丰台区 2018—2019 学年度第一学期期末练习

高 一 数 学

2019.01

考生须知	
	1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
	2. 本试卷共四页。共三大题，23个小题(共100分)。
	3. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4. 考试结束后，考生应将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

第一部分 （选择题 共 60 分）

一、选择题共 15 小题，每小题 4 分，共 60 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．已知集合 $A=\{x\,|\,x^2=1\}$，$B=\{-1,0,1\}$，则 $A\cap B=$

(A) $\{1\}$ (B) $\{-1\}$ (C) $\{-1,1\}$ (D) $\{-1,0,1\}$

2．已知点 P 在圆 O 上按顺时针方向每秒转 $\frac{\pi}{6}$ 弧度，2 秒钟后，OP 转过的角等于

(A) $-\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

3．已知 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，且 α 是第二象限角，则 $\tan\alpha=$

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $-\frac{3}{4}$

4．已知幂函数 $y=f(x)$ 的图象经过点 $(2,\frac{1}{4})$，则此幂函数的解析式为

(A) $f(x)=x^{-2}$ (B) $f(x)=x^2$ (C) $f(x)=2^x$ (D) $f(x)=2^{-x}$

5．已知函数：① $f(x)=x^2-4x$；② $f(x)=(\frac{1}{5})^x$；③ $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$；④ $f(x)=x^3$．其中在区间 $(0,+\infty)$ 上是增函数的为

(A) ① (B) ② (C) ③ (D) ④

6. $\lg 25+\lg 4+(\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}=$

(A) $\frac{7}{3}$　　(B) 5　　(C) $\frac{31}{3}$　　(D) 13

7. 要得到 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图象，只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图象

(A) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位　　(B) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

(C) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位　　(D) 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

8. 已知 $\sin\alpha=2\cos\alpha$，则 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=$

(A) -3　　(B) $-\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{3}$　　(D) 3

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于 x 轴对称，若 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，则 $\sin\beta=$

(A) $\frac{3}{5}$　　(B) $\frac{4}{5}$　　(C) $-\frac{3}{5}$　　(D) $-\frac{4}{5}$

10. 已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=1$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

11. 如果 x_0 是函数 $f(x)=e^x+x$ 的零点，且 $x_0\in(k,k+1)$ $(k\in\mathbf{Z})$，那么 k 的值是

(A) -2　　(B) -1　　(C) 0　　(D) 1

12. 已知 O，A，B 是平面内的三个点，直线 AB 上有一点 C，满足 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$，则 $\overrightarrow{OC}=$

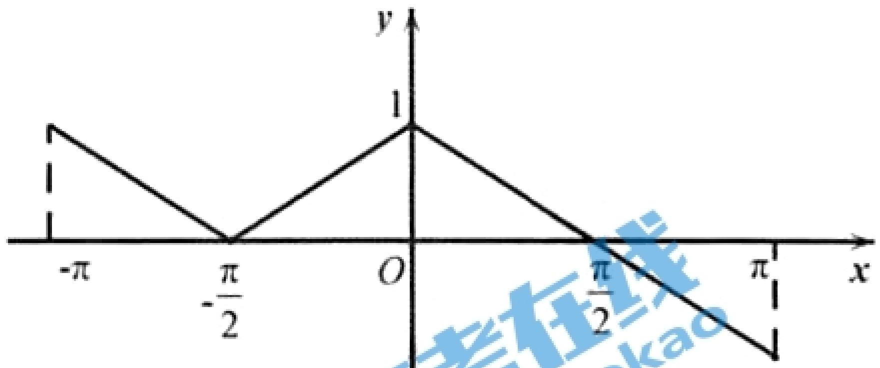
(A) $2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$　　(B) $-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$

(C) $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$　　(D) $-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$

13．函数 $y=f(x)$ $(x\in[-\pi,\pi])$ 的图象如图所示，那么不等式 $f(x)\cdot\cos x\geq 0$ 的解集为

(A) $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$　　(B) $[-\pi,-\frac{\pi}{2}]\cup[0,\frac{\pi}{2}]$

