文科数学

（考试时间 120 分钟　总分：150 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将答题卡交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1．已知集合 $U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，$A=\{-2,-1,0,1\}$，$B=\{0,1,2\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$

A. $\{-2,-1\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{0,3\}$　　D. $\{-2,-1,3\}$

2．已知 i 为虚数单位，且 $(1-i)z=i^3$，则复数 z 的虚部为

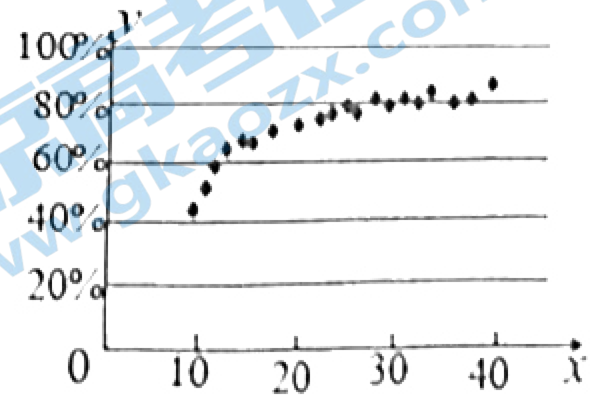
A. $-\frac{1}{2}i$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}i$

3．命题 P："$\exists x_0>0$，$\sin x_0<x_0$"，则 $\neg p$ 为

A. $\exists x_0\le 0$，$\sin x_0>x_0$　　B. $\forall x\le 0$，$\sin x\ge x$

C. $\exists x_0>0$，$\sin x_0\ge x_0$　　D. $\forall x>0$，$\sin x\ge x$

4．某校课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x（单位：°C）的关系，由实验数据得到右面的散点图．由此散点图，最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是



A. $y=a+bx$　　B. $y=a+b\ln x$

C. $y=a+be^x$　　D. $y=a+bx^2$

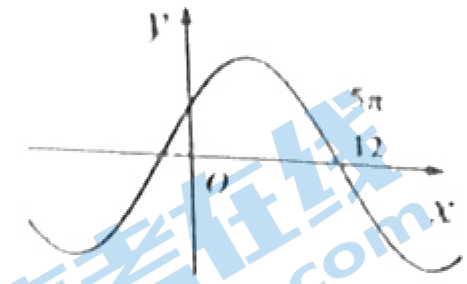
5．牛顿曾经提出了常温环境下的温度冷却模型：$t=-\frac{1}{k}\ln\frac{\theta-\theta_0}{\theta_1-\theta_0}$（$t$ 为时间，单位分钟，θ_0 为环境温度，θ_1 为物体初始温度，θ 为冷却后温度），假设一杯开水温度 $\theta_1=100°C$，环境温度 $\theta_0=20°C$，常数 $k=0.2$，大约经过多少分钟水温降为 $40°C$？（结果保留整数，参考数据：$\ln 2\approx 0.7$）

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

6．五声音阶是中国古乐的基本音阶,故有成语"五音不全"，中国古乐中的五声音阶依次为：宫、商、角、徵、羽．如果从这五个音阶中任取两个音阶，排成一个两个音阶的音序，则这个音序中不含宫和羽的概率为

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{7}{10}$　　C. $\frac{9}{20}$　　D. $\frac{11}{20}$

