绝密★启用前

2022届四省名校高三第二次大联考

文数

查成绩

命题人：绵阳中学　王席、何志开、邓祖亮

本试卷共4页，23题(含选考题)。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域无效。
5. 考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

第Ⅰ卷

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|0<x<3\}$，$B=\{-1,0,1,2,4\}$，则$(\complement_U A)\cap B=$

A. $\{-1,4\}$　　B. $\{4\}$

C. $\{-1,0,4\}$　　D. $\{-1,0,2,4\}$

2. 已知复数z满足$i\cdot z=1+7i$，则z的虚部为

A. $-i$　　B. i

C. -1　　D. 1

3. 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,-3)$，$\boldsymbol{b}=(k,2)$，若$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{b}$共线，则$k=$

A. $-\frac{8}{3}$　　B. $-\frac{2}{3}$

C. -2或1　　D. -2

4. 某班共有50名同学，班主任李老师将全班分成了5个学习小组，每组10人，在某次数学测试中，甲、乙两小组测试成绩的茎叶图如图所示，则对该次测试的成绩，下列说法错误的是

甲		乙
8	6	7 9
9 8 8 6 5	7	3 5 7
7 5 3	8	1 4 8
1	9	3 4

A. 甲组学生成绩的众数是78

B. 乙组学生成绩的中位数是79

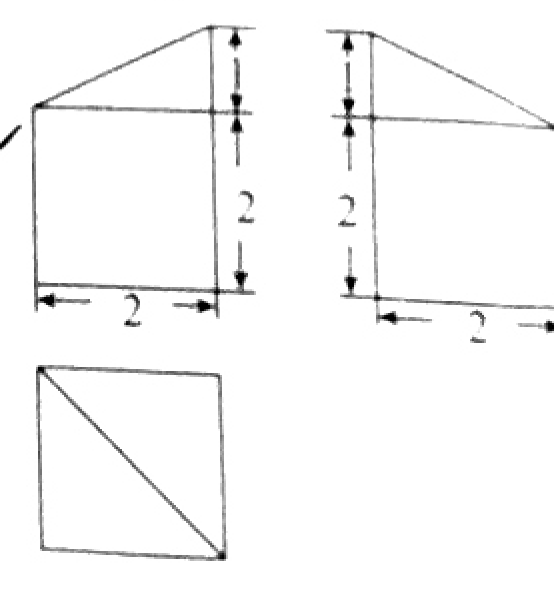
C. 甲组学生的成绩更稳定

D. 乙组学生的平均成绩更高

5. 已知中心在原点，焦点在y轴上的双曲线的离心率为2，则其渐近线方程为

A. $y=\pm\sqrt{3}x$　　B. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　C. $y=\pm\sqrt{2}x$　　D. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

6. 南北朝时期数学家、天文学家祖暅提出了著名的祖暅原理："幂势既同，则积不容异"。其中"幂"指截面积，"势"指几何体的高；意思是说：两个等高几何体，若在每一等高处截面面积都相等，则两个几何体体积相等。已知某不规则几何体与一个由正方体和三棱锥组成的几何体满足"幂势同"，且该组合体的三视图如图所示，则该不规则几何体的体积为



A. $\frac{26}{3}$　　B. 10

C. 12　　D. $\frac{32}{3}$

7. 已知数列 1,2,3,4,5,7,9,…,该数列从第 5 项开始成等差数列,若该数列所有项的和为 106,则该数列最后两项的和为

A. 34　　B. 35
C. 36　　D. 38

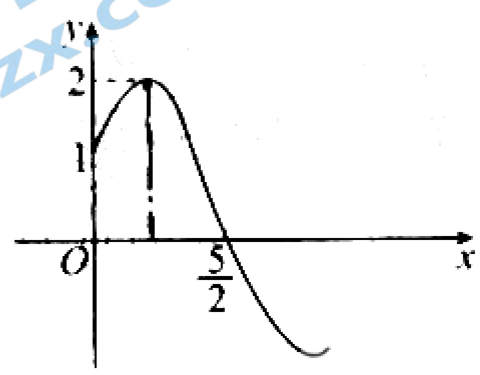
8. 已知直角三角形两直角边长分别为 5 和 3,现向直角三角形中均匀撒落 1 000 粒豆子,则距三角形三个顶点距离均大于 1 的豆子数约为($\pi\approx3$)