(C) $[-\frac{\pi}{2},\pi]$　　(D) $\{-\frac{\pi}{2}\}\cup[0,\frac{\pi}{2}]$



14．在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 的终边与单位圆交于点 P（P 不在坐标轴上），过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 M，则△POM 面积的最大值为

(A) $\frac{1}{8}$　　(B) $\frac{1}{5}$　　(C) $\frac{1}{4}$　　(D) $\frac{1}{2}$

15．已知等式 $\log_2 m=\log_3 n$，$m,n\in(0,+\infty)$ 成立，那么下列结论：

①$m=n$；②$n<m<1$；③$m<n<1$；④$1<n<m$；⑤$1<m<n$；⑥$n<1<m$．其中不可能成立的个数为

(A) 2　　(B) 3　　(C) 4　　(D) 5

第二部分 （非选择题　共 40 分）

二、填空题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．

16．已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^x, & x\leq 0,\\ -2x+1, & x>0,\end{cases}$ 则 $f[f(0)]=$____．

17．$\sin\frac{7\pi}{6}=$____．

18．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图象上两个点的坐标分别为 $(\frac{\pi}{12},1)$，$(\frac{5\pi}{6},0)$，则满足条件的一组 ω，φ 的值依次为 $\omega=$____，$\varphi=$____．

19．已知某种药物在血液中以每小时 20% 的比例衰减，现给某病人静脉注射了该药物 2500mg，设经过 x 个小时后，药物在病人血液中的量为 $y$mg．

（1）y 与 x 的关系式为____；

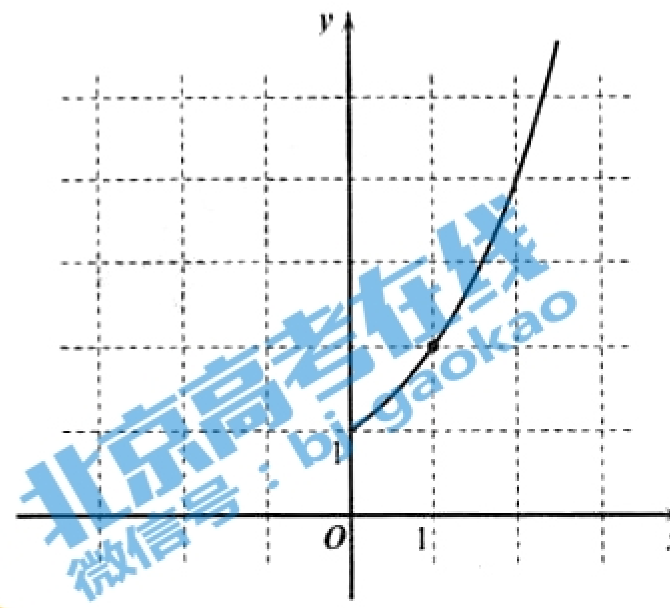
（2）当该药物在病人血液中的量保持在 1500mg 以上，才有疗效；而低于 500mg，病人就有危险．要使病人没有危险，再次注射该药物的时间不能超过____小时（精确到 0.1）．

（参考数据：$0.2^{0.3}\approx 0.6$，$0.8^{2.3}\approx 0.6$，$0.8^{7.2}\approx 0.2$，$0.8^{9.9}\approx 0.1$）

三、解答题共 4 小题，共 24 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

20.（本小题 6 分）

已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，当 $x\ge 0$ 时，$f(x)$ 的图象是指数函数图象的一部分（如图所示）．



（Ⅰ）请补全函数图象，并求函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）写出不等式 $f(x)\ge 4$ 的解集．

21.（本小题 6 分）

已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-2)$．

（Ⅰ）求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的值；

（Ⅱ）求 $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$；

（Ⅲ）已知 $k\in\mathbf{R}$，若向量 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$ 共线，求 k 的值．