7. 函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$ 的图象如右图，下列说法正确的是



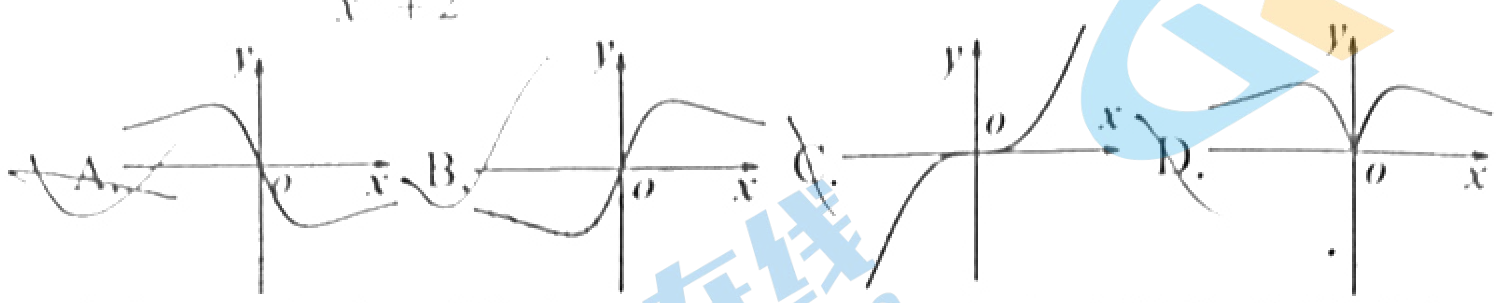
A. $f(x)$ 的周期为 2π

B. $f(x)$ 的图象关于 $(\frac{\pi}{6},0)$ 对称

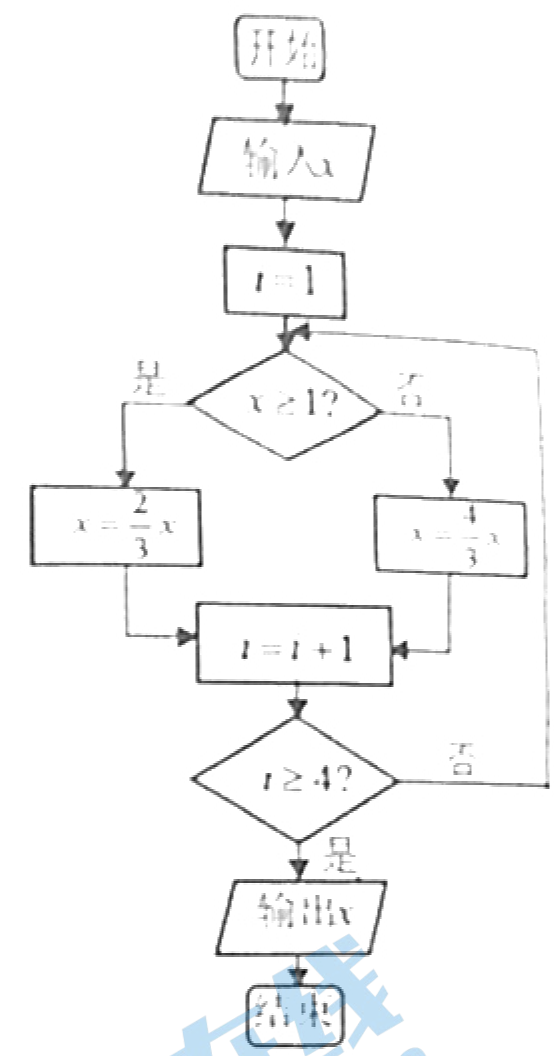
C. $f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称

D. 将 $f(x)$ 图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到 $y=2\sin 2x$ 的图象

8. 函数 $f(x)=\frac{2x}{x^2+2}$ 的部分图象大致为



9. 相传黄帝在制定乐律时，用"三分损益"的方法得到不同的竹管，吹出不同的音调."三分损益"包含"三分损一"和"三分益一"，用现代数学的方法解释如下，"三分损一"是在原来的长度上减去三分之一，即变为原来的三分之二；"三分益一"是在原来的长度上增加三分之一，即变为原来的三分之四. 右图的程序框图算法思路源于"三分损益"，执行该程序框图，若输入 $x=2$，则输出 x 的值为

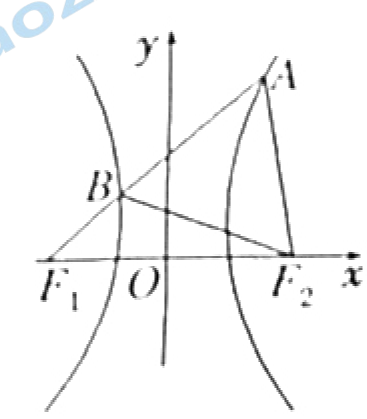


A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{8}{9}$　　C. $\frac{16}{27}$　　D. $\frac{32}{27}$

10. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的各个顶点都在球 O 的表面上，$AD\perp$ 平面 BCD，$BD\perp CD$，$BD=3$，$CD=3\sqrt{3}$，$AD=2$，则球 O 的表面积为