A. 200　　B. 600
C. 800　　D. 900

9. 设单调递增的等比数列$\{a_n\}$满足 $a_4+a_6=20$,$a_4a_5a_6=512$,则 $a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=$

A. $\dfrac{2^n-1}{2}$　　B. $\dfrac{2^{n+1}-1}{2}$
C. $\dfrac{4^n-1}{6}$　　D. $\dfrac{4^{n+1}-1}{6}$

10. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示,则



A. $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$,$\omega=\dfrac{4\pi}{15}$
B. 直线 $x=1$ 是 $f(x)$的一条对称轴
C. $y=f(x-1)$是奇函数
D. 函数 $f(x)$在$[2,5]$上单调递减

11. 若函数 $y=f(x)$满足对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x)+f(2-x)=0$,且 $y=f(x)$为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x\in(-1,1)$时,$f(x)=4\sin\left(\dfrac{\pi}{6}x\right)$,则 $f(x)=\log_3 x$ 的零点个数为

A. 2　　B. 3
C. 4　　D. 5

12. 已知 $a=\dfrac{1}{e^2-e}$,$b=\ln 2$,$c=\dfrac{\ln\pi}{\pi^2-\pi}$,则下列结论中正确的是

A. $b>a>c$
B. $b>c>a$
C. $c>a>b$
D. $a>c>b$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13～21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22～23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分。

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-1\geq0\\ y\leq2x\\ 3x+2y-6\leq0\end{cases}$,则 $z=2x+3y$ 的最小值为________.

14. 曲线 $f(x)=x^3-3x+3$ 在点 $P(2,t)$处的切线方程为________.

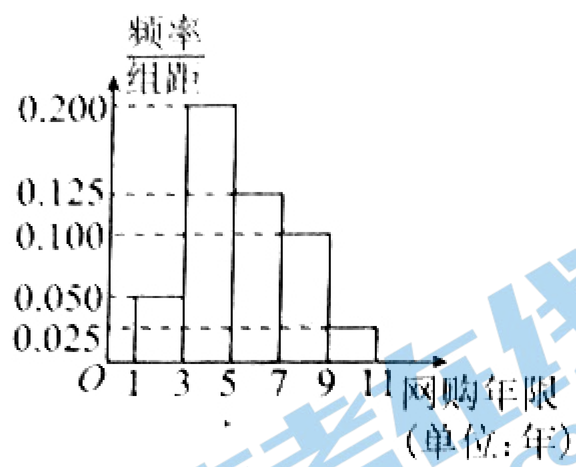
15. 两个正四棱锥底面边长均为 2,其中一个侧棱长为 $\sqrt{11}$,把它们底面重合拼成一个“棱形”,当该“棱形”六个顶点共球时,另一个正四棱锥的侧棱长为________.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $\Gamma:x^2=8y$ 的焦点为 F,过点 $F'(0,-2)$的直线 l 与抛物线 Γ 交于 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$两点(其中 $0<x_1<x_2$),连接 BF 并延长交抛物线 Γ 于点 C,记直线 l 的斜率为 k,直线 CF' 的斜率为 k',则 $k+k'=$________.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 12 分）

数据显示，2021 年双十一网络购物节中，全网交易额达到了 9 651.2 亿元．某地为了了解网购消费者的特点，从本地参与网购的消费者中随机抽取了 100 名进行调查，并将这 100 名消费者的网购年限，制成如下所示的频率分布直方图，将是否理性消费按性别分类形成 2×2 列联表．



	理性消费	非理性消费
男	35 a	b 5
女	45 c	d 15

(1) 若从本地网购消费者中任意抽取一名，利用频率分布直方图，试估计该消费者网购年限不超过 5 年的概率，并取每组数据中点的横坐标，估算本地网购消费者网购年限的平均数；

(2) 根据列联表，能否有 95% 的把握认为本地网购消费者理性消费与性别有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$．

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18.（本小题满分 12 分）

在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 A 为锐角，$a=3\sqrt{2}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知．求：

