绝密★启封并使用完毕前

2014 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（理）（北京卷）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1．（5 分）已知集合 $A=\{x|x^2-2x=0\}$，$B=\{0，1，2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．{0}　　B．{0，1}　　C．{0，2}　　D．{0，1，2}

2．（5 分）下列函数中，在区间（0，+∞）上为增函数的是（　　）

A．$y=\sqrt{x+1}$　　B．$y=(x-1)^2$

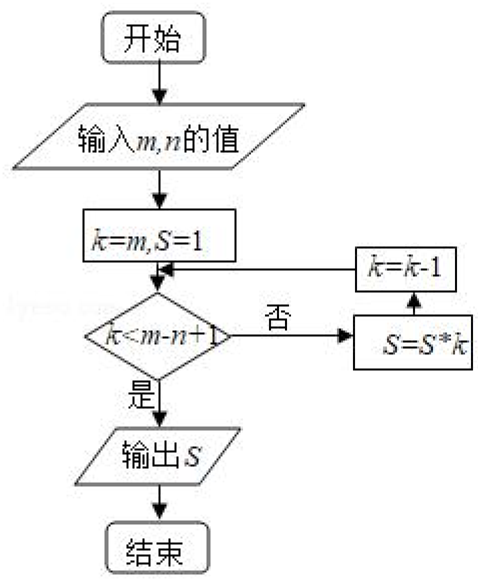
C．$y=2^{-x}$　　D．$y=\log_{0.5}(x+1)$

3．（5 分）曲线 $\begin{cases}x=-1+\cos\theta\\y=2+\sin\theta\end{cases}$（θ 为参数）的对称中心（　　）

A．在直线 $y=2x$ 上　　B．在直线 $y=-2x$ 上

C．在直线 $y=x-1$ 上　　D．在直线 $y=x+1$ 上

4．（5 分）当 $m=7$，$n=3$ 时，执行如图所示的程序框图，输出的 S 的值为（　　）



A．7　　B．42　　C．210　　D．840

5．（5 分）设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，则“$q>1$”是“$\{a_n\}$ 为递增数列”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

6. （5分）若 x，y 满足 $\begin{cases}x+y-2\geqslant 0\\kx-y+2\geqslant 0\\y\geqslant 0\end{cases}$，且 $z=y-x$ 的最小值为 -4，则 k 的值为（　　）

A. 2　　B. -2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

7. （5分）在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知 A（2，0，0），B（2，2，0），C（0，2，0），D（1，1，$\sqrt{2}$），若 S_1，S_2，S_3 分别表示三棱锥 $D-ABC$ 在 xOy，yOz，zOx 坐标平面上的正投影图形的面积，则（　　）

A. $S_1=S_2=S_3$　　B. $S_2=S_1$ 且 $S_2\neq S_3$

C. $S_3=S_1$ 且 $S_3\neq S_2$　　D. $S_3=S_2$ 且 $S_3\neq S_1$

8. （5分）学生的语文、数学成绩均被评定为三个等级，依次为“优秀”“合格”“不合格”．若学生甲的语文、数学成绩都不低于学生乙，且其中至少有一门成绩高于乙，则称“学生甲比学生乙成绩好”．如果一组学生中没有哪位学生比另一位学生成绩好，并且不存在语文成绩相同、数学成绩也相同的两位学生，则这一组学生最多有（　　）

A. 2人　　B. 3人　　C. 4人　　D. 5人

二、填空题（共6小题，每小题5分，共30分）

9. （5分）复数 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2=$_______.

10. （5分）已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$\vec{b}=(2,1)$，且 $\lambda\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$（$\lambda\in R$），则 $|\lambda|=$_______.

11. （5分）设双曲线 C 经过点（2，2），且与 $\frac{y^2}{4}-x^2=1$ 具有相同渐近线，则 C 的方程为_______；渐近线方程为_______.

12. （5分）若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7+a_8+a_9>0$，$a_7+a_{10}<0$，则当 $n=$_______时，$\{a_n\}$ 的前 n 项和最大．

13. （5分）把5件不同产品摆成一排，若产品 A 与产品 B 相邻，且产品 A 与产品 C 不相邻，则不同的摆法有_____种．

14. （5分）设函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\phi)$（$A$，$\omega$，$\phi$ 是常数，$A>0$，$\omega>0$）若 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$ 上具有单调性，且 $f(\frac{\pi}{2})=f(\frac{2\pi}{3})=-f(\frac{\pi}{6})$，则 $f(x)$ 的最小正周期为_______.