A. 160π　　B. 40π　　C. 10π　　D. $\sqrt{10}\pi$

11. 如图，F_1，F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，过 F_1 的直线 l 与双曲线分别交于 A，B 两点，若 $|AB|=2|F_1B|$，且 $|AF_2|=|BF_2|$，则双曲线的离心率为



A. $\sqrt{7}$　　B. 4　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

12. 已知 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，满足 $f(x+1)=f(x-2)$，下列说法：① $y=f(x)$ 的图象关于 $(\frac{3}{2},0)$ 对称；② $y=f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{3}{2}$ 对称；③ $y=f(x)$ 在 $[0,6]$ 内至少有 5 个零点；④若 $y=f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，则它在 $[2021,2022]$ 上也是单调递增.其中正确的是

A.①④　　B.②③　　C.②③④　　D.①③④

二、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 函数 $y=\sin x+x$ 在 $x=0$ 处的切线方程为________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,x)$，向量 $\boldsymbol{b}=(-1,x)$，若 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直，则 $|\boldsymbol{a}|=$________.

15. 平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(4,-3)$ 是 α 终边上的一点，则 $\cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})=$________.

16. 若点 M 是直线 $l:y=-2$ 上的动点，过点 M 作抛物线 $C:y=\frac{1}{4}x^2$ 的两条切线，切点分别为 A，B，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$__________.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17—21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

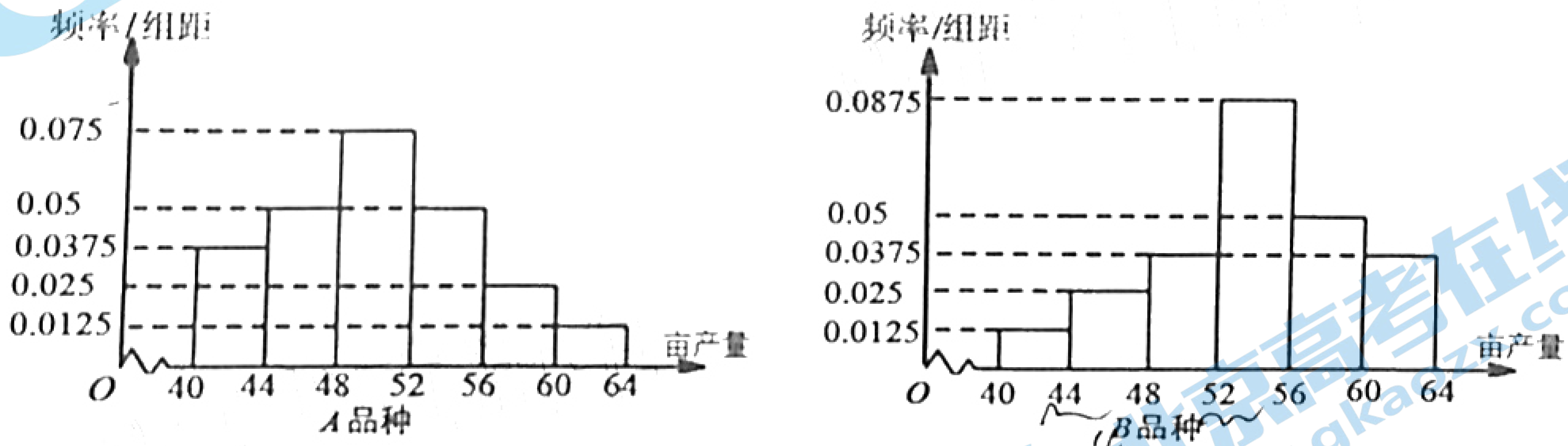
设 $\{a_n\}$ 是等比数列，且 $a_1=e$，$\ln a_2+\ln a_3=8$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）记 S_n 是数列 $\{\ln a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_m+S_{m+2}=S_{m+4}$，求 m.