(1) 角 A；

(2) △ABC 的内切圆半径 r．

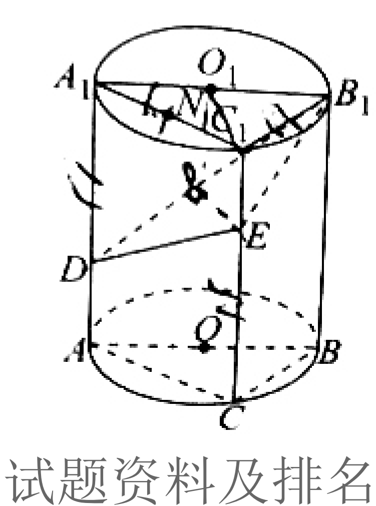
① $b\sin\dfrac{B+C}{2}=a\sin B$；　　② $b\tan A=(2c-b)\tan B$．

19.（本小题满分 12 分）

如图所示，已知圆柱 OO_1 内接直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，AB 过圆柱底面圆心 O，D、E 分别是棱 AA_1，CC_1 上的点，N 是 A_1C_1 的中点，$AD=C_1E=\dfrac{1}{3}AA_1=1$，$A_1C_1=B_1C_1$．

(1) 求证：平面 $DEB_1\perp$ 平面 A_1ABB_1；

(2) 若直线 B_1D 与平面 ABC 所成角为 45°，求 N 到平面 DEB_1 的距离．



20.(本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,$A_1(-2,0)$,$A_2(2,0)$,$F(1,0)$,$C(4,m)$,直线 A_1M,A_2M 相交于点 M,且它们的斜率之积是 $-\dfrac{3}{4}$.

(1)求点 M 的轨迹方程;

(2)记过 F 的直线 l 与 M 的轨迹交于 A,B 两点,试判断点 C 与以 AB 为直径的圆 E 的位置关系,并说明理由.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^x-(a+e)x^2+ax$.

(1)当 $a=-e$ 时,求 $f(x)$的单调区间;

(2)若 $f(x)$有三个不同的零点,求 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分。

22.(本小题满分 10 分)选修 4—4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=t^2 \\ y=mt^2 \end{cases}$($t$ 为参数,$m>0$). 以坐标原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta+3=0$.

(1)求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2)若曲线 C_1 与曲线 C_2 相交于 A,B 两点,当 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=1$ 时,求 m 的值.

23.(本小题满分 10 分)选修 4—5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-a|+|2x+b|$(其中 $a>0$,$b>0$).

(1)当 $a=b=1$ 时,求不等式 $f(x)<4$ 的解集;

(2)若 $\forall x\in\mathbf{R}$,不等式 $f(x)\geq 2a+b-3$ 成立,试求 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值.

2022届四省名校高三第二次大联考

文数参考答案及评分细则

一、选择题

1. C 【解析】∵ $\complement_U A=\{x|x\geqslant 3$ 或 $x\leqslant 0\}$，∴ $(\complement_U A)\cap B=\{-1,0,4\}$．故选 C．

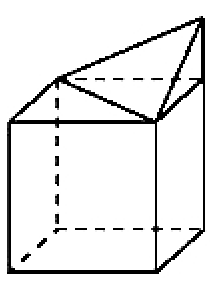
2. D 【解析】∵ $\bar{z}=\frac{1+7i}{i}=7-i$，∴ $z=7+i$，即虚部为 1．故选 D．

3. B 【解析】$a+b=(k+1,-1)$，∵ $(a-b)\parallel b$，∴ $2(k+1)+k=0$，∴ $k=-\frac{2}{3}$．故选 B．

4. D 【解析】由图直接可知 A、C 正确，又乙组中位数为 $\frac{77+81}{2}=79$，B 正确，$\bar{x}_{甲}=\bar{x}_{乙}=80$，D 错误．故选 D．

5. B 【解析】因为双曲线离心率 $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=2$，所以 $\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，又因为焦点在 y 轴上，所以渐近线方程为 $y=\pm\frac{a}{b}x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$．故选 B．

6. A 【解析】由三视图可知几何体的直观图如图：



该组合体由下部为棱长为 2 的正方体、上部为高为 1 的三棱锥组合而成，则 $V=2^3+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times1=\frac{26}{3}$．故选 A．