三、解答题（共6小题，共80分，解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

15. （13 分）如图，在△ABC中，$\angle B=\frac{\pi}{3}$，$AB=8$，点 D 在边 BC 上，且 $CD=2$，$\cos\angle ADC=\frac{1}{7}$.

（1）求 $\sin\angle BAD$;

（2）求 BD，AC 的长.

16. （13 分）李明在 10 场篮球比赛中的投篮情况统计如下（假设各场比赛相互独立）；

场次	投篮次数	命中次数	场次	投篮次数	命中次数
主场 1	22	12	客场 1	18	8
主场 2	15	12	客场 2	13	12
主场 3	12	8	客场 3	21	7
主场 4	23	8	客场 4	18	15
主场 5	24	20	客场 5	25	12

（1）从上述比赛中随机选择一场，求李明在该场比赛中投篮命中率超过 0.6 的概率；

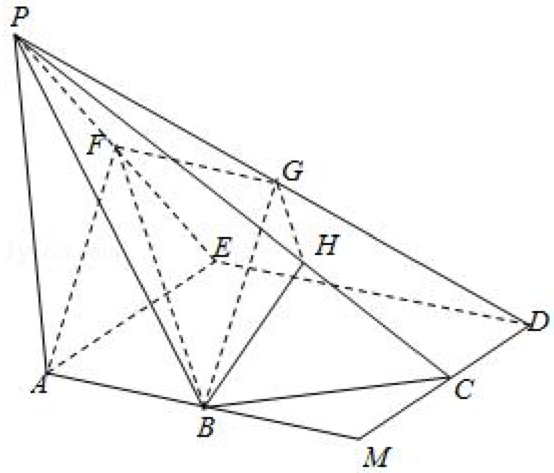
（2）从上述比赛中随机选择一个主场和一个客场，求李明的投篮命中率一场超过 0.6，一场不超过 0.6 的概率；

（3）记 $\overline{x}$是表中 10 个命中次数的平均数，从上述比赛中随机选择一场，记 X 为李明在这场比赛中的命中次数，比较 EX 与 $\overline{x}$的大小（只需写出结论）.

17. （14 分）如图，正方形 $AMDE$ 的边长为 2，B，C 分别为 AM，MD 的中点，在五棱锥 $P-ABCDE$ 中，F 为棱 PE 的中点，平面 ABF 与棱 PD，PC 分别交于点 G，H.

（1）求证：$AB// FG$;

（2）若 $PA\perp$底面 $ABCDE$，且 $PA=AE$，求直线 BC 与平面 ABF 所成角的大小，并求线段 PH 的长.



18．（13 分）已知函数 $f(x)=x\cos x-\sin x$，$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$

（1）求证：$f(x)\leq 0$；

（2）若 $a<\frac{\sin x}{x}<b$ 对 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 上恒成立，求 a 的最大值与 b 的最小值．

19．（14 分）已知椭圆 C：$x^2+2y^2=4$，

（1）求椭圆 C 的离心率

（2）设 O 为原点，若点 A 在椭圆 C 上，点 B 在直线 $y=2$ 上，且 $OA\perp OB$，求直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 的位置关系，并证明你的结论．

20．（13 分）对于数对序列 P：(a_1,b_1)，(a_2,b_2)，…，(a_n,b_n)，记 $T_1(P)=a_1+b_1$，$T_k(P)=b_k+max\{T_{k-1}(P),a_1+a_2+\cdots+a_k\}$（$2\leq k\leq n$），其中 $max\{T_{k-1}(P),a_1+a_2+\cdots+a_k\}$ 表示 $T_{k-1}(P)$ 和 $a_1+a_2+\cdots+a_k$ 两个数中最大的数，

（Ⅰ）对于数对序列 P：（2，5），（4，1），求 $T_1(P)$，$T_2(P)$ 的值；

（Ⅱ）记 m 为 a，b，c，d 四个数中最小的数，对于由两个数对 (a,b)，(c,d) 组成的数对序列 P：(a,b)，(c,d) 和 P'：(c,d)，(a,b)，试分别对 $m=a$ 和 $m=d$ 两种情况比较 $T_2(P)$ 和 $T_2(P')$ 的大小；

