高 三 数 学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

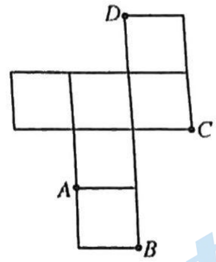
1. 已知复数 z 满足 $z^2+1=0$，则 $|z+1|=$

A. 3　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. 1

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x-4\geqslant 0\}$，$B=\{x|(x-2)(5-x)>0\}$，则 $(\complement_{R}A)\cap B=$

A. $(-1,2)$　　B. $(2,4)$　　C. $(-4,1)$　　D. $(-4,2)$

3. 如图是正方体的表面展开图，在原正方体中，直线 AB 与 CD 所成角的大小为



A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=\left(\log_2 3,\sin\frac{4\pi}{3}\right)$，$\boldsymbol{b}=(\log_3 8,m)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$

A. $-2\sqrt{3}$　　B. $-\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{2}$

5. 下表统计了2017年～2022年我国的新生儿数量（单位：万人）.

年份	2017	2018	2019	2020	2021	2022
年份代码 x	1	2	3	4	5	6
新生儿数量 y	1 723	1 523	1 465	1 200	1 062	956

经研究发现新生儿数量与年份代码之间满足线性相关关系，且 $\hat{y}=-156.66x+\hat{a}$，据此预测2023年新生儿数量约为（精确到0.1）（参考数据：$\sum_{i=1}^{6}y_i=7\ 929$）

A. 773.2万　　B. 791.1万　　C. 800.2万　　D. 821.1万

6. 甲箱中有2个白球和4个黑球，乙箱中有4个白球和2个黑球. 先从甲箱中随机取出一球放入乙箱中，以 A_1，A_2 分别表示由甲箱中取出的是白球和黑球；再从乙箱中随机取出一球，以 B 表示从乙箱中取出的是白球，则下列结论错误的是

A. A_1，A_2 互斥　　B. $P(B|A_1)=\frac{5}{7}$

C. $P(A_2B)=\frac{4}{7}$　　D. $P(B)=\frac{13}{21}$

7. 阿波罗尼斯(约公元前 262 年～约公元前 190 年)，古希腊著名数学家，主要著作有《圆锥曲线论》、《论切触》等. 尤其《圆锥曲线论》是一部经典巨著，代表了希腊几何的最高水平，此书集前人之大成，进一步提出了许多新的性质，其中也包括圆锥曲线的光学性质，光线从双曲线的一个焦点发出，通过双曲线的反射，反射光线的反向延长线经过其另一个焦点. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，其离心率 $e=\sqrt{5}$，从 F_2 发出的光线经过双曲线 C 的右支上一点 E 的反射，反射光线为 EP，若反射光线与入射光线垂直，则 $\sin\angle F_2F_1E=$

A. $\frac{5}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

8. 若集合 $\{x|x\ln x+(k-\ln 4)x+k<0\}$ 中仅有 2 个整数，则实数 k 的取值范围是

A. $\left[\frac{3}{4}\ln\frac{4}{3},\frac{2}{3}\ln 2\right)$　　B. $\left[\frac{2}{3}\ln 2,\frac{3}{4}\ln 3\right)$

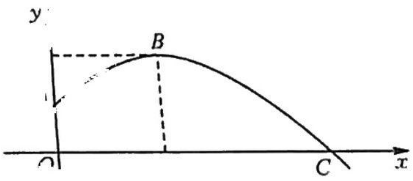
C. $\left[\frac{2}{3}\ln 2,\frac{3}{2}\ln 2\right)$　　D. $\left[\frac{3}{4}\ln\frac{2}{3},\frac{2}{3}\ln 2\right)$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 作直线 l，交抛物线于 A,B 两点，若 $|FA|=3|FB|$，则直线 l 的倾斜角可能为

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

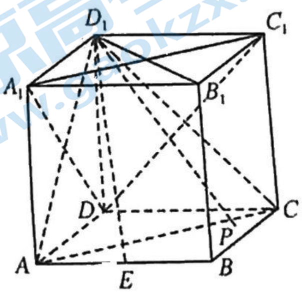
10. 已知函数 $f(x)=a\sin(\omega x+4\varphi)\left(a>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{3}\right)$，若 $f(x)$ 的图象过 $A(0,1)$，$B(m,2)$，$C(m+\pi,0)$ 三点，其中点 B 为函数 $f(x)$ 图象的最高点(如图所示)，将 $f(x)$ 图象上的每个点的纵坐标保持不变，横坐标变为原来的 $\frac{1}{4}$ 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，则



A. $f(x)=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{5\pi}{6}\right)$　　B. $g(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{2\pi}{3}$ 对称　　D. $g(x)$ 在 $\left[-\frac{5\pi}{3},-\pi\right]$ 上单调递减

11. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 E 是 AB 的中点，点 P 为侧面 BCC_1B_1 内(含边界)一点，则



