

绵阳市高中 2020 级第一次诊断性考试

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x^2 \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$

A. $[-1, \sqrt{2}]$

B. $\{-1, 0, 1\}$

C. $\{-1, 0, 1, 2\}$

D. $[-\sqrt{2}, 3]$

2. 若命题：“ $\forall x \in \mathbf{R}, m \leq \sin x$.”是真命题，则实数 m 的取值范围是

A. $m \leq -1$

B. $m < -1$

C. $m \geq 1$

D. $m > 1$

3. 若 $a > b > 0$, 则一定有

A. $\cos a < \cos b$

B. $2^a - 2^b < 0$

C. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

D. $a^3 > b^3$

4. 设 $a = \log_9 4$, 则 3^a 的值是

A. 2

B. 3

C. $\frac{9}{2}$

D. 6

5. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_9 = 36$, 则 $a_5 =$

A. 3

B. 4

C. 6

D. 8

6. 在 $\triangle ABC$ 中，点 M 为边 AB 上一点， $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, 若 $3\overrightarrow{CM} = \lambda\overrightarrow{CA} + \mu\overrightarrow{CB}$, 则 $\mu =$

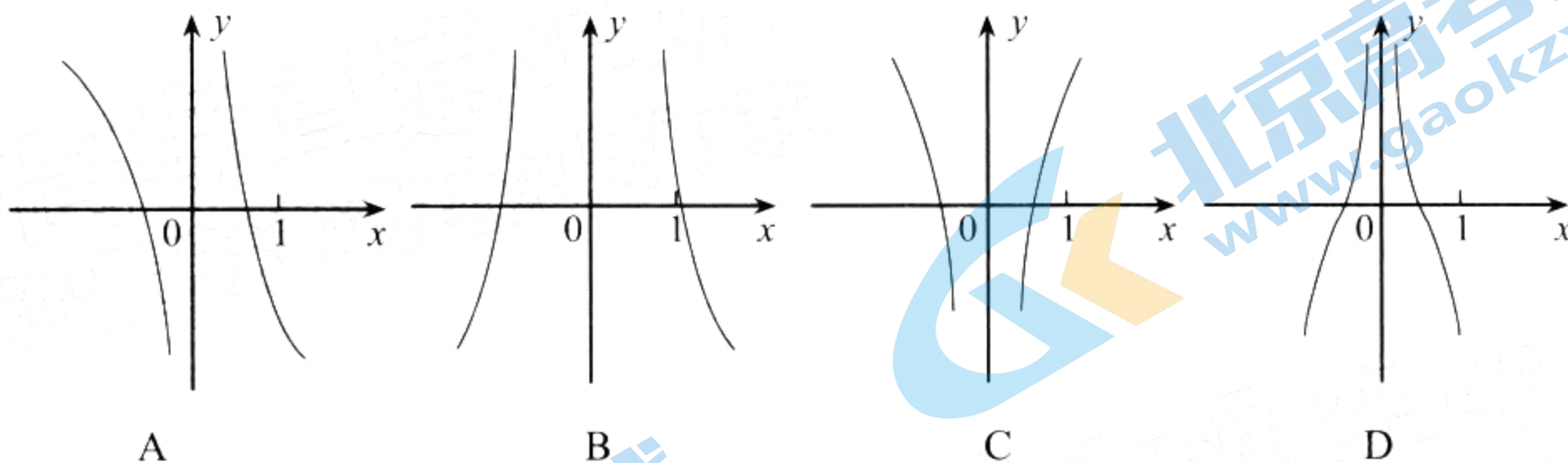
A. 3

B. 2

C. 1

D. -1

7. 函数 $f(x) = \frac{1}{|x|} - e^{|x|}$ 的图象大致为



8. 已知曲线 $y = \frac{2x+a}{e^x}$ 在点 $(0, a)$ 处的切线方程为 $y = x + b$, 则 $a+b =$

- A. 2 B. e C. 3 D. $2e$

9. 若存在实数 $\varphi \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$, 使得函数 $y = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的图象的一个对称中心为 $(\varphi, 0)$, 则 ω 的取值范围为