（Ⅲ）在由五个数对（11，8），（5，2），（16，11），（11，11），（4，6）组成的所有数对序列中，写出一个数对序列 P 使 $T_5(P)$ 最小，并写出 $T_5(P)$ 的值（只需写出结论）．

数学试题答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1．【分析】解出集合 A，再由交的定义求出两集合的交集．

【解答】解：∵$A=\{x|x^2-2x=0\}=\{0，2\}$，$B=\{0，1，2\}$，

∴$A\cap B=\{0，2\}$

故选：C．

【点评】本题考查交的运算，理解好交的定义是解答的关键．

2．【分析】根据基本初等函数的单调性，判断各个选项中函数的单调性，从而得出结论．

【解答】解：由于函数 $y=\sqrt{x+1}$在（﹣1，+∞）上是增函数，故满足条件，

由于函数 $y=(x-1)^2$在（0，1）上是减函数，故不满足条件，

由于函数 $y=2^{-x}$在（0，+∞）上是减函数，故不满足条件，

由于函数 $y=\log_{0.5}(x+1)$ 在（﹣1，+∞）上是减函数，故不满足条件，

故选：A．

【点评】本题主要考查函数的单调性的定义和判断，基本初等函数的单调性，属于基础题．

3．【分析】曲线 $\begin{cases}x=-1+\cos\theta\\y=2+\sin\theta\end{cases}$（θ为参数）表示圆，对称中心为圆心，可得结论．

【解答】解：曲线 $\begin{cases}x=-1+\cos\theta\\y=2+\sin\theta\end{cases}$（θ为参数）表示圆，圆心为（﹣1，2），在直线 $y=-2x$ 上，

故选：B．

【点评】本题考查圆的参数方程，考查圆的对称性，属于基础题．

4．【分析】算法的功能是求 $S=7\times6\times\cdots\times k$ 的值，根据条件确定跳出循环的 k 值，计算输出 S 的值．

【解答】解：由程序框图知：算法的功能是求 $S=7\times6\times\cdots\times k$ 的值，

当 $m=7$，$n=3$ 时，$m-n+1=7-3+1=5$，

∴跳出循环的 k 值为 4，

∴输出 $S=7\times6\times5=210$．

故选：C.

【点评】本题考查了循环结构的程序框图，根据框图的流程判断算法的功能是解答本题的关键．

5．【分析】根据等比数列的性质，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可得到结论．

【解答】解：等比数列－1，－2，－4，…，满足公比 $q=2>1$，但$\{a_n\}$不是递增数列，充分性不成立．

若 $a_n=-1\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$为递增数列，但 $q=\frac{1}{2}>1$ 不成立，即必要性不成立，

故“$q>1$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的既不充分也不必要条件，

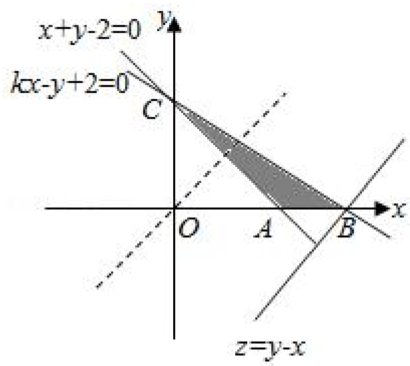
故选：D.

【点评】本题主要考查充分条件和必要条件的判断，利用等比数列的性质，利用特殊值法是解决本题的关键．

6．【分析】对不等式组中的 $kx-y+2\geqslant0$ 讨论，当 $k\geqslant0$ 时，可行域内没有使目标函数 $z=y-x$ 取得最小值的最优解，$k<0$ 时，若直线 $kx-y+2=0$ 与 x 轴的交点在 $x+y-2=0$ 与 x 轴的交点的左边，$z=y-x$ 的最小值为－2，不合题意，由此结合约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，由图得到最优解，联立方程组求出最优解的坐标，代入目标函数得答案．

【解答】解：对不等式组中的 $kx-y+2\geqslant0$ 讨论，可知直线 $kx-y+2=0$ 与 x 轴的交点在 $x+y-2=0$ 与 x 轴的交点的右边，

故由约束条件$\begin{cases}x+y-2\geqslant0\\kx-y+2\geqslant0\\y\geqslant0\end{cases}$作出可行域如图，



当 $y=0$，由 $kx-y+2=0$，得 $x=-\frac{2}{k}$，

$\therefore B(-\frac{2}{k},0)$．

由 $z=y-x$ 得 $y=x+z$．

由图可知，当直线 $y=x+z$ 过 $B(-\frac{2}{k},0)$ 时直线在 y 轴上的截距最小，即 z 最小．

此时 $z_{min}=0+\frac{2}{k}=-4$，解得：$k=-\frac{1}{2}$．

故选：D.