18.（12 分）

某贫困县在政府“精准扶贫”的政策指引下，充分利用自身资源，大力发展茶叶种植.该县农科所为了对比 A，B 两种不同品种茶叶的产量，在试验田上分别种植了 A，B 两种茶叶各 20 亩，所得亩产数据（单位:千克）都在 $[40,64]$ 内，根据亩产数据得到频率分布直方图如下:



（1）从 B 种茶叶亩产量数据在 $[44,52)$ 内任意抽取 2 个数据，求抽取的 2 个数据都在 $[48,52)$ 内的概率；

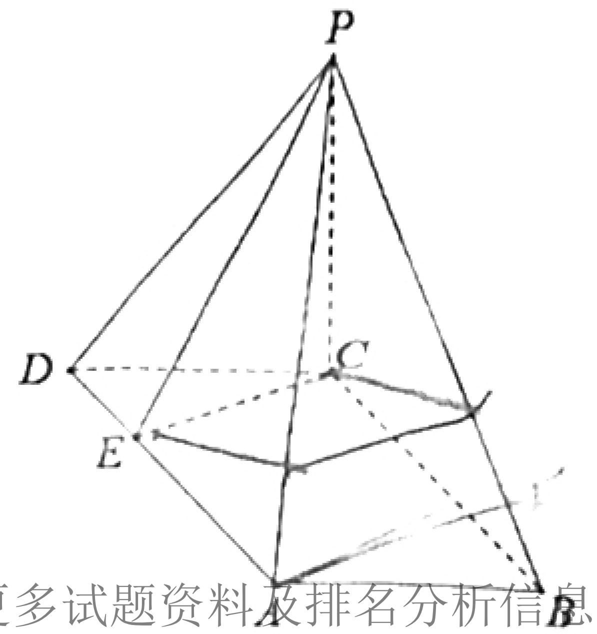
（2）根据频率分布直方图，用平均亩产来判断应选择种植 A 种还是 B 种茶叶，并说明理由.

19.（12 分）

已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为平行四边形，平面 $PBC\perp$ 平面 $ABCD$，点 E 在 AD 上，$AD\perp$ 平面 PEC.

（1）求证：$PC\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若 $AE=2ED$，在线段 PB 上是否存在一点 F，使得 $AF//$ 平面 PEC，请说明理由.



20.（12 分）

已知F_1，F_2分别为椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点，焦距为2，过$F_2$作斜率存在且不为零的直线$l$交$C$于$A$，$B$两点，且$\Delta F_1AB$的周长为8.

（1）求椭圆C的方程；

（2）已知弦AB的垂直平分线m交x轴于点P，求证：$|AB|=4|PF_2|$.

21.（12 分）

已知函数$f(x)=x^3-\frac{3}{2}(a+1)x^2+1(a\in R)$.

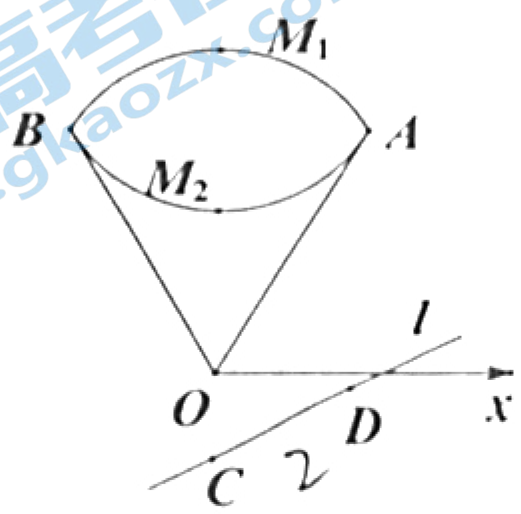
（1）求函数$f(x)$的单调区间；

（2）若$-1<a<2$，当x_1，$x_2\in[0,\ 1]$时，设$h(a)=|f(x_1)-f(x_2)|_{max}$，求$h(a)$的取值范围.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.（10 分）[选修 4-4：坐标系与参数方程]

如图，在极坐标系Ox中，$A(2\sqrt{3},\frac{\pi}{3})$，$B(2\sqrt{3},\frac{2\pi}{3})$，弧$\overset{\frown}{AM_1B}$和$\overset{\frown}{AM_2B}$所在圆的圆心分别是$(2,\frac{\pi}{2})$，$(4,\frac{\pi}{2})$，曲线$C_1$是弧$\overset{\frown}{AM_1B}$，曲线$C_2$是弧$\overset{\frown}{AM_2B}$.