7. C 【解析】从第 5 项起记为新数列 $\{a_n\}$，则 $a_1=5$，$d=2$，∴ $a_n=2n+3$，∴ $106-10=\frac{n(5+2n+3)}{2}$，∴ $n^2+4n-96=0$，∴ $n=8$，∴ $a_7+a_8=17+19=36$．故选 C．

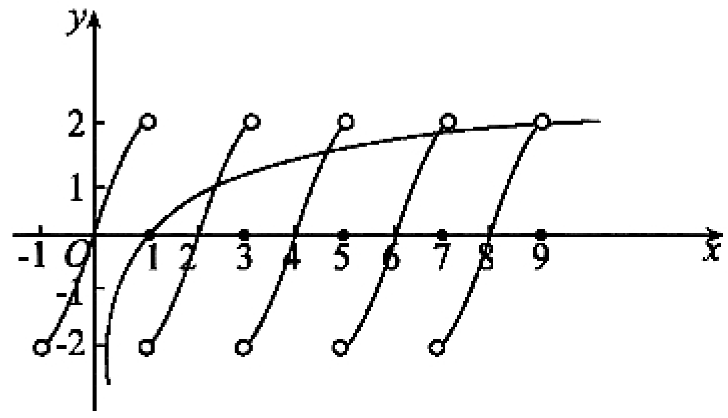
8. C 【解析】设豆子数为 x，由几何概型知，$\frac{\frac{15}{2}-\frac{\pi\cdot1^2}{2}}{\frac{15}{2}}=\frac{x}{1\,000}$，∴ $x=1\,000\left(1-\frac{\pi}{15}\right)\approx800$．故选 C．

9. C 【解析】由 $a_4a_5a_6=512$，可得 $a_4a_6=a_5^2=64$，解 $\begin{cases}a_4+a_6=20\\a_4a_6=64\end{cases}$，得 $\begin{cases}a_4=4\\a_6=16\end{cases}$，∴ $q=2$，$a_1=\frac{1}{2}$，从而 $a_na_{n+1}=2^{n-2}\cdot2^{n-1}=2^{2n-3}$，从而 $a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=\frac{\frac{1}{2}\times(1-4^n)}{1-4}=\frac{4^n-1}{6}$．故选 C．

10. B 【解析】由图可得 $A=2$，又 $2\sin\varphi=1$，∴ $\varphi=\frac{\pi}{6}$，又过点 $\left(\frac{5}{2},0\right)$，∴ $\sin\left(\omega\times\frac{5}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=0$，∴ $\omega\times\frac{5}{2}+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$，从而 $\omega=\left(2k\pi+\frac{5\pi}{6}\right)\times\frac{2}{5}=\frac{4k\pi}{5}+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，记 $f(x)$ 的周期为 T，则 $\frac{T}{4}<\frac{5}{2}<\frac{T}{2}$，即 $\frac{\pi}{2\omega}<\frac{5}{2}<\frac{\pi}{\omega}$，∴ $\frac{\pi}{5}<\omega<\frac{2\pi}{5}$，从而令 $k=0$，$\omega=\frac{\pi}{3}$，∴ $f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{6}\right)$．∵ $f(1)=2$，∴ 直线 $x=1$ 是对称轴；$y=f(x-1)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x-\frac{\pi}{6}\right)$，不是奇函数；当 $x\in[2,5]$，得 $\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{5\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\right]$，$f(x)$ 先减后增，故 ACD 错误，B 正确．故选 B．

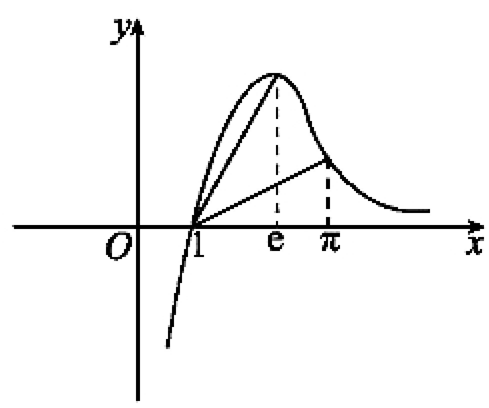
11. C 【解析】∵ $f(x)=-f(2-x)$，$f(x)=-f(-x)$，∴ $f(2-x)=f(-x)$，∴ $T=2$，当 $x\in(-1,1)$ 时，$f(x)$ 单增，令 $x=1$，∴ $f(1)+f(1)=0$，即 $f(1)=$

0，如图，



可知零点个数为 4 个. 故选 C.