A. 若 $D_1P\perp$ 平面 A_1C_1D，则点 P 与点 B 重合

B. 以 D 为球心，$\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 为半径的球面与截面 ACD_1 的交线的长度为 $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$

C. 若 P 为棱 BC 中点，则平面 D_1EP 截正方体所得截面的面积为 $\frac{7\sqrt{17}}{6}$

D. 若 P 到直线 A_1B_1 的距离与到平面 CDD_1C_1 的距离相等，则点 P 的轨迹为一段圆弧

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{x}\right)^9$ 的展开式中的常数项为________. (用数字作答)

13. 已知 A 为圆 $C:x^2+(y-1)^2=\frac{1}{4}$ 上的动点，B 为圆 $E:(x-3)^2+y^2=\frac{1}{4}$ 上的动点，P 为直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上的动点，则 $|PB|-|PA|$ 的最大值为________.

14. 在 1,3 中间插入二者的乘积，得到 1,3,3，称数列 1,3,3 为数列 1,3 的第一次扩展数列，数列 1,3,3,9,3 为数列 1,3 的第二次扩展数列，重复上述规则，可得 $1,x_1,x_2,\cdots,x_{2^n-1},3$ 为数列 1,3 的第 n 次扩展数列，令 $a_n=\log_3(1\times x_1\times x_2\times\cdots\times x_{2^n-1}\times 3)$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为________.

X

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（本小题满分 13 分）

面试是求职者进入职场的一个重要关口，也是机构招聘员工的重要环节. 某科技企业招聘员工，首先要进行笔试，笔试达标者进入面试，面试环节要求应聘者回答 3 个问题，第一题考查对公司的了解，答对得 2 分，答错不得分，第二题和第三题均考查专业知识，每道题答对得 4 分，答错不得分.

(1)若一共有 100 人应聘，他们的笔试得分 X 服从正态分布 $N(60,144)$，规定 $X\geqslant 72$ 为达标，求进入面试环节的人数大约为多少(结果四舍五入保留整数)；

(2)某进入面试的应聘者第一题答对的概率为 $\frac{2}{3}$，后两题答对的概率均为 $\frac{4}{5}$，每道题是否答对互不影响，求该应聘者的面试成绩 Y 的数学期望.

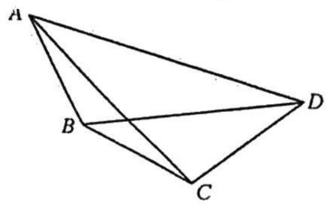
附：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)(\sigma>0)$，则 $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx 0.683$，$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)\approx 0.954$，$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)\approx 0.997$.

16.（本小题满分 15 分）

如图，在△ABC 中，$AB=BC=2$，D 为△ABC 外一点，$AD=2CD=4$，记$\angle BAD=\alpha$，$\angle BCD=\beta$.

(1)求 $2\cos\alpha-\cos\beta$ 的值；

(2)若△ABD 的面积为 S_1，△BCD 的面积为 S_2，求 $S_1^2+S_2^2$ 的最大值.

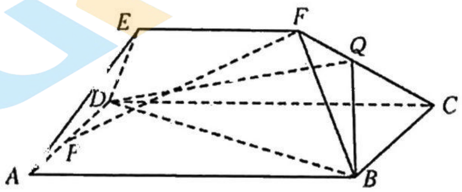


17.（本小题满分 15 分）

我国古代数学名著《九章算术》中记载：“刍(chú)甍(méng)者，下有袤有广，而上有袤无广. 刍，草也. 甍，窟盖也.”翻译为“底面有长有宽为矩形，顶部只有长没有宽为一条棱. 刍甍的字面意思为茅草屋顶.”现有一个“刍甍”如图所示，四边形 $ABCD$ 为矩形，四边形 $ABFE$、$CDEF$ 为两个全等的等腰梯形，$EF/\!/AB$，$AB=4$，$EF=AD=2$，P 是线段 AD 上一点.

(1)若点 P 是线段 AD 上靠近点 A 的三等分点，Q 为线段 CF 上一点，且 $\overrightarrow{FQ}=\frac{2}{5}\overrightarrow{FC}$，证明：$PF/\!/$平面 BDQ；

(2)若 E 到平面 $ABCD$ 的距离为 $\frac{3}{2}$，PF 与平面 BCF 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{39}}{13}$，求 AP 的长.



18.(本小题满分 17 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2,右顶点为 A,且 $|AF_1|+|AF_2|=4$,离心率为$\frac{1}{2}$.

(1)求 C 的方程;

(2)已知点 $B(-1,0)$,M,N 是曲线 C 上两点(点 M,N 不同于点 A),直线 AM,AN 分别交直线 $x=-1$ 于 P,Q 两点,若$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{BQ}=-\frac{9}{4}$,证明:直线 MN 过定点.

19.(本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x-a\ln x(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=e$ 时,求 $f(x)$的最小值;

(2)若 $f(x)$有 2 个零点,求 a 的取值范围.