

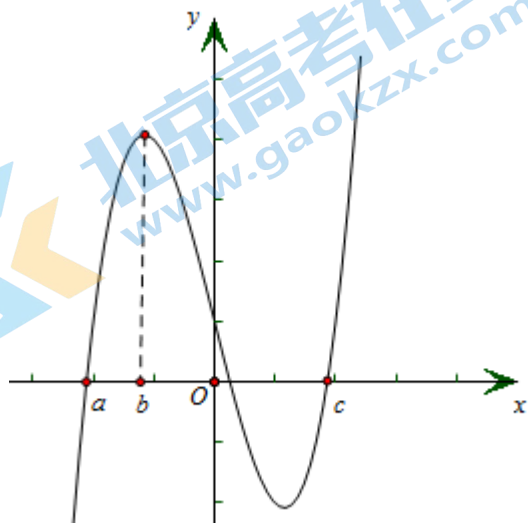
2023北京北师大二附中高二（下）期中

数 学

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

一、选择题（共 10 小题；共 40 分）

- 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列， $a_5 = 4$ ，则 $a_4 + a_6 =$ ()
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
- 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 在 $x = 1$ 处的瞬时变化率为 ()
A. $4a$ B. $2a + b$ C. b D. $4a + b$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 7n$ ，若 $3 < a_k < 5$ ，则 $k =$ ()
A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
- 已知函数 $y = f'(x)$ 的图象如图所示，那么下列结论正确的是 ()



- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| A. $f(a) = 0$ | B. $f'(x)$ 没有极大值 |
| C. $x = b$ 时， $f(x)$ 有极大值 | D. $x = c$ 时， $f(x)$ 有极小值 |
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 > 0$ ，则“ $a_1 < a_4$ ”是“ $a_3 < a_5$ ”的 ()
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
- 与正整数 n 有关的数学命题，如果当 $n = k (k \in \mathbb{N}, k \geq 1)$ 时该命题成立，则可推得当 $n = k + 1$ 时该命题成立。现得知 $n = 11$ 时命题不成立，那么可推得 ()
A. 当 $n = 10$ 时，该命题不成立 B. 当 $n = 12$ 时，该命题不成立
C. 当 $n = 10$ 时，该命题成立 D. 当 $n = 12$ 时，该命题成立
- 世界上最早在理论上计算出“十二平均律”的是我国明代杰出的律学家朱载堉，他当时称这种律制为“新法密率”。十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它前一个单音的频率的比都相等，且最后一个单音是第一个单音频率的 2 倍。已知第十个单音的频率 $f_{10} = 440 \text{ Hz}$ ，则与第四个单音的频率 f_4 最接近的是 ()
A. 880 Hz B. 622 Hz C. 311 Hz D. 220 Hz
- 若函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + x + 1$ 恰好有两个极值，则实数 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 3)$ B. $(-\infty, 3]$

C. $(-\infty, 0) \cup (0, 3]$

D. $(-\infty, 0) \cup (0, 3)$

9. 若一个数列的第 m 项等于这个数列的前 m 项的乘积, 则称这个数列为“ m 积特征列”, 若各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 为“6 积特征列”, 且 $a_1 > 1$, 则当 $\{a_n\}$ 的前 n 项之积最大时, n 的最大值为 ()

A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

10. 设 $a = e$, $b = \frac{\pi}{\ln \pi}$, $c = \frac{3}{\ln 3}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

A. $a < c < b$ B. $b < c < a$ C. $c < b < a$ D. $c < a < b$

二、填空题 (共 5 小题; 共 25 分)

11. 已知 $f(x) = xe^x$, $f'(x_0) = 0$, 则 $x_0 =$ _____.

12. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为其前 n 项和, 若 $a_1 = 6$, $S_3 = 2a_1$, 则公差 $d =$ _____, S_n 的最大值为 _____.

13. 函数 $f(x) = ax^3 + x$ 在 $x \in (-\infty, +\infty)$ 内是递增函数, 则实数 a 的取值范围是 _____.