12. A 【解析】由 $\ln 2>\ln\sqrt{e}=\frac{1}{2}>\frac{1}{e^2-e}>b>a$，$a=\frac{1}{e^2-e}=\frac{\ln e}{e^2-e}=\frac{\frac{\ln e}{e}-0}{e-1}$，$c=\frac{\ln\pi}{\pi^2-\pi}=\frac{\frac{\ln\pi}{\pi}-0}{\pi-1}$，则 a，c 可看作 $\left(e,\frac{\ln e}{e}\right)$ 和 $\left(\pi,\frac{\ln\pi}{\pi}\right)$ 到点 $(1,0)$ 的斜率. 构造 $y=\frac{\ln x}{x}\Rightarrow y'=\frac{1-\ln x}{x^2}$，则 $y=\frac{\ln x}{x}$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，且过 $(1,0)$ 点，如图：

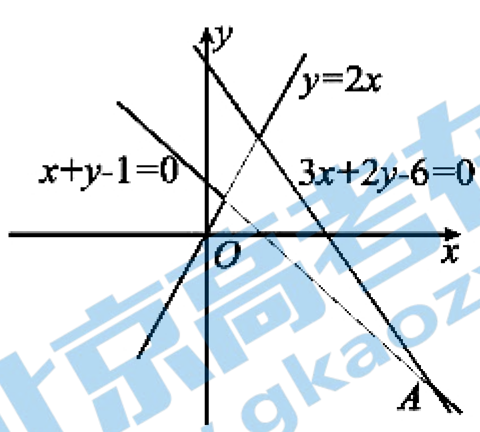


可知 $\frac{\frac{\ln e}{e}-0}{e-1}>\frac{\frac{\ln\pi}{\pi}-0}{\pi-1}$，$\therefore a>c$. 由此可得 $b>a>c$.

故选 A.

二、填空题

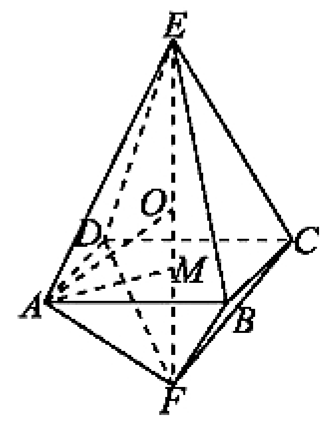
13. -1 【解析】作出约束条件表示的可行域如图：



当 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$ 过 $A(4,-3)$ 时，得 $z_{\min}=-1$.

14. $9x-y-13=0$ 【解析】$f'(x)=3x^2-3$，$\therefore f'(2)=9$，又 $t=f(2)=5$，$\therefore$ 切线方程为 $9x-y-13=0$.

15. $\frac{\sqrt{22}}{3}$ 【解析】如图，易知球心 O 在 EF 上，设外接球半径为 r，$AM=\sqrt{2}$，$EM=\sqrt{EA^2-AM^2}=3$，$OM=3-r$. 在 $Rt\triangle OAM$ 中，$r^2=(\sqrt{2})^2+(3-r)^2$，$\therefore r=\frac{11}{6}$，$\therefore OM=\frac{7}{6}$，$MF=OF-OM=r-\frac{7}{6}=\frac{2}{3}$，$FA=\sqrt{MF^2+MA^2}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2+(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{22}}{3}$.



16. 0 【解析】设 $C(x_3,y_3)$，由题意知直线 l 的斜率存在，设直线 $l:y=kx-2$，与 $x^2=8y$ 联立，得 $x^2-8kx+16=0$，所以 $x_1\cdot x_2=16$，同理可得 $x_2\cdot x_3=-16$. 故 $x_1=-x_3$，又因为 A，C 都在抛物线上，所以由对称性知 $k+k'=0$.