22.（本小题 6 分）

已知函数 $f(x)=\cos 2x-(\sin x-\cos x)^2$．

（Ⅰ）求 $f(\frac{3\pi}{4})$ 的值和 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调递增区间．

23.（本小题 6 分）

若函数 $f(x)$ 在定义域内存在实数 x_0，使得 $f(x_0+1)=f(x_0)+f(1)$ 成立，则称函数 $f(x)$ 有“飘移点” x_0．

（Ⅰ）试判断函数 $f(x)=x^2$ 及函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 是否有“飘移点”，并说明理由；

（Ⅱ）若函数 $f(x)=\ln(\dfrac{a}{x+1})(a>0)$ 有“飘移点”，求 a 的取值范围．

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

丰台区 2018~2019 学年度第一学期期末练习

高一数学参考答案及评分参考

2019．01

一、选择题共 15 小题，每小题 4 分，共 60 分．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	D	A	D	B	B	A
题号	9	10	11	12	13	14	15	
答案	D	D	B	A	C	C	B	

二、填空题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．

16．-1　　　　17．$-\dfrac{1}{2}$

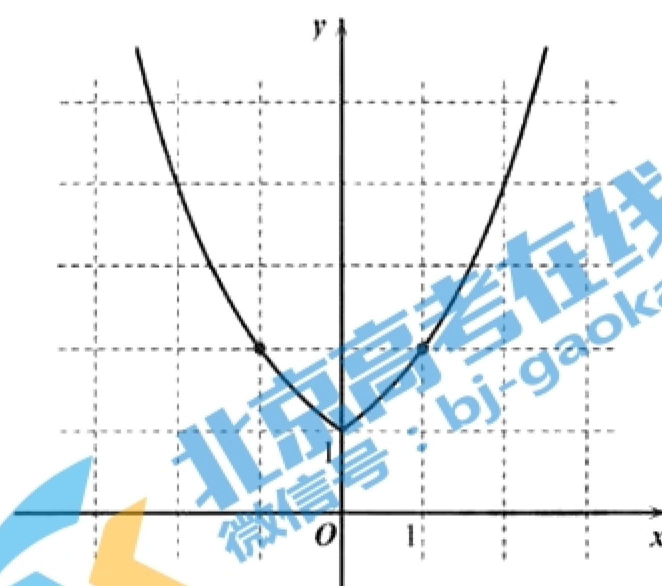
18．2，$\dfrac{\pi}{3}$（答案不唯一）　　19．$y=2500\times0.8^x$；7.2

注：第 18，19 题每空 2 分．

三、解答题共 4 小题，共 24 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

20．（本小题共 6 分）

解：（Ⅰ）补全图象如图所示．　　……………………2 分



因为当 $x\ge0$ 时，$f(x)$ 的图象是指数函数图象的一部分，

所以当 $x\ge0$ 时可设 $f(x)=a^x(a>0$ 且 $a\ne1)$．

由图象知函数 $f(x)$ 过点 $(1,2)$，

所以 $a^1=2$，即 $a=2$．

所以当 $x\ge0$ 时，$f(x)=2^x$．　……………………3 分

因为 $f(x)$ 是偶函数，

设 $x<0$，则 $-x>0$，

所以当 $x<0$ 时，$f(x)=f(-x)=2^{-x}$，　……………………4 分

所以 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x\ge0,\\ 2^{-x}, & x<0.\end{cases}$

（Ⅱ）不等式 $f(x)\ge4$ 的解集是 $\{x\,|\,x\le-2$ 或 $x\ge2\}$．　……………………6 分

21．（本小题共 6 分）

解：（Ⅰ）$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1\times2+2\times(-2)=-2$．　……………………2 分

（Ⅱ）因为 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=2(1,2)+(2,-2)=(4,2)$；

所以 $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$. ························4 分

另解：因为 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{5}$，$|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{2}$，

所以 $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{4a^2+4a\cdot b+b^2}=\sqrt{4\times5+4\times(-2)+8}=2\sqrt{5}$. ························4 分

（Ⅲ）由已知可得 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(k+2,2k-2)$，$\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=(7,-4)$. ························5 分

因为向量 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$ 共线，

所以 $(k+2)\cdot(-4)-7(2k-2)=0$.