（1）分别求出曲线C_1，C_2的极坐标方程；

（2）已知点P是曲线C_1，C_2上的动点，直线$l:\rho(\cos\theta-2\sin\theta)=2$，$C$，$D$是直线$l$上的两点，且$|CD|=2$，求$\Delta PCD$面积的最大值.

23.（10 分）[选修 4-5：不等式选讲]

已知函数$f(x)=|2x+1|+|x-2|$.

（1）解不等式$f(x)\geq 3$；

（2）记函数$f(x)$的最小值为m.若a,b,c均为正实数，且$a+b+2c=2m$，若$(a-1)^2+(b-1)^2+(c-t)^2\geq\frac{1}{24}$成立，证明：$t\geq\frac{7}{4}$或$t\leq\frac{5}{4}$.

宜宾市高 2018 级高三第三次诊断考试

文科数学参考答案

一．选择题：ABDBCA CBDBAD

二．填空题：13. $y=2x$　　14. 2　　15. $\frac{7+24\sqrt{3}}{50}$　　16. -4

三．解答题

17.解:（1）设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，根据题意可得$a_2a_3=e^8$，

即$a_1^2q^3=e^2q^3=e^8$，解得$q=e^2$，从而$a_n=a_1q^{n-1}=e^{2n-1}$．　------------（6 分）

（2）根据题意可得$\ln a_n=\ln e^{2n-1}=2n-1$，从而

$$S_n=\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_n=1+3+\cdots+2n-1=\frac{(1+2n-1)n}{2}=n^2$$

由$S_m+S_{m+2}=S_{m+4}$可得：$m^2+(m+2)^2=(m+4)^2$，解得$m=6$．　----------（12 分）

18.解:（1）B 种茶叶亩产量在$[44,52)$内有 5 个数据，其中$[44,48)$内的数据有 2 个，设为

A_1,A_2；$[48,52)$内有 3 个，设为B_1,B_2,B_3，

任意选取 2 个数据有：$(A_1,A_2),(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),$

$(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_2,B_3)$，共 10 种.

其中 2 个数据都在$[48,52)$内的有：$(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_2,B_3)$，共 3 种.

所以亩产量的 2 个数据都在$[48,52)$内的概率$P=\frac{3}{10}$．　--------------------（6 分）

（2）根据以上频率分布直方图，

茶叶A的平均亩产为$42\times0.15+46\times0.2+50\times0.3+54\times0.2+58\times0.1+62\times0.05=50.2$，

茶叶B的平均亩产为$42\times0.05+46\times0.1+50\times0.15+54\times0.35+58\times0.2+62\times0.15=54$，

因为$54>50.2$，故选茶叶B种植.　--------------------（12 分）

19.解:（1）$\because ABCD$为平行四边形，　$\therefore AD // BC$

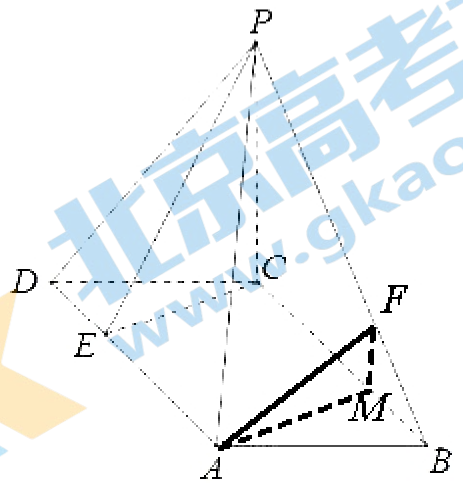
$\because AD\perp$平面PEC，$\therefore BC\perp$平面PEC　又$PC\subset$平面PEC

所以$BC\perp PC$

又$\because$平面$PBC\perp$平面$ABCD$，平面$PBC\cap$平面$ABCD=BC$

$\therefore PC \perp$ 平面 $ABCD$ ------------------------(6 分)

（2）在 BC 上取点 M，使 $CM = 2MB$，过 M 点作 $MF // CP$，



连接 AF，

由 $CM = 2MB$，$MF // CP$，得 $PF = 2FB$，

即 F 点为 PB 的三等分点靠近 B 点，

因为 $AE = 2DE$，$CM = 2MB$，所以 $AM // EC$，

又 $MF // CP$，故有平面 $AMF //$ 平面 PEC，

所以 $AF //$ 平面 PEC． ------------------(12 分)