三、解答题

17. 解：(1) 网购年限不超过 5 年的概率为 $0.05\times2+0.2\times2=0.5$. (3 分)

本地网购消费者网购年限的平均数为

$0.05\times2\times2+0.2\times2\times4+0.125\times2\times6+0.1\times2\times8+0.025\times2\times10=5.4$(年). (6 分)

(2) 因为 $K^2=\frac{100\times(35\times15-45\times5)^2}{40\times60\times80\times20}\approx2.344<3.841$， (10 分)

所以没有 95% 的把握认为本地网购消费者理性消费与性别有关. (12 分)

18. 解：(1) 若选条件①.

由正弦定理得，$\sin B\sin\frac{\pi-A}{2}=\sin A\sin B$. (2 分)

$\therefore \cos\frac{A}{2}=2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$,　　(3分)

又 $\cos\frac{A}{2}\neq 0$, $\therefore \sin\frac{A}{2}=\frac{1}{2}$.

$\because A$ 为锐角, $\therefore A=\frac{\pi}{3}$.　　(5分)

若选条件②.

由 $b\tan A=(2c-b)\tan B$,

得 $\sin B\frac{\sin A}{\cos A}=(2\sin C-\sin B)\frac{\sin B}{\cos B}$,　　(2分)

$\therefore \sin A\cos B=2\sin C\cos A-\sin B\cos A$,

$\therefore \sin(A+B)=2\sin C\cos A$,　　(4分)

$\therefore \cos A=\frac{1}{2}$, $\therefore A=\frac{\pi}{3}$.　　(5分)

(2)由 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=cb\cos A=3$,得 $bc=6$.　　(6分)

在△ABC 中,由余弦定理得, $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,

$\therefore 18=(b+c)^2-3bc$, $\therefore (b+c)^2=36$,

$\therefore b+c=6$.　　(8分)

又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}(a+b+c)r$,　　(10分)

$\therefore r=\frac{bc\sin A}{a+b+c}=\frac{6\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{3\sqrt{2}+6}=\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{2})}{2}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}$.　　(12分)

19. **解:**(1)连接 O_1O 交 DB_1 于 F,连接 EF, O_1C_1,则 $O_1F\parallel A_1D$.

$\because O_1F=\frac{1}{2}A_1D=DA=C_1E$, $\therefore O_1F\underline{\parallel}C_1E$.

$\therefore$ 四边形 O_1C_1EF 是平行四边形, $\therefore O_1C_1\parallel EF$.　　(3分)

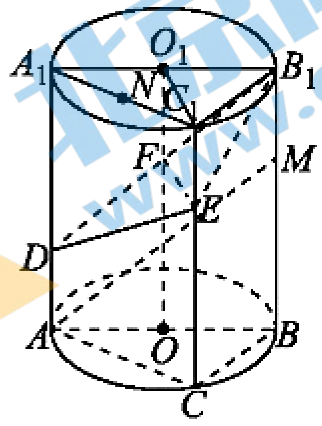
$\because A_1C_1=B_1C_1$, $\therefore O_1C_1\perp A_1B_1$.

又平面 $A_1B_1C_1\perp$ 平面 A_1B_1BA,交线为 A_1B_1,

$\therefore O_1C_1\perp$ 平面 A_1B_1BA, $\therefore EF\perp$ 平面 A_1B_1BA.

又 $EF\subset$ 平面 DEB_1,

$\therefore$ 平面 $DEB_1\perp$ 平面 A_1ABB_1.　　(6分)



(2)取 B_1B 上一点 M,使 $B_1M=DA$,连接 AM,则 $B_1D\parallel AM$.