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

7．【分析】分别求出三棱锥在各个面上的投影坐标即可得到结论．

【解答】解：设 A（2，0，0），B（2，2，0），C（0，2，0），D（1，1，$\sqrt{2}$），则各个面上的射影分别为 A'，B'，C'，D'，

在 xOy 坐标平面上的正投影 A'（2，0，0），B'（2，2，0），C'（0，2，0），D'（1，1，0），$S_1=\frac{1}{2}\times2\times2=2$.

在 yOz 坐标平面上的正投影 A'（0，0，0），B'（0，2，0），C'（0，2，0），D'（0，1，$\sqrt{2}$），$S_2=.\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$

在 zOx 坐标平面上的正投影 A'（2，0，0），B'（2，0，0），C'（0，0，0），D'（0，1，$\sqrt{2}$），$S_3=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$，

则 $S_3=S_2$ 且 $S_3\neq S_1$，

故选：D.

【点评】本题主要考查空间坐标系的应用，求出点对于的投影坐标是解决本题的关键．

8．【分析】分别用 ABC 分别表示优秀、及格和不及格，根据题干中的内容推出文成绩得 A，B，C 的学生各最多只有 1 个，继而推得学生的人数．

【解答】解：用 ABC 分别表示优秀、及格和不及格，显然语文成绩得 A 的学生最多只有 1 个，

语文成绩得 B 得也最多只有一个，

得 C 最多只有一个，

因此学生最多只有 3 人，

显然（AC）（BB）（CA）满足条件，

故学生最多有 3 个．

故选：B.

【点评】本题主要考查了合情推理，关键是找到语句中的关键词，培养了推理论证的能力．

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

9．【分析】由复数代数形式的除法运算化简括号内部，然后由虚数单位 i 的运算性质得答案．

【解答】解：$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2=\left[\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}\right]^2=\left(\frac{2i}{2}\right)^2=-1$.

故答案为：－1．

【点评】本题考查了复数代数形式的除法运算，考查了虚数单位 i 的运算性质，是基础题．

10．【分析】设 $\vec{a}=(x,\ y)$．由于向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{b}=(2,\ 1)$，且 $\lambda\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$（$\lambda\in R$），可得 $\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=1\\ \lambda x+2=0\\ \lambda y+1=0\end{cases}$，解出即可．

【解答】解：设 $\vec{a}=(x,\ y)$．

∵向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{b}=(2,\ 1)$，且 $\lambda\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$（$\lambda\in R$），

∴ $\lambda\vec{a}+\vec{b}=\lambda(x,\ y)+(2,\ 1)=(\lambda x+2,\ \lambda y+1)$，

∴ $\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=1\\ \lambda x+2=0\\ \lambda y+1=0\end{cases}$，化为 $\lambda^2=5$.

解得 $|\lambda|=\sqrt{5}$.

故答案为：$\sqrt{5}$.

【点评】本题考查了向量的坐标运算、向量的模的计算公式、零向量等基础知识与基本技能方法，属于基础题．

11．【分析】利用双曲线渐近线之间的关系，利用待定系数法即可得到结论．

【解答】解：与 $\frac{y^2}{4}-x^2=1$ 具有相同渐近线的双曲线方程可设为 $\frac{y^2}{4}-x^2=m$，（$m\neq0$），

∵双曲线 C 经过点（2，2），

∴ $m=\frac{2^2}{4}-2^2=1-4=-3$，

即双曲线方程为$\frac{y^2}{4}-x^2=-3$，即$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{12}=1$，

对应的渐近线方程为 $y=\pm 2x$，

故答案为：$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{12}=1$，$y=\pm 2x$.

【点评】本题主要考查双曲线的性质，利用渐近线之间的关系，利用待定系数法是解决本题的关键，比较基础.

12. 【分析】可得等差数列$\{a_n\}$的前 8 项为正数，从第 9 项开始为负数，进而可得结论.

