

人大附中朝阳学校 2019-2020 年度第一学期高二年级阶段性测试

数学试题

命题人：朱明坤 审题人：胡建础 孟庆贤

+

考生须知	1、本试题为 I, II 两卷, 共有 24 题, 共 4 页试题, 4 页答题纸, 考试时间为 120 分钟, 满分 150 分。 2、第 I 卷各题均须要用 2B 铅笔按规定要求在“机读答题纸”对应区域上作答, 题号要对应, 填涂要规范。 3、第 II 卷各题均须用黑色签字笔按规定要求在答题纸上作答。 4、请将个人信息完整填写在密封线内。
------	---

第 I 卷 (100 分)

一、 选择题 (本题包括 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。每小题只有一个选项符合题意。)

1、 下列说法正确的是 ()

- A、 到点 $F_1(-4,0), F_2(4,0)$ 的距离之和等于 8 的点的轨迹是椭圆
- B、 到点 $F_1(-4,0), F_2(4,0)$ 的距离之和等于 6 的点的轨迹是椭圆
- C、 到点 $F_1(-4,0), F_2(4,0)$ 的距离之和等于 12 的点的轨迹是椭圆
- D、 到点 $F_1(-4,0), F_2(4,0)$ 的距离相等的点轨迹是椭圆

2、 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}, a_n = 4a_{n-1} + 1 (n > 1, n \in N^*)$, 则 $a_3 = ()$

- A、 3
- B、 13
- C、 15
- D、 53

3、 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 26 - 2n$, 若使此数列的前 n 项和 S_n 最大, 则 n 的值为 ()

- A、 12
- B、 13
- C、 12 或 13
- D、 14

三、解答题 (每题 10 分, 共 30 分)

15、数列 $\{a_n\}$ 中的前 n 项和为 $S_n = 1 - \frac{2}{3}a_n (n \in \mathbb{N}^*)$

(1) 判断数列 $\{a_n\}$ 是什么数列? 并证明;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

16、已知不等式 $x^2 - 3x + t < 0$ 的解集为 $\{x | 1 < x < m, x \in \mathbb{R}\}$;

(1) 求 t, m 的值;

(2) 若不等式 $x^2 - 3x + t > ax$ 在 $x \in [1, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的最大值。

17、从社会效益和经济效益出发, 某地投入资金进行生态环境建设, 并以此发展旅游产业, 根据规划, 本年度投入 800 万元, 以后每年投入将比上年减少 $\frac{1}{5}$, 本年度当地旅游业收入估计为 400 万元, 由于该项建设对旅游业的促进作用, 预计今后的旅游业收入每年会比上年增加 $\frac{1}{4}$ 。

(1) 设 n 年内 (本年度为第一年) 总投入为 a_n 万元, 旅游业总收入为 b_n 万元, 写出 a_n, b_n 的表达式;

(2) 至少经过几年, 旅游业的总收入才能超过总投入?

第 II 卷 (共 50 分)

四、不定项选择题 (每题 6 分, 共 18 分)

18、已知 n 为正偶数, 用数学归纳法证明

$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n+1} = 2\left(\frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+4} + \dots + \frac{1}{2n}\right)$ 时, 若已假设 $n = k (k \geq 2$ 为偶数)

时命题为真, 则还需要用归纳假设再证 $n = ()$ 时等式成立 ()

A、 $n = k+1$ B、 $n = k+2$ C、 $n = 2k+2$ D、 $n = 2(k+2)$

19、已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 那么下列数列一定是等比数列的是 ()

A、 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ B、 $\{\log_2(a_n)^2\}$ C、 $\{a_n + a_{n+1}\}$ D、 $\{a_n + a_{n+1} + a_{n+2}\}$

20、已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的不恒为零的函数，且对于任意的 $a, b \in R$ ，满足 $f(a \cdot b) = af(a) + bf(a)$ ， $f(2) = 2$ ， $a_n = \frac{f(2^n)}{n}$ ($n \in N^*$)， $b_n = \frac{f(2^n)}{2^n}$ ($n \in N^*$)，据此判断下列结论正确的是 ()

A、 $f(0) = f(1)$ B、 $f(x)$ 是偶函数 C、数列 $\{a_n\}$ 是等比数列 D、数列 $\{b_n\}$ 是等差数列

五、填空题 (每题 6 分，共 18 分)

21、能说明“设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ，对于任意的 $n \in N^*$ ，若 $a_{n+1} > a_n$ ，则 $S_{n+1} > S_n$ ”为假命题的一个等差数列是_____。(写出数列的通项公式)

22、已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = 1, b_1 = 0, 4a_{n+1} = 3a_n - b_n + 4, 4b_{n+1} = 3b_n - a_n - 4$ 。

则 $a_n =$ _____ $b_n =$ _____

23、如图一，9个正数排列成3行3列，其中每一行的数成等差数列，每一列的数成等比数列，且所有的公比都是 q ，已知 $a_{12} = 1, a_{23} = \frac{3}{4}, a_{32} = \frac{1}{4}$ ，又设第一行数列的公差为 d_1 。

a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{31}	a_{32}	a_{33}

图一

a_{11}	a_{12}	a_{13}, \dots, a_{1n}
a_{21}	a_{22}	a_{23}, \dots, a_{2n}
a_{31}	a_{32}	a_{33}, \dots, a_{3n}
\dots	\dots	\dots
a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}, \dots, a_{nn}

图二

(1) 则 $q =$ _____

(2) 若保持这9个数的位置不动，按照上述规律，补成一个 n 行 n 列的数表如图二，写出数表第 n 行第 n 列 a_{nn} 的表达式_____。

六、解答题（一题，共14分）

21、对于各项均为整数的数列 $\{a_n\}$ ，如果满足 $a_m + m$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) 为完全平方数，则称数列 $\{a_n\}$ 具有“ M 性质”；不论数列 $\{a_n\}$ 是否具有“ M 性质”，如果存在与 $\{a_n\}$ 不是同一数列的 $\{b_n\}$ ，且 $\{b_n\}$ 同时满足下面两个条件：① $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 是 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 的一个排列；② 数列 $\{b_n\}$ 具有“ M 性质”，则称数列 $\{a_n\}$ 具有“变换 M 性质”。

(1) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n}{3}(n^2 - 1)$ ，证明数列 $\{a_n\}$ 具有“ M 性质”；

(2) 试判断数列1, 2, 3, 4, 5和数列1, 2, 3, ..., 11是否具有“变换 M 性质”，具有此性质的数列请写出相应的数列 $\{b_n\}$ ，不具有此性质的说明理由；

(3) 对于有限项数列 $A: 1, 2, 3, \dots, n$ ，某人已经验证当 $n \in [12, m^2]$ ($m \geq 5$) 时，数列 A 具有“变换 M 性质”，试证明：当 $n \in [m^2 + 1, (m+1)^2]$ 时，数列 A 也具有“变换 M 性质”。

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 20 万+。

北京高考在线_2020 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980