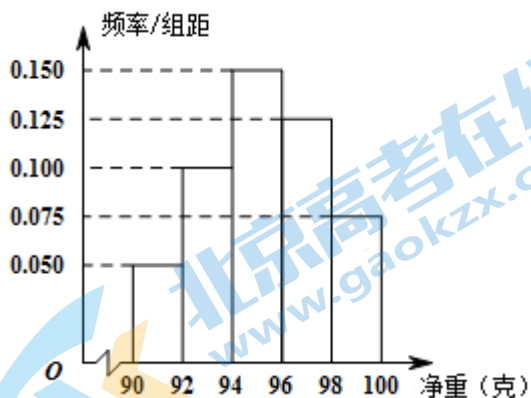


2023 北京门头沟高一（上）期末

数 学

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{1, 3\}$ B. $\{0, 1, 3\}$ C. $\{-1, 1, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3, 5\}$
2. 若 $a < 0, -1 < b < 0$, 则下列不等关系正确的是 ()
- A. $ab > ab^2 > a$ B. $ab^2 > ab > a$
- C. $ab > a > ab^2$ D. $a > ab > ab^2$
3. 下列函数中, 既是奇函数又在其定义域上为增函数的是 ()
- A. $y = 3x$ B. $y = -\frac{1}{x}$ C. $y = \sqrt{x}$ D. $y = |x|$
4. 三个数 $a = \log_3 0.3$, $b = 3^{0.3}$, $c = 0.3^{0.3}$ 大小顺序是 ()
- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $a < c < b$ D. $b < c < a$
5. 某病毒实验室成功分离培养出贝塔病毒 60 株、德尔塔病毒 20 株、奥密克戎病毒 40 株, 现要采用分层随机抽样的方法从中抽取一个容量为 30 的样本, 则奥密克戎病毒应抽取 ()
- A. 10 株 B. 15 株 C. 20 株 D. 25 株
6. 一种新型电子产品计划投产两年后, 使成本降 36%, 那么平均每年应降低成本 ()
- A. 18% B. 20%
- C. 24% D. 36%
7. 某工厂对一批产品进行了抽样检测. 下图是根据抽样检测后的产品净重 (单位: 克) 数据绘制的频率分布直方图, 其中产品净重的范围是 $[90, 100]$, 样品数据分组为 $[90, 92)$, $[92, 94)$, $[94, 96)$, $[96, 98)$, $[98, 100]$. 已知样本中产品净重小于 94 克的个数为 36, 则样本中净重大于或等于 92 克并且小于 98 克的产品个数是 ()



- A. 45 B. 60 C. 75 D. 90

8. 函数 $y = a^{x+1} - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象过定点 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(0, 0)$

二、填空题

9. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x+2 > 0$ ”的否定是_____.

10. 已知 $f(x) = \begin{cases} (3-a)x-4a, & x < 1 \\ ax^2-3x, & x \geq 1 \end{cases}$ 是 \mathbf{R} 上的严格增函数, 那么实数 a 的取值范围是_____.

11. 函数 $f(x) = \lg(x+1) + \frac{1}{x-2}$ 的定义域为_____.

12. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x+1, & x \leq 0 \\ -(x-1)^2, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(f(2)) =$ _____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (1-3a)x+2a, & x \geq -1 \\ \frac{a}{x}, & x < -1 \end{cases}$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 甲、乙两人独立解同一道数学题目, 甲解出这道题目 概率是 $\frac{2}{3}$, 乙解出这道题目的概率是 $\frac{4}{5}$, 这道题被解出 (至少有一人解出来) 的概率是_____.

三、解答题

15. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | x > a\}$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $A \cup B$, $A \cap B$;

(2) 若 $B \subseteq \complement_U A$, 求 a 的取值范围.

16. 已知二次函数 $f(x) = x^2 - 2(a-1)x + 4$.

(1) 若 $a = 2$, 求 $f(x)$ 在 $[-2, 3]$ 上 最值;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2]$ 是减函数, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若 $x \in [1, 2]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值.

17. 化简求值:

(1) $(0.064)^{\frac{1}{3}} - \left(-\frac{7}{8}\right)^0 + \left[(-2)^3\right]^{\frac{4}{3}}$;

(2) $2\log_3 2 - \log_3 \frac{32}{9} + \log_3 8 - 5^{\log_5 3}$.

18. 甲、乙两名射击运动员进行射击比赛, 甲的中靶概率为 0.8, 甲、乙都中靶的概率为 0.72, 求下列事件的概率;

(1) 乙中靶;

- (2) 恰有一人中靶；
(3) 至少有一人中靶.

19. 某班倡议假期每位学生至少阅读一本名著，为了解学生阅读情况，对该班所有学生进行了调查，调查结果如下表：

阅读名著的本数	1	2	3	4	5
男生人数	3	1	2	1	3
女生人数	1	3	3	1	2

- (1) 试根据上述数据，求这个班级女生阅读名著的平均本数；
(2) 若从阅读 5 本名著的学生中任选 2 人交流读书心得，求选到男生和女生各 1 人的概率；
(3) 试比较该班男生阅读名著本数的方差 s_1^2 与女生阅读名著本数的方差 s_2^2 的大小（只需写出结论）.