【解答】解：由等差数列的性质可得 $a_7+a_8+a_9=3a_8>0$，

$\therefore a_8>0$，又 $a_7+a_{10}=a_8+a_9<0$，$\therefore a_9<0$，

∴等差数列$\{a_n\}$的前 8 项为正数，从第 9 项开始为负数，

∴等差数列$\{a_n\}$的前 8 项和最大，

故答案为：8.

【点评】本题考查等差数列的性质和单调性，属中档题.

13. 【分析】分 3 步进行分析：①用捆绑法分析 A、B，②计算其中 A、B 相邻又满足 B、C 相邻的情况，即将 ABC 看成一个元素，与其他产品全排列，③在全部数目中将 A、B 相邻又满足 A、C 相邻的情况排除即可得答案.

【解答】解：先考虑产品 A 与 B 相邻，把 A、B 作为一个元素有 A_4^4种方法，而 A、B 可交换位置，所以有 $2A_4^4=48$ 种摆法，

又当 A、B 相邻又满足 A、C 相邻，有 $2A_3^3=12$ 种摆法，

故满足条件的摆法有 $48-12=36$ 种.

故答案为：36.

【点评】本题考查分步计数原理的应用，要优先分析受到限制的元素，如本题的 A、B、C.

14. 【分析】由 $f(\frac{\pi}{2})=f(\frac{2\pi}{3})$ 求出函数的一条对称轴，结合 $f(x)$ 在区间$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$上具有单调性，且 $f(\frac{\pi}{2})=-f(\frac{\pi}{6})$

可得函数的半周期，则周期可求.

【解答】解：由 $f(\frac{\pi}{2})=f(\frac{2\pi}{3})$，可知函数 $f(x)$ 的一条对称轴为 $x=\frac{\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{3}}{2}=\frac{7\pi}{12}$，

则 $x=\frac{\pi}{2}$离最近对称轴距离为$\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{12}$.

又 $f(\frac{\pi}{2})=-f(\frac{\pi}{6})$，则 $f(x)$ 有对称中心（$\frac{\pi}{3}$，0），

由于 $f(x)$ 在区间$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$上具有单调性，

则$\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{1}{2}T\Rightarrow T\geqslant\frac{2\pi}{3}$，从而$\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}=\frac{T}{4}\Rightarrow T=\pi$.

故答案为：π.

【点评】本题考查 $f(x)=A\sin(\omega x+\phi)$ 型图象的形状，考查了学生灵活处理问题和解决问题的能力，是中档题.

三、解答题（共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

15. 【分析】根据三角形边角之间的关系，结合正弦定理和余弦定理即可得到结论.

【解答】解：（1）在△ABC中，∵$\cos\angle ADC=\frac{1}{7}$，

∴$\sin\angle ADC=\sqrt{1-\cos^2\angle ADC}=\sqrt{1-(\frac{1}{7})^2}=\sqrt{\frac{48}{49}}=\frac{4\sqrt{3}}{7}$,

则 $\sin\angle BAD=\sin(\angle ADC-\angle B)=\sin\angle ADC\bullet\cos B-\cos\angle ADC\bullet\sin B=\frac{4\sqrt{3}}{7}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{14}$.

（2）在△ABD中，由正弦定理得 $BD=\frac{AB\bullet\sin\angle BAD}{\sin\angle ADB}=\frac{8\times\frac{3\sqrt{3}}{14}}{\frac{4\sqrt{3}}{7}}=3$,

在△ABC中，由余弦定理得 $AC^2=AB^2+CB^2-2AB\bullet BC\cos B=8^2+5^2-2\times8\times5\times\frac{1}{2}=49$,

即 $AC=7$.

【点评】本题主要考查解三角形的应用，根据正弦定理和余弦定理是解决本题本题的关键，难度不大.

16. 【分析】（1）根据概率公式，找到李明在该场比赛中超过 0.6 的场次，计算即可，

（2）根据互斥事件的概率公式，计算即可.

（3）求出平均数和 EX，比较即可.

