $\log_2 \frac{1}{p}$ 为该随机事件的自信息. 若随机抛一枚均匀的硬币1次, 则“正面朝上”这一事件的自信息为

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 2

第二部分 (非选择题 共 40 分)

二、填空题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分。

(21) 已知 a, b 是实数, 且 $a > b$, 则 $-a$ _____ $-b$ (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”).

(22) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, m)$, $\mathbf{b} = (2, 4)$. 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则实数 $m =$ _____.

(23) 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, 则 $f(x)$ 是 _____ 函数 (填 “奇” 或 “偶”); $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的最小值是 _____.

(24) 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面. 给出下列三个命题:

① 如果 $m \parallel n$, $m \perp \alpha$, 那么 $n \perp \alpha$;

② 如果 $m \perp \alpha$, $m \perp \beta$, 那么 $\alpha \parallel \beta$;

③ 如果 $\alpha \perp \beta$, $m \parallel \beta$, 那么 $m \perp \alpha$.

其中所有真命题的序号是 _____.

三、解答题共 4 小题, 共 28 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

(25) (本小题 7 分)

已知函数 $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$.

(I) 写出 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最小值和最大值.

(26) (本小题 7 分)

阅读下面题目及其解答过程.

$$\text{已知函数 } f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0, \\ -x^2 + 2x, & x > 0. \end{cases}$$

(I) 求 $f(-2)$ 与 $f(2)$ 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的最大值.

解: (I) 因为 $-2 < 0$, 所以 $f(-2) = \underline{\text{①}}$.

因为 $2 > 0$, 所以 $f(2) = \underline{\text{②}}$.

(II) 因为 $x \leq 0$ 时, 有 $f(x) = x+3 \leq 3$,

而且 $f(0) = 3$, 所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上的最大值为 $\underline{\text{③}}$.

又因为 $x > 0$ 时, 有 $f(x) = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1 \leq 1$,

而且 $\underline{\text{④}}$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的最大值为 1.

综上, $f(x)$ 的最大值为 $\underline{\text{⑤}}$.

以上题目的解答过程中, 设置了①~⑤五个空格, 如下的表格中为每个空格给出了两个选项, 其中只有一个正确, 请选出你认为正确的选项, 并填写在答题卡的指定位置 (只需填写“A”或“B”).

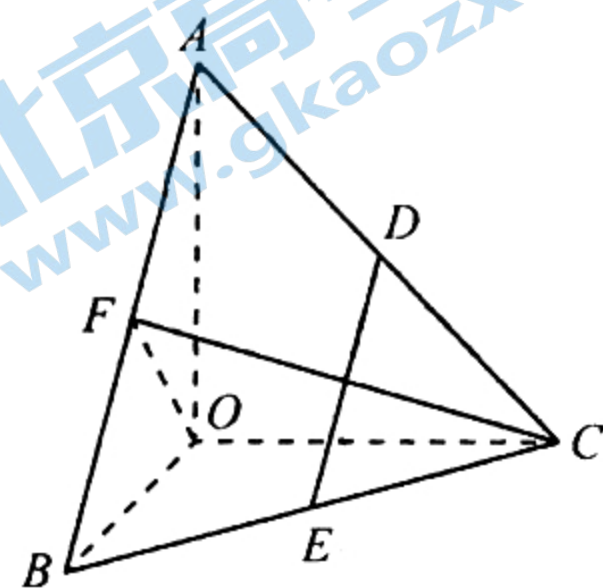
空格序号	选项
①	(A) $(-2)+3=1$ (B) $-(-2)^2+2 \times (-2)=-8$
②	(A) $2+3=5$ (B) $-2^2+2 \times 2=0$
③	(A) 3 (B) 0
④	(A) $f(1)=1$ (B) $f(1)=0$
⑤	(A) 1 (B) 3

(27) (本小题 7 分)

如图, 在三棱锥 $O-ABC$ 中, OA, OB, OC 两两互相垂直, $OA=OB$, 且 D, E, F 分别为 AC, BC, AB 的中点.

(I) 求证: $DE \parallel$ 平面 AOB ;

(II) 求证: $AB \perp$ 平面 OCF .