20.解:（1）由题意得：$4a = 8$，$2c = 2$，$\therefore a = 2$，$c = 1$，$b = \sqrt{3}$

$\therefore$ 椭圆 C 的方程 $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$． --------------------(5 分)

（2）设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，设 AB 的直线方程 为 $x = my + 1$，代入 $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$

得：$(3m^2 + 4)y^2 + 6my - 9 = 0$，

$\because \Delta = 36m^2 + 36(3m^2 + 4) = 144(m^2 + 1) > 0$

$y_1 + y_2 = -\dfrac{6m}{3m^2 + 4}$，$y_1 y_2 = -\dfrac{9}{3m^2 + 4}$，

$|AB| = \sqrt{1 + m^2}\dfrac{12\sqrt{1 + m^2}}{3m^2 + 4} = \dfrac{12(1 + m^2)}{3m^2 + 4}$.

$\because x_1 + x_2 = -\dfrac{6m^2}{3m^2 + 4} + 2 = \dfrac{8}{3m^2 + 4}$ 所以 AB 的中点为$\left(\dfrac{4}{3m^2 + 4}, -\dfrac{3m}{3m^2 + 4}\right)$

$\therefore$ 弦 AB 的垂直平分线 m 为：$y = -mx + \dfrac{m}{3m^2 + 4}$，$\therefore P\left(\dfrac{1}{3m^2 + 4}, 0\right)$

$|PF_2| = 1 - \dfrac{1}{3m^2 + 4} = \dfrac{3(m^2 + 1)}{3m^2 + 4}$，所以 $|AB| = 4|PF_2|$. ------------------（12 分）

21.解:（1）由 $f'(x) = 3x^2 - 3(a + 1)x = 3x[x - (a + 1)]$ 得：

①当 $a + 1 < 0$，即 $a < -1$ 时，若 $x < a + 1$ 或 $x > 0$，$f'(x) > 0$；若 $a + 1 < x < 0$，$f'(x) < 0$.

所以 $f(x)$ 单调递增区间是 $(-\infty, a + 1)$ 和 $(0, +\infty)$；单调递减区间是 $(a + 1, 0)$.

②当 $a + 1 = 0$ 即 $a = -1$ 时，$f'(x) > 0$ 恒成立，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增.

③当 $a + 1 > 0$，即 $a > -1$ 时，若 $0 < x < a + 1$，则 $f'(x) < 0$，若 $x < 0$ 或 $x > a + 1$ 则 $f'(x) > 0$，

所以 $f(x)$ 增区间是 $(-\infty, 0)$ 和 $(a + 1, +\infty)$，减区间是 $[0, a + 1]$. -------------（5 分）

（2）由（1）知 $-1 < a < 2$ 时，$f(x)$ 在 $[0, a + 1]$ 上递减，在 $(a + 1, +\infty)$ 上递增.

由 $f(x) = f(0)$ 解得 $x = 0$ 或 $x = \dfrac{3(a + 1)}{2}$

①若 $a+1\ge 1$，即 $0\le a<2$ 时，则 $f(x)$ 在 $[0,\ 1]$ 上递减，$h(a)=f(0)-f(1)=\dfrac{3a+1}{2}\in\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{7}{2}\right)$；

②若 $a+1<1\le\dfrac{3(a+1)}{2}$，即 $-\dfrac{1}{3}\le a<0$ 时，则 $f(x)$ 在 $[0,\ a+1]$ 上递减，在 $(a+1,\ 1]$ 上递增，

且 $f(0)\ge f(1)$，则 $h(a)=f(0)-f(a+1)=\dfrac{(a+1)^3}{2}\in\left[\dfrac{4}{27},\dfrac{1}{2}\right)$；

③若 $0<\dfrac{3(a+1)}{2}<1$ 即 $-1<a<-\dfrac{1}{3}$ 时，则 $f(x)$ 在 $[0,\ a+1]$ 上递减，在 $(a+1,\ 1]$ 上递增，

且 $f(0)<f(1)$，则 $h(a)=f(1)-f(a+1)=\dfrac{(a+1)^3-3a-1}{2}$，

令 $h(a)=\dfrac{(a+1)^3-3a-1}{2}$，$h'(a)=\dfrac{3(a+1)^2}{2}=\dfrac{3a(a+2)}{2}<0$，$h(a)$ 在 $(-1,\ -\dfrac{1}{3})$ 上递减，

所以 $h(a)\in\left(\dfrac{4}{27},1\right)$.