【解答】解：（1）设李明在该场比赛中投篮命中率超过 0.6 为事件 A，由题意知，李明在该场比赛中超过 0.6 的场次有：主场 2，主场 3，主场 5，客场 2，客场 4，共计 5 场

所以李明在该场比赛中投篮命中率超过 0.6 的概率 $P(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$，

（2）设李明的投篮命中率一场超过 0.6，一场不超过 0.6 的概率为事件 B，同理可知，李明主场命中率超过 0.6 的概率 $P_1=\frac{3}{5}$，客场命中率超过 0.6 的概率 $P_2=\frac{2}{5}$，

故 $P(B)=P_1\times(1-P_2)+P_2\times(1-P_1)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{13}{25}$；

（3）$\overline{x}=\frac{1}{10}(12+8+12+12+8+7+8+15+20+12)=11.4$

$EX=\overline{x}$

【点评】本题主要考查了概率的计算、数学期望，平均数，互斥事件的概率，属于中档题．

17．【分析】（1）运用线面平行的判定定理和性质定理即可证得；

（2）由于 $PA\perp$底面 $ABCDE$，底面 $AMDE$ 为正方形，建立如图的空间直角坐标系 $Axyz$，分别求出 A，B，C，E，P，F，及向量 BC 的坐标，设平面 ABF 的法向量为 $n=(x, y, z)$，求出一个值，设直线 BC 与平面 ABF 所成的角为 α，运用 $\sin\alpha=|\cos<n, \overrightarrow{BC}>|$，求出角 α；设 $H(u, v, w)$，再设 $\overrightarrow{PH}=\lambda\overrightarrow{PC}(0<\lambda<1)$，用 λ 表示 H 的坐标，再由 $n\cdot\overrightarrow{AH}=0$，求出 λ 和 H 的坐标，再运用空间两点的距离公式求出 PH 的长．

【解答】（1）证明：在正方形 $AMDE$ 中，∵B 是 AM 的中点，

∴$AB\parallel DE$，又∵$AB\not\subset$平面 PDE，∴$AB\parallel$平面 PDE，

∵$AB\subset$平面 ABF，且平面 $ABF\cap$平面 $PDE=FG$，

∴$AB\parallel FG$；

（2）解：∵$PA\perp$底面 $ABCDE$，∴$PA\perp AB$，$PA\perp AE$，

如图建立空间直角坐标系 $Axyz$，则 $A(0, 0, 0)$，

$B(1, 0, 0)$，$C(2, 1, 0)$，$P(0, 0, 2)$，

$E(0, 2, 0)$，$F(0, 1, 1)$，$\overrightarrow{BC}=(1, 1, 0)$，

设平面 ABF 的法向量为 $\vec{n}=(x, y, z)$，则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AF}=0\end{cases}$即$\begin{cases}x=0\\ y+z=0\end{cases}$，

令 $z=1$，则 $y=-1$，∴$\vec{n}=(0, -1, 1)$，

设直线 BC 与平面 ABF 所成的角为α，则

$$\sin\alpha=|\cos<\vec{n},\ \overrightarrow{BC}>|=|\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{BC}|}|=\frac{1}{2},$$

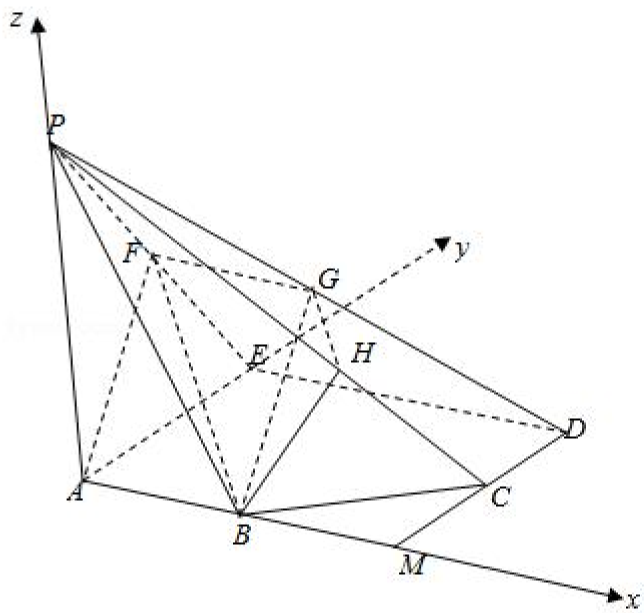
∴直线 BC 与平面 ABF 所成的角为$\frac{\pi}{6}$，

设 H（u，v，w），∵H在棱 PC 上，∴可设$\overrightarrow{PH}=\lambda\overrightarrow{PC}(0<\lambda<1)$，

即（u，v，$w-2$）＝λ（2，1，－2），∴$u=2\lambda$，$v=\lambda$，$w=2-2\lambda$，∵$\vec{n}$是平面 ABF 的法向量，

∴$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AH}=0$，即（0，－1，1）•（2λ，λ，2－2λ）＝0，解得$\lambda=\frac{2}{3}$，∴$H(\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3})$，

∴$PH=\sqrt{(\frac{4}{3})^2+(\frac{2}{3})^2+(-\frac{4}{3})^2}=2$.



