

延庆区 2023—2024 学年第一学期期中试卷

高一 数学

2023.10

本试卷共 4 页, 150 分, 考试时长 120 分钟。

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

(1) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U M =$

(A) 5 (B) $\{5\}$ (C) $\{3, 4\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4\}$

(2) 已知命题 $p: \forall a > 0, a^2 \geq 0$, 则 $\neg p$ 是

(A) $\exists a > 0, a^2 \geq 0$ (B) $\exists a \leq 0, a^2 \geq 0$ (C) $\exists a > 0, a^2 < 0$ (D) $\exists a \leq 0, a^2 < 0$

(3) 下列函数中在 $[0, +\infty)$ 上单调递增的是

(A) $y = -x$ (B) $y = \sqrt{x}$ (C) $y = x^2 - 2x$ (D) $y = \frac{1}{x}$

(4) 下列函数中是偶函数的是

(A) $y = |x|$ (B) $y = 2x + 1$ (C) $y = \frac{1}{x-2}$ (D) $y = \begin{cases} x+1, & x > 0 \\ x-1, & x < 0 \end{cases}$

(5) 函数 $y = 2x + \frac{2}{x} (x > 0)$ 有

(A) 最小值 $2\sqrt{2}$ (B) 最大值 $2\sqrt{2}$ (C) 最小值 4 (D) 最大值 4

(6) 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}$ 且 $a > b > c$, 则下列说法中正确的是

(A) $ac > bc$ (B) $a^2 > b^2$ (C) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (D) $\frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-c}$

(7) 下面是 $|x-1| > 2$ 的解集的是

(A) $(-2, 2)$ (B) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ (C) $(-1, 3)$ (D) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

(8) 已知不等式 $x^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $\{x | 1 < x < 2\}$, 则 b, c 的值分别为

- (A) $b = -3, c = 2$ (C) $b = 3, c = -2$ (B) $b = -2, c = 3$ (D) $b = 2, c = -3$

(9) $f(x)$ 是 R 上奇函数, 满足 $f(\frac{1}{2}) = 0$, 在 $(0, +\infty)$ 是减函数, 则 $xf(x) < 0$ 的解集为

- (A) $\{x | x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$ (B) $\{x | -\frac{1}{2} < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < \frac{1}{2}\}$

- (C) $\{x | x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } 0 < x < \frac{1}{2}\}$ (D) $\{x | -\frac{1}{2} < x < 0 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$

(10) 若集合 $\{x | x > 0, f(x) = f(-x)\}$ 中恰有 k 个元素, 则称函数 $f(x)$ 是“ k 阶准偶函数”.

若函数 $f(x) = \begin{cases} -3x - 2, & x \leq a \\ x^2, & x > a \end{cases}$ 是“2 阶准偶函数”, 则 a 的取值范围是

- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $[0, 1)$ (C) $[0, 2)$ (D) $[1, 2)$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

(11) 函数 $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x+1}$ 的定义域为_____.

(12) 已知函数 $f(x) = (x+1)^2$, 则 $f(x-1) =$ _____.

(13) 写出 $2x > 3$ 成立的一个充分不必要条件_____.

(14) $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq a \\ 8x, & x > a \end{cases}$, ①若 $a = 0$, 求 $f(-1) =$ _____.

②若 $f(x)$ 在 R 上单调递增, 则 a 的取值范围是_____.

(15) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 若对任意的 $x_1, x_2 \in D$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| < 1$,

则称 $f(x)$ 满足“ L 条件”, 则下列函数满足“ L 条件”的是_____

① $f(x) = -x, x \in (-1, 1)$ ② $f(x) = x + \frac{2}{x}, x \in [1, 2]$

③ $f(x) = x^2 - \frac{3}{2}, x \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ④ $f(x) = \frac{1}{x}, x \in (0, 1)$

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(16) (本小题 14 分) 已知全集 U 为实数集，集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$ ， $B = [a-1, a+1)$ 。

(I) 若 $a = 3$ ，求 $A \cap B$ 和 $A \cup B$ ；

(II) 若 $C = \{x \in \mathbb{N} | -1 \leq x < 2\}$ ，用列举法表示集合 C ，并写出集合 C 的所有子集；

(III) 求若 $A \cup B = A$ ，求实数 a 的取值范围。

(17) (本小题 14 分) 已知函数 $f(x) = 2x^3 + ax$ ， $a \in \mathbb{R}$ 。

(I) 若 $a = -2$ ，判断函数的奇偶性，并写出方程 $f(x) = 0$ 的解集；

(II) 若 $a = 1$ ，解不等式： $f(x) + 1 > 2x^3 + x + \frac{1}{x}$ ；

(III) 若 $g(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ ，命题 $P: \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq g(x)$ ，当 P 为真命题时，求实数 a 的取值范围。

(18) (本小题 13 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax - 3a^2$ ， $a \in \mathbb{R}$ 。

(I) 若 $a = 1$ ，写出不等式 $f(x) > 0$ 的解集；

(II) 从下列条件中只选出一个条件作答，使得函数 $f(x)$ 在 $(1, 4)$ 上有最小值，把选出的条件填在横线上，并写出 $f(x)$ 的单调区间及最小值（若选择的条件没有最小值则本小题不得分）；

① $a = 0$ ② $a = 2$ ③ $a = 3$

(III) 解关于 x 的不等式 $f(x) < 0$ 。

(19) (本小题 15 分) 已知函数: $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = ax$, $h(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$.

(I) 若关于 x 的方程 $f(x) - g(x) = 0$ 有且仅有一个根, 求 a 的值;

(II) 求函数 $h(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ 的定义域, 判断其在 $x \in (1, +\infty)$ 的单调性, 并用定义法证明;

(III) 设关于 x 的函数 $m(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq g(x) \\ g(x), & f(x) > g(x) \end{cases} \quad x \in (-1, 3)$

若 $m(x)$ 有最小值, 求 a 的取值范围.

(20) (本小题 15 分) 已知方程组 $\begin{cases} ax^2 + by^2 = 5 \\ y = ax + b \end{cases}$ 的解集为 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\}$.

(I) 若方程组的一个解为 $(1, 2)$, 求 a, b 的值;

(II) 若 $a = 1, b = 2$ 时, 求 $|x_1 - x_2|$;

(III) 当 $a > 0, b = 1$ 时, $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{a^4 + 2a + 2}{4}$, 求 a 的值.

(21) (本小题 14 分) 对于一个所有元素均为整数的非空集合 A , 和一个给定的整数 k , 定义集合 $A_k = \{x \mid x = |a - k|, a \in A\}$.

(I) 若 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 直接写出集合 A_1, A_2 和 A_3 ;

(II) 若 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, 其中 $n \in \mathbb{N}^+, n \geq 5$, 求 k 的值, 使得集合 A_k 中元素的个数最少 (直接写出答案, 不需要说明理由);

(III) 若 $0 \leq k < p$, p 和 k 都是自然数, 集合 $A = \{mp \mid m \in \mathbb{N}\}$ 时, 求出使得 $N \subseteq (A \cup A_k)$ 成立的所有 p 和 k 的值, 并说明理由.

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