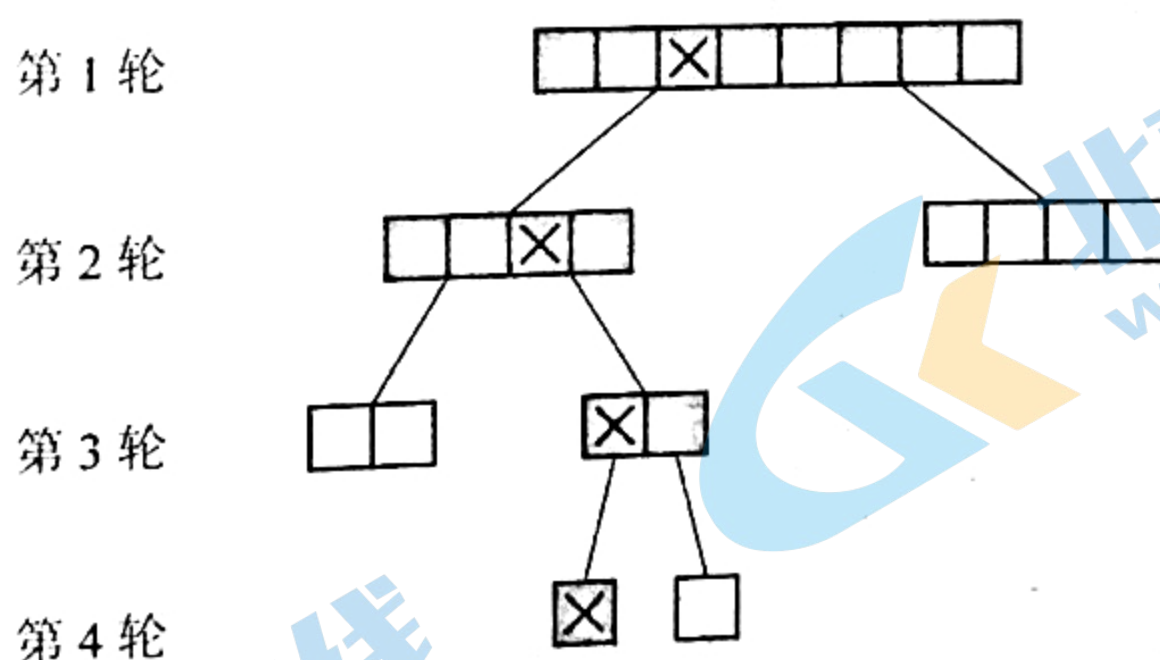


(28) (本小题 7 分)

为确定传染病的感染者, 医学上可采用“二分检测方案”.

假设待检测的总人数是 2^m (m 为正整数). 将这 2^m 个人的样本混合在一起做第 1 轮检测(检测 1 次), 如果检测结果是阴性, 可确定这些人都未感染; 如果检测结果是阳性, 可确定其中有感染者, 则将这些入平均分成两组, 每组 2^{m-1} 个人的样本混合在一起做第 2 轮检测, 每组检测 1 次. 依此类推: 每轮检测后, 排除结果为阴性的组, 而将每个结果为阳性的组再平均分成两组, 做下一轮检测, 直至确定所有的感染者.

例如, 当待检测的总人数为 8, 且标记为“x”的人是唯一感染者时, “二分检测方案”可用下图表示. 从图中可以看出, 需要经过 4 轮共 n 次检测后, 才能确定标记为“x”的人是唯一感染者.



(I) 写出 n 的值;

(II) 若待检测的总人数为 8, 采用“二分检测方案”, 经过 4 轮共 9 次检测后确定了所有的感染者, 写出感染者人数的所有可能值;

(III) 若待检测的总人数为 2^{10} , 且其中不超过 2 人感染, 写出采用“二分检测方案”所需总检测次数的最大值.

数学试卷参考答案

一、选择题（共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分）

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| (1) D | (2) A | (3) B | (4) D |
| (5) A | (6) C | (7) A | (8) B |
| (9) C | (10) A | (11) A | (12) B |
| (13) D | (14) C | (15) A | (16) B |
| (17) D | (18) A | (19) C | (20) C |

二、填空题（共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

- (21) < (22) 2
(23) 奇 2 (24) ①②

三、解答题（共 4 小题，共 28 分）

(25)（共 7 分）

解：（I） $f(x)$ 的最小正周期为 2π 。

（II）因为 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，

$$\text{所以 } -\frac{\pi}{4} \leq x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{所以 } -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

当 $x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$ ，即 $x = 0$ 时， $f(x)$ 取得最小值 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ；

当 $x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ ，即 $x = \frac{\pi}{2}$ 时， $f(x)$ 取得最大值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

所以 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

(26) (共7分)

解: (I) ① A ② B

(II) ③ A ④ A ⑤ B

(27) (共7分)

解: (I) 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别为 AC, BC 的中点,

所以 $DE \parallel AB$.

又因为 $DE \not\subset$ 平面 AOB ,

所以 $DE \parallel$ 平面 AOB .

(II) 因为 $OA = OB$, F 为 AB 的中点,

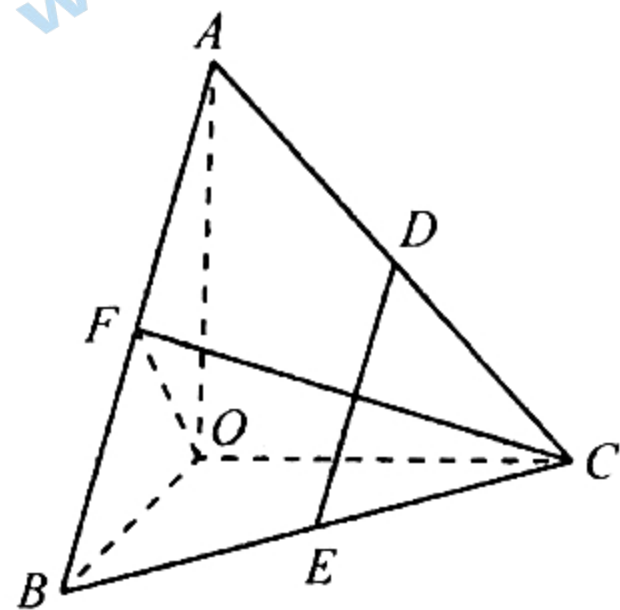
所以 $AB \perp OF$.

因为 $OC \perp OA$, $OC \perp OB$,

所以 $OC \perp$ 平面 AOB .

所以 $AB \perp OC$.

所以 $AB \perp$ 平面 OCF .



(28) (共7分)

解: (I) n 的值为7.

(II) 感染者人数的所有可能值为2, 3, 4.

(III) 总检测次数的最大值为39.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018