综上所述，$h(a)\in\left[\dfrac{4}{27},\dfrac{7}{2}\right)$.　　　　------------------（12 分）

22.解:（1）由题意可知: $A(\sqrt{3},3)$, $B(-\sqrt{3},3)$ $O_1(0,2)$, $O_2(0,4)$, $r_1=|O_1A|=2$, $r_2=|O_2A|=2$,

M_1 的直角坐标方程为:：$x^2+(y-2)^2=4$ ($-\sqrt{3}\le x\le\sqrt{3}, 3\le y\le 4$)；

M_2 的直角坐标方程为：$x^2+(y-4)^2=4$ ($-\sqrt{3}\le x\le\sqrt{3}, 2\le y\le 3$)，

所以 M_1 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta(\dfrac{\pi}{3}\le\theta\le\dfrac{2\pi}{3})$；

M_2 的极坐标方程为 $\rho^2-8\rho\sin\theta+12=0(\dfrac{\pi}{3}\le\theta\le\dfrac{2\pi}{3}, 2\le\rho\le 2\sqrt{3})$.------------（5 分）

（如果两个极坐标方程的范围不正确，只扣 1 分）

（2）直线 l: $\rho(\cos\theta-2\sin\theta)=2$ 的普通方程为：$x-2y-2=0$，$\because S_{\Delta PCD}=\dfrac{1}{2}|CD|h=h$，

要使 ΔPCD 面积最大，只需点 P 到直线 l 的距离 h 最大即可.

由图可知当点 P 在曲线 M_1 上时，　h 才能取得最大值.

因为 $O_1(0,2)$ 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|-4-2|}{\sqrt{5}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$，$\therefore h_{\max}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}+2$.

$\therefore(S_{\Delta PCD})_{\max}=h=2+\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$.　故 ΔPCD 面积的最大值为 $2+\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$.　---------（10 分）

23.解：（1）$f(x)=\begin{cases}-3x+1, x\le -\dfrac{1}{2}\\ x+3, -\dfrac{1}{2}<x<2\\ 3x-1, x\ge 2\end{cases}$，

$\therefore \begin{cases}x\le -\dfrac{1}{2}\\ -3x+1\ge 3\end{cases} \Rightarrow x\le -\dfrac{2}{3}$ 或 $\begin{cases}-\dfrac{1}{2}<x<2\\ x+3\ge 3\end{cases} \Rightarrow 0\le x<2$ 或 $\begin{cases}x\ge 2\\ 3x-1\ge 3\end{cases} \Rightarrow x\ge 2$

$\therefore x\le -\dfrac{2}{3}$ 或 $x\ge 0$

故不等式的解集为：$(-\infty,-\dfrac{2}{3}]\cup[0,+\infty)$ ----------------------（5 分）

（2）由（1）可知：$f(x)$ 的最小值为 $m=\dfrac{5}{2}$，$\therefore a+b+2c=5$，又 a,b,c 均为正实数，

由柯西不等式可知

$[(a-1)^2+(b-1)^2+(c-t)^2](1^2+1^2+2^2)\ge[(a-1)\times 1+(b-1)\times 1+(c-t)\times 2]^2$

$=(a+b+2c-2-2t)^2=(5-2-2t)^2=(3-2t)^2$

$(a-1)^2+(b-1)^2+(c-t)^2\ge\dfrac{1}{24}$ 恒成立，$\therefore (3-2t)^2\ge\dfrac{1}{24}\times 6=\dfrac{1}{4}$

$\therefore 2t-3\ge\dfrac{1}{2}$ 或 $2t-3\le -\dfrac{1}{2}$

$\therefore t\ge\dfrac{7}{4}$ 或 $t\le\dfrac{5}{4}$. ----------------------（10 分）

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。