- A. $[\frac{1}{3}, +\infty)$ B. $(\frac{1}{3}, 1]$
 C. $(\frac{1}{3}, +\infty)$ D. $[1, \frac{4}{3})$

10. 某地锰矿石原有储量为 a 万吨, 计划每年的开采量为本年年初储量的 m ($0 < m < 1$, 且 m 为常数) 倍, 那么第 n ($n \in \mathbf{N}^*$) 年在开采完成后剩余储量为 $a(1-m)^n$, 并按该计划方案使用 10 年时间开采到原有储量的一半. 若开采到剩余储量为原有储量的 70% 时, 则需开采约()年. (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$)

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

11. 已知 $\alpha = 50^\circ$, $0^\circ < \beta < 90^\circ$, $(1 - \sin \alpha) \tan \beta = \cos \alpha$, 则 $\beta =$

- A. 10° B. 20° C. 30° D. 70°

12. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x+1)$ 为偶函数, $f(x-1)$ 关于点 $(3, 3)$ 成中心对称, 则下列说法正确的是

- A. $f(x)$ 的一个周期为 2 B. $\sum_{i=1}^{19} f(i) = 54$
 C. $f(x)$ 的一条对称轴为 $x=4$ D. $f(22)=3$

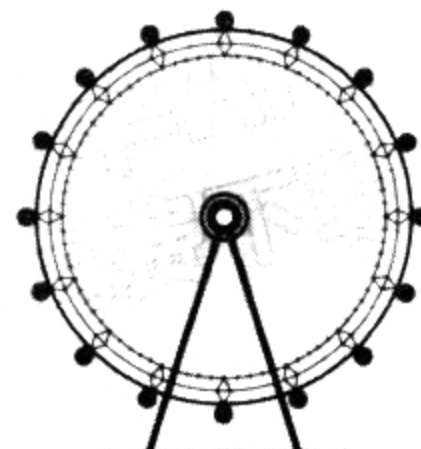
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 在正方形 $ABCD$ 中， $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 25$ ，则正方形 $ABCD$ 的边长为_____。

14. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且 $a_2 = 2$ ， $a_4 = 8$ ，则 $S_5 =$ _____。

15. 函数 $f(x) = \begin{cases} x - \frac{3}{2}, & x < 2, \\ \ln x, & x \geq 2, \end{cases}$ 则满足不等式 $f(x^2) > f(2-x)$ 的 x 的取值范围为_____。

16. 某游乐场中的摩天轮作匀速圆周运动，其中心距地面 20.5 米，半径为 20 米。假设从小军在最低点处登上摩天轮开始计时，第 6 分钟第一次到达最高点，则第 10 分钟小军离地面的高度为_____米。



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \cos^2 x$ 。

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间；
- (2) 求 $f(x) = -1$ 在 $[0, \pi]$ 上的解。

18. (12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 + a_2 + a_3 = 15$ ， $a_8 + a_9 = 4a_4$ 。

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 记 $c_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

19. (12 分)

在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边为 a, b, c ，且 $a \cdot \cos B = b(1 + \cos A)$ 。

- (1) 证明： $A = 2B$ ；
- (2) 若 $b = 2$ ，求 a 的取值范围。

20. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (\frac{k}{2} + 2)x^2 + 4kx - \frac{11}{6}$.

(1) 当 $k=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, 3)$ 上恰有两个零点, 求实数 k 的取值范围.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}\ln x - mx + m - 1 (m \in \mathbf{R})$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 当 $x \in [\frac{1}{2}, +\infty)$ 时, $f(x) \geq 0$, 求 m .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 + 3\cos\theta, \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 的参数方

程为 $\begin{cases} x = t\cos\frac{\pi}{3}, \\ y = 6 + t\sin\frac{\pi}{3} \end{cases}$ (t 为参数).

(1) 判断直线 l 和圆 C 的位置关系, 并说明理由;

(2) 设 P 是圆 C 上一动点, $A(4, 0)$, 若点 P 到直线 l 的距离为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CP}$ 的

值.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x+2| + |2x+1|$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若 a, b, c 均为正数, 且 $f(a) + f(b) + f(c) = 18$, 证明: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a^2 + b^2 + c^2}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