所以 $k=\dfrac{1}{3}$. ························6 分

另解：因为向量 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$ 共线，所以 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})$，························5 分

所以 $\begin{cases}k=\lambda,\\1=3\lambda.\end{cases}$ 所以 $k=\dfrac{1}{3}$. ························6 分

22.（本小题共 6 分）

解：（Ⅰ）$f(\dfrac{3\pi}{4})=\cos(2\times\dfrac{3\pi}{4})-(\sin\dfrac{3\pi}{4}-\cos\dfrac{3\pi}{4})^2=-2$. ························1 分

因为 $f(x)=\cos2x-(\sin^2x-2\sin x\cos x+\cos^2x)$

$=\cos2x+\sin2x-1$ ························2 分

$=\sqrt{2}(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin2x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos2x)-1$

$=\sqrt{2}\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})-1$. ························3 分

所以 $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$. ························4 分

（Ⅱ）令 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\le2x+\dfrac{\pi}{4}\le2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\ (k\in\mathbf{Z})$，························5 分

所以 $k\pi-\dfrac{3\pi}{8}\le x\le k\pi+\dfrac{\pi}{8}\ (k\in\mathbf{Z})$，

即函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi-\dfrac{3\pi}{8},k\pi+\dfrac{\pi}{8}]\ (k\in\mathbf{Z})$. ························6 分

23.（本小题共 6 分）

解：（Ⅰ）函数 $f(x)=x^2$ 有“飘移点”；函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 没有“飘移点”. ……………………2 分

理由如下：

设 $f(x)=x^2$ 在定义域内有“飘移点” x_0，

所以 $f(x_0+1)=f(x_0)+f(1)$，即 $(x_0+1)^2=x_0^2+1^2$，解得 $x_0=0$，

所以函数 $f(x)=x^2$ 有“飘移点”是 0. ……………………3 分

设 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在定义域内有“飘移点” x_0，

所以 $f(x_0+1)=f(x_0)+f(1)$，即 $\frac{1}{x_0+1}=\frac{1}{x_0}+\frac{1}{1}$，所以 $x_0^2+x_0+1=0$，

方程无解，所以函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 没有“飘移点”. ……………………4 分

（Ⅱ）函数 $f(x)=\ln(\frac{a}{x+1})\ (a>0)$ 的定义域是 $\{x\mid x>-1\}$.

因为函数 $f(x)=\ln(\frac{a}{x+1})\ (a>0)$ 在定义域内有“飘移点”，

所以 $f(x_0+1)=f(x_0)+f(1)$，即 $\ln(\frac{a}{x_0+2})=\ln(\frac{a}{x_0+1})+\ln\frac{a}{2}$.

化简可得 $\frac{a}{x_0+2}=\frac{a}{2}(\frac{a}{x_0+1})$，即 $\frac{a}{x_0+2}=\frac{a^2}{2(x_0+1)}$.

因为 $a>0$，所以 $\frac{1}{x_0+2}=\frac{a}{2(x_0+1)}$，所以 $(a-2)x_0=2-2a$. ……………………5 分

因为当 $a=2$ 时，方程无解，所以 $a\neq 2$.

所以 $x_0=\frac{2-2a}{a-2}$.

因为函数 $f(x)=\ln(\frac{a}{x+1})\ (a>0)$ 的定义域是 $\{x\mid x>-1\}$，

所以 $\frac{2-2a}{a-2}>-1$，即 $\frac{a}{a-2}<0$.

因为 $a>0$，所以 $a-2<0$，即 $0<a<2$.

所以当 $0<a<2$ 时，函数 $f(x)=\ln(\frac{a}{x+1})\ (a>0)$ 有“飘移点”. ……………………6 分

（若用其他方法解题，请酌情给分）