14. 已知函数 $f(x) = a(x-a)(x-b)^2$ ($a, b \in \mathbf{R}$) , 当 $x = b$ 时, $f(x)$ 有极小值. 写出符合上述要求的一组 a, b 的值为 $a =$ _____, $b =$ _____.

15. 项数为 k ($k \in \mathbf{N}^*, k \geq 2$) 的有限数列 $\{a_n\}$ 的各项均为不小于 -1 的整数, 满足 $a_1 \cdot 2^{k-1} + a_2 \cdot 2^{k-2} + a_3 \cdot 2^{k-3} + \cdots + a_{k-1} \cdot 2 + a_k = 0$, 其中 $a_1 \neq 0$. 给出下列四个结论:

①若 $k = 2$, 则 $a_2 = 2$; ②若 $k = 3$, 则满足条件的数列 $\{a_n\}$ 有 4 个;

③存在 $a_1 = 1$ 的数列 $\{a_n\}$; ④所有满足条件的数列 $\{a_n\}$ 中, 首项相同.

其中所有正确结论的序号是 _____.

三、解答题 (共 6 小题; 共 85 分)

16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项和 $S_4 = 5$, 且 $4a_1, \frac{3}{2}a_2, a_2$ 成等差数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $\{b_n\}$ 是首项为 2, 公差为 $-a_1$ 的等差数列, 其前 n 项和为 T_n , 求满足 $T_n > 0$ 的最大正整数 n .

17. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3ax - 1$ 在 $x = -1$ 处取得极值.

(1) 求实数 a 的值;

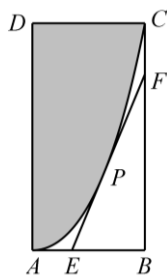
(2) 当 $x \in [-2, 1]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值.

18. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + cn$ (c 是不为零的常数, $n = 1, 2, 3, \cdots$), 且 a_1, a_2, a_3 成等比数列.

(1) 求 c 的值;

(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19. 如图，有一个长方形地块 $ABCD$ ，边 AB 为 2km， AD 为 4km。地块的一角是湿地（图中阴影部分），其边缘线 AC 是以直线 AD 为对称轴，以 A 为顶点的抛物线的一部分，现要铺设一条过边缘线 AC 上一点 P 的直线隔离带 EF ， E ， F 分别在边 AB ， BC 上（隔离带不能穿越湿地，且占地面积忽略不计）。设点 P 到边 AD 的距离为 t （单位：km）， $\triangle BEF$ 的面积为 S （单位： km^2 ）。



- (1) 求 S 关于 t 的函数解析式；
- (2) 是否存在点 P ，使隔离出来的 $\triangle BEF$ 的面积 S 超过 3km^2 ？并说明理由。

20. 已知函数 $f(x) = e^x - 1 - m \sin x$ ($m \in \mathbf{R}$) .

- (1) 当 $m = 1$ 时，
求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程；
- (2) 当 $m = 1$ 时，
求证： $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ， $f(x) > 0$.
- (3) 若 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上恰有一个极值点，求 m 的取值范围.

21. 设正整数集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{2022}\}$ ，且 $a_1 < a_2 < \dots < a_{2022}$. 若对于任意的 $p, q \in [1, 2022]$ ($p, q \in \mathbf{N}$)，当 $p + q \in A$ 时，都有 $a_p + a_q \in A$ ，则称集合 A 为“子列封闭集合”.

- (1) 若 $a_n = n$ ($1 \leq n \leq 2022, n \in \mathbf{N}$)，判断集合 A 是否为“子列封闭集合”，说明理由；
- (2) 若 $A \cap [2023, 4044] \neq \emptyset$ ，证明：集合 A 不是“子列封闭集合”；
- (3) 设 $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ 为数列 $\{a_n\}$ ，若 $a_{2022} = 4046$ ，且集合 A 为“子列封闭集合”，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