又 $MB\perp$ 平面 ABC,

$\therefore B_1D$ 与平面 ABC 所成角为 $\angle MAB$,

$\therefore \angle MAB=45^\circ$.　　(8分)

$\therefore AB=BM=\frac{2}{3}BB_1=2$,

$\therefore B_1D=AM=2\sqrt{2}$, △$A_1B_1C_1$ 是等腰直角三角形,

$EF=O_1C_1=1$,

$S_{\triangle DEB_1}=\frac{1}{2}B_1D\cdot EF=\sqrt{2}$,　　(9分)

$S_{\triangle DNE}=S_{A_1C_1ED}-S_{\triangle A_1DN}-S_{\triangle NC_1E}=\frac{1}{2}\times(2+1)\times\sqrt{2}-\frac{1}{2}\times 2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$.　　(10分)

设 N 到平面 DEB_1 距离为 d,

由 $V_{N-DEB_1}=V_{B_1-NDE}$,

得 $\frac{1}{3}\times\sqrt{2}d=\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{2}}{4}\times\sqrt{2}$,

$\therefore d=\frac{3\sqrt{2}}{4}$,

即点 N 到平面 DEB_1 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.　　(12分)

20. **解:**(1)设点 M 的坐标为 (x,y),其中 $x\neq\pm 2$,

则直线 A_1M 的斜率为 $k_{A_1M}=\frac{y}{x+2}$,直线 A_2M 的斜率为 $k_{A_2M}=\frac{y}{x-2}$.　　(2分)

由已知有$\frac{y}{x+2}\cdot\frac{y}{x-2}=-\frac{3}{4}$，

化简得点 M 的轨迹方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1(x\neq\pm2)$.

（4 分）

(2)点 C 在⊙E 外.（5 分）

由题知，直线 l 的斜率不为 0，故可设 $l:x=ty+1$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.（6 分）

联立$\begin{cases}x=ty+1\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1(x\neq\pm2)\end{cases}$，得$(3t^2+4)y^2+6ty-9=0$，

由韦达定理知$\begin{cases}y_1+y_2=\frac{-6t}{3t^2+4}\\ y_1y_2=\frac{-9}{3t^2+4}\end{cases}$，（8 分）

又$\begin{cases}\overrightarrow{CA}=(x_1-4,y_1-m)=(ty_1-3,y_1-m)\\ \overrightarrow{CB}=(x_2-4,y_2-m)=(ty_2-3,y_2-m)\end{cases}$，

则有$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=(ty_1-3)(ty_2-3)+(y_1-m)(y_2-m)$（9 分）

$=(t^2+1)y_1y_2-(3t+m)(y_1+y_2)+9+m^2$

$=\frac{(6t+2m)^2+3(mt-3)^2}{3t^2+4}$，（10 分）

其中$\begin{cases}6t+2m=0\\ mt-3=0\end{cases}$无解，

则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}>0$，故$\angle ACB\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$，即点 C 在以 AB 为直径的⊙E 外.（12 分）

21. **解**：(1)当 $a=-e$ 时，$f(x)=e^x-ex$，

∴$f'(x)=e^x-e$.（1 分）

当 $x<1$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>1$ 时，$f'(x)>0$，

∴$f(x)$在$(-\infty,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增.（4 分）

(2)由 $f(x)=e^x-(a+e)x^2+ax$ 有三个不同的零点，

∴$e^x-(a+e)x^2+ax=0$ 有三个不同的根，

又 $x=0$ 不是方程的根，

∴$\frac{e^x}{x}=(a+e)x-a$ 有三个不同的根.（6 分）

令 $g(x)=\frac{e^x}{x}$，$h(x)=(a+e)x-a$，

即 $y=g(x)$与 $y=h(x)$有三个不同的交点.

由 $g'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$，

∴$g(x)$在$(-\infty,0)$和$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，（8 分）

且当 $x<0$ 时，$g(x)\in(-\infty,0)$，当 $x>0$ 时，$g(x)>0$，

且 $g(x)$的极小值为 $g(1)=e$.（10 分）

又 $y=h(x)$为过点$(1,e)$的直线，斜率为 $a+e$，

由 $y=h(x)$与 $y=g(x)$有三个不同的交点，且 $g'(1)=0$，

∴$y=h(x)$直线的斜率 $a+e>0$，∴$a>-e$，

即 a 的取值范围为$(-e,+\infty)$.（12 分）

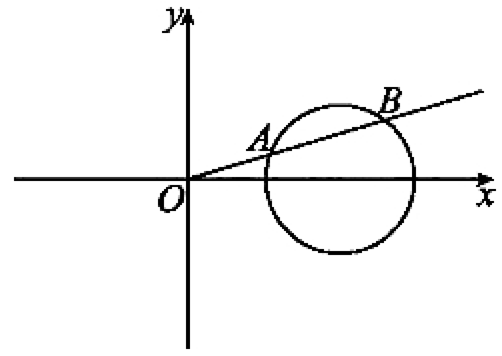
22. **解**：(1)由$\begin{cases}x=t^2\\ y=mt^2\end{cases}$($t$ 为参数，$m>0$)消去参数 t，得 $y=mx(x\geqslant0)$，（2 分）