【点评】本题主要考查空间直线与平面的位置关系，考查直线与平面平行、垂直的判定和性质，同时考查直线与平面所成的角的求法，考查运用空间直角坐标系求角和距离，是一道综合题．

18．【分析】（1）求出 $f'(x)=\cos x-x\sin x-\cos x=-x\sin x$，判定出在区间∈$(0,\frac{\pi}{2})$上 $f'(x)=-x\sin x<0$，得 $f(x)$ 在区间∈$[0,\frac{\pi}{2}]$上单调递减，从而 $f(x)\leqslant f(0)=0$．

（2）当 $x>0$ 时，“$\frac{\sin x}{x}>a$”等价于“$\sin x-ax>0$”，“$\frac{\sin x}{x}<b$”等价于“$\sin x-bx<0$”构造函数 $g(x)=\sin x-cx$，通过求函数的导数讨论参数 c 求出函数的最值，进一步求出 a，b 的最值．

【解答】解：（1）由 $f(x)=x\cos x-\sin x$ 得

$f'(x)=\cos x-x\sin x-\cos x=-x\sin x$，

此在区间∈（0，$\frac{\pi}{2}$）上 $f'(x)=-x\sin x<0$，

所以 $f(x)$ 在区间∈[0，$\frac{\pi}{2}$]上单调递减，

从而 $f(x)\leqslant f(0)=0$.

（2）当 $x>0$ 时，“$\frac{\sin x}{x}>a$”等价于“$\sin x-ax>0$”，“$\frac{\sin x}{x}<b$”等价于“$\sin x-bx<0$”

令 $g(x)=\sin x-cx$，则 $g'(x)=\cos x-c$，

当 $c\leqslant 0$ 时，$g(x)>0$ 对 $x\in$（0，$\frac{\pi}{2}$）上恒成立，

当 $c\geqslant 1$ 时，因为对任意 $x\in$（0，$\frac{\pi}{2}$），$g'(x)=\cos x-c<0$，

所以 $g(x)$ 在区间[0，$\frac{\pi}{2}$]上单调递减，

从而，$g(x)<g(0)=0$ 对任意 $x\in$（0，$\frac{\pi}{2}$）恒成立，

当 $0<c<1$ 时，存在唯一的 $x_0\in$（0，$\frac{\pi}{2}$）使得 $g'(x_0)=\cos x_0-c=0$，

$g(x)$ 与 $g'(x)$ 在区间（0，$\frac{\pi}{2}$）上的情况如下：

x	$(0, x_0)$	x_0	$(x_0, \frac{\pi}{2})$
$g'(x)$	+		-
$g(x)$	↑		↓

因为 $g(x)$ 在区间（0，x_0）上是增函数，

所以 $g(x_0)>g(0)=0$ 进一步 $g(x)>0$ 对任意 $x\in$（0，$\frac{\pi}{2}$）恒成立，

当且仅当 $g(\frac{\pi}{2})=1-\frac{\pi}{2}c\geqslant 0$ 即 $0<c\leqslant\frac{2}{\pi}$

综上所述当且仅当 $c\leqslant\frac{2}{\pi}$时，$g(x)>0$ 对任意 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 恒成立，

当且仅当 $c\geqslant1$ 时，$g(x)<0$ 对任意 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 恒成立，

所以若 $a<\frac{\sin x}{x}<b$ 对 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 上恒成立，则 a 的最大值为$\frac{2}{\pi}$，b 的最小值为 1

【点评】本题考查利用导数求函数的单调区间；利用导数求函数的最值；考查解决不等式问题常通过构造函数解决函数的最值问题，属于一道综合题．

19．【分析】（1）化椭圆方程为标准式，求出半长轴和短半轴，结合隐含条件求出半焦距，则椭圆的离心率可求；

（2）设出点 A，B 的坐标分别为 (x_0,y_0)，$(t,2)$，其中 $x_0\neq0$，由 $OA\perp OB$ 得到 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，用坐标表示后把 t 用含有 A 点的坐标表示，然后分 A，B 的横坐标相等和不相等写出直线 AB 的方程，然后由圆 $x^2+y^2=2$ 的圆心到 AB 的距离和圆的半径相等说明直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 相切．

【解答】解：（1）由 $x^2+2y^2=4$，得椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$．

$\therefore a^2=4$，$b^2=2$，从而 $c^2=a^2-b^2=2$．

因此 $a=2$，$c=\sqrt{2}$．

故椭圆 C 的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

（2）直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 相切．

证明如下：

设点 A，B 的坐标分别为 (x_0,y_0)，$(t,2)$，其中 $x_0\neq0$．

$\because OA\perp OB$，

$\therefore\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，即 $tx_0+2y_0=0$，解得 $t=-\frac{2y_0}{x_0}$．

当 $x_0=t$ 时，$y_0=-\frac{t^2}{2}$，代入椭圆 C 的方程，得 $t=\pm\sqrt{2}$．

故直线 AB 的方程为 $x=\pm\sqrt{2}$，圆心 O 到直线 AB 的距离 $d=\sqrt{2}$．

此时直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 相切．

当 $x_0\neq t$ 时，直线 AB 的方程为 $y-2=\dfrac{y_0-2}{x_0-t}(x-t)$，

即 $(y_0-2)x-(x_0-t)y+2x_0-ty_0=0$.

圆心 O 到直线 AB 的距离 $d=\dfrac{|2x_0-ty_0|}{\sqrt{(y_0-2)^2+(x_0-t)^2}}$.

又 $x_0^2+2y_0^2=4$，$t=-\dfrac{2y_0}{x_0}$.

故 $d=\dfrac{|2x_0+\dfrac{2y_0^2}{x_0}|}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+\dfrac{4y_0^2}{x_0^2}+4}}=\dfrac{|\dfrac{4+x_0^2}{x_0}|}{\sqrt{\dfrac{x_0^4+8x_0^2+16}{2x_0^2}}}=\sqrt{2}$.

此时直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 相切.

【点评】本题考查椭圆的简单几何性质，考查了圆与圆锥曲线的综合，训练了由圆心到直线的距离判断直线和圆的位置关系，体现了分类讨论的数学思想方法，考查了计算能力和逻辑思维能力，是压轴题.

20. 【分析】（Ⅰ）利用 $T_1(P)=a_1+b_1$，$T_k(P)=b_k+max\{T_{k-1}(P),\ a_1+a_2+\cdots+a_k\}$（$2\leqslant k\leqslant n$），可求 $T_1(P)$，$T_2(P)$ 的值；

（Ⅱ）$T_2(P)=max\{a+b+d,\ a+c+d\}$，$T_2(P')=max\{c+d+b,\ c+a+b\}$，分类讨论，利用新定义，可比较 $T_2(P)$ 和 $T_2(P')$ 的大小；

（Ⅲ）根据新定义，可得结论.

【解答】解：（Ⅰ）$T_1(P)=2+5=7$，$T_2(P)=1+max\{T_1(P),\ 2+4\}=1+max\{7,\ 6\}=8$；

（Ⅱ）$T_2(P)=max\{a+b+d,\ a+c+d\}$，$T_2(P')=max\{c+d+b,\ c+a+b\}$.

当 $m=a$ 时，$T_2(P')=max\{c+d+b,\ c+a+b\}=c+d+b$，

∵ $a+b+d\leqslant c+d+b$，且 $a+c+d\leqslant c+b+d$，∴ $T_2(P)\leqslant T_2(P')$；

当 $m=d$ 时，$T_2(P')=max\{c+d+b,\ c+a+b\}=c+a+b$，

∵ $a+b+d\leqslant c+a+b$，且 $a+c+d\leqslant c+a+d$，∴ $T_2(P)\leqslant T_2(P')$；

∴无论 $m=a$ 和 $m=d$，$T_2(P)\leqslant T_2(P')$；

（Ⅲ）根据数对序列（4，6），（11，11），（16，11），（11，8），（5，2），

可得 T_1（P）$=4+6=10$； T_2（P）$=11+15=26$； T_3（P）$=31+11=42$； T_4（P）$=8+42=50$；

T_5（P）$=2+50=52$；

逐一检验可得，此数对序列使 T_5（P）最小．

【点评】本题考查新定义，考查学生分析解决问题的能力，正确理解与运用新定义是解题的关键，属于难题．