由 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，$\rho^2=x^2+y^2$ 及 $\rho^2-4\rho\cos\theta+3=0$，

得 $x^2+y^2-4x+3=0$，

故曲线 C_1 的普通方程为 $y=mx(x\geqslant0,m>0)$，曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-4x+3=0$.（4 分）

(2)由(1)知，曲线 C_1 为过原点的射线，曲线 C_2 为以$(2,0)$为圆心，1 为半径的圆，



在极坐标系下，可设 $A(\rho_1,\theta)$，$B(\rho_2,\theta)$，

则 ρ_1，ρ_2 为关于 ρ 的方程 $\rho^2-4\rho\cos\theta+3=0$ 的两根，

$$\therefore\begin{cases}\rho_1+\rho_2=4\cos\theta\\ \rho_1\cdot\rho_2=3\\ (4\cos\theta)^2-12>0\end{cases}$$

故 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{AB}|=\rho_1\cdot(\rho_2-\rho_1)=\rho_1\cdot\rho_2-\rho_1^2$，　　(6 分)

则 $3-\rho_1^2=1$，故 $\rho_1=\sqrt{2}$，$\rho_2=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

由 $\rho_1+\rho_2=4\cos\theta$，得 $\cos\theta=\frac{5\sqrt{2}}{8}$，

又 $m>0$，故 $\sin\theta=\frac{\sqrt{14}}{8}$.　　(8 分)

故 $m=\frac{y}{x}=\tan\theta=\frac{\frac{\sqrt{14}}{8}}{\frac{5\sqrt{2}}{8}}=\frac{\sqrt{7}}{5}$.　　(10 分)

23. **解**：(1) 当 $a=b=1$ 时，$f(x)=|x-1|+|2x+1|$，

$f(x)<4\Leftrightarrow|x-1|+|2x+1|<4$，

等价于不等式组 $\begin{cases}x<-\frac{1}{2}\\ 1-x-(2x+1)<4\end{cases}$

或 $\begin{cases}-\frac{1}{2}\leqslant x<1\\ 1-x+(2x+1)<4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\geqslant1\\ x-1+2x+1<4\end{cases}$，

(2 分)

解得 $-\frac{4}{3}<x<-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}\leqslant x<1$ 或 $1\leqslant x<\frac{4}{3}$，

所以原不等式的解集为 $\left\{x\middle|-\frac{4}{3}<x<\frac{4}{3}\right\}$.　(4 分)

(2) 由 $a>0$，$b>0$ 可得 $a>0>-\frac{b}{2}$，

所以 $f(x)=|x-a|+|2x+b|$

$$=\begin{cases}-3x-a-b\left(x<-\frac{b}{2}\right)\\ x+a+b\left(-\frac{b}{2}\leqslant x<a\right)\\ 3x-a+b(x\geqslant a)\end{cases}$$，

故 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,-\frac{b}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(-\frac{b}{2},a\right)$ 上单调递增，在 $(a,+\infty)$ 上单调递增，

故 $f(x)_{\min}=f\left(-\frac{b}{2}\right)=a+\frac{b}{2}$.　　(6 分)

要满足题的条件，则有 $f(x)_{\min}=a+\frac{b}{2}\geqslant2a+b-3$，即 $a+\frac{b}{2}\leqslant3(a>0,b>0)$，　　(8 分)

所以 $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{3}\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)\times3\geqslant\frac{1}{3}\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)\left(a+\frac{b}{2}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{5}{2}+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)\geqslant\frac{1}{3}\left(\frac{5}{2}+2\right)=\frac{3}{2}$，

当且仅当 $a=b=2$ 时取等号，

故 $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为 $\frac{3}{2}$.　　(10 分)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索"K12 教育+互联网+大数据"的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供"衔接和桥梁纽带"作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。