参考答案

一、单选题

1. 【答案】C

【解析】

【分析】由交集的定义求解即可

【详解】因为 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5\}$,

所以 $A \cap B = \{-1, 1, 3\}$,

故选: C

2. 【答案】A

【解析】

【分析】利用作差法比较即可得到答案.

【详解】因为 $a < 0, -1 < b < 0$, 所以 $ab > 0, 1 - b > 0, b - 1 < 0, b + 1 > 0$

所以 $ab - ab^2 = ab(1 - b) > 0$, 即 $ab > ab^2$,

$ab^2 - a = a(b^2 - 1) = a(b + 1)(b - 1) > 0$,

所以 $ab > ab^2 > a$.

故选: A

3. 【答案】A

【解析】

【分析】根据奇函数的定义及性质可以得出答案.

【详解】首先定义域必须关于 0 对称, C 错; $y = |x|$ 不是奇函数, D 错; 在定义域内不是增函数, B 错;

故选: A.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】利用指数函数、对数函数的单调性以及借用常数 1 进行比较, 可得结果.

【详解】解: $\because \log_3 0.3 < \log_3 1 = 0, 3^{0.3} > 3^0 = 1, 0 < 0.3^{0.5} < 0.3^0 = 1$,

$\therefore a < c < b$.

故选: C.

【点睛】本题考查指数式以及对数式的大小, 考查分析能力, 属基础题.

5. 【答案】A

【解析】

【分析】由分层抽样的性质即可求解.

【详解】由题意得病毒总数为 $60 + 20 + 40 = 120$ 株,

所以奥密克戎病毒应抽取 $30 \times \frac{40}{120} = 10$ 株.

故选: A

6. 【答案】B

【解析】

【分析】设平均每年降低成本 x , 由题意可列方程 $(1-x)^2 = 0.64$, 解方程可得答案

【详解】设平均每年降低成本 x , $(1-x)^2 = 1 - 36\% = 0.64$

解得 $x = 0.2 = 20\%$ 或 $x = 1.8 = 180\%$ (舍去),

故选: B

7. 【答案】D

【解析】

分析】

先得出 $[90, 92)$, $[92, 94)$, $[94, 96)$, $[96, 98)$ 对应的频率, 再由净重小于 94 克的个数为 36, 求出样本容量, 最后由 $[92, 94)$, $[94, 96)$, $[96, 98)$ 对应的频率得出答案.

【详解】 $[90, 92)$, $[92, 94)$, $[94, 96)$, $[96, 98)$ 对应的频率分别为: 0.1, 0.2, 0.3, 0.25

设样本容量为 n

因为净重小于 94 克的个数为 36, 所以 $(0.1 + 0.2)n = 36$, 解得 $n = 120$

则样本中净重大于或等于 92 克并且小于 98 克的产品个数为 $(0.2 + 0.3 + 0.25) \times 120 = 90$

故选: D

8. 【答案】B

【解析】

【分析】根据指数函数图象性质解决即可.

【详解】由指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 $(0, 1)$,

所以在函数 $y = a^{x+1} - 1$ 中, 当 $x = -1$ 时, 恒有 $y = 0$,

所以 $y = a^{x+1} - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象过定点 $(-1, 0)$.

故选: B.

二、填空题

9. 【答案】 $\forall x \in \mathbb{R}, x + 2 \leq 0$

【解析】

【分析】根据命题的否定的概念直接可得.

【详解】 $\exists x \in \mathbb{R}, x + 2 > 0$ 的否定为 $\forall x \in \mathbb{R}, x + 2 \leq 0$,

故答案为: $\forall x \in \mathbb{R}, x + 2 \leq 0$.

10. 【答案】 $\left[\frac{3}{2}, 3\right)$

【解析】

【分析】根据分段函数的单调性，结合一次函数与二次函数的单调性得到关于 a 的不等式，解之即可.

【详解】因为 $f(x) = \begin{cases} (3-a)x-4a, & x < 1 \\ ax^2-3x, & x \geq 1 \end{cases}$ 是 \mathbf{R} 上的严格增函数，

当 $x < 1$ 时， $f(x) = (3-a)x - 4a$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增，所以 $3-a > 0$ ，则 $a < 3$ ；

当 $x \geq 1$ 时， $f(x) = ax^2 - 3x$ ，

当 $a = 0$ 时， $f(x) = -3x$ ，显然 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减，不满足题意；

当 $a < 0$ 时， $f(x) = ax^2 - 3x$ 开口向下，在 $[1, +\infty)$ 上必有一段区间单调递减，不满足题意；

当 $a > 0$ 时， $f(x) = ax^2 - 3x$ 开口向上，对称轴为 $x = \frac{3}{2a}$ ，

因 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增，所以 $\frac{3}{2a} \leq 1$ ，则 $a \geq \frac{3}{2}$ ；

同时，当 $x = 1$ 时，因为 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增，

所以 $a \times 1^2 - 3 \times 1 \geq (3-a) \times 1 - 4a$ ，得 $a \geq 1$ ；

综上： $\frac{3}{2} \leq a < 3$ ，即 $a \in \left[\frac{3}{2}, 3\right)$ 。

故答案为： $\left[\frac{3}{2}, 3\right)$ 。

11. 【答案】 $(-1, 2) \cup (2, +\infty)$

【解析】

【分析】根据函数的解析式，列出函数有意义时满足的不等式，求得答案.

【详解】函数 $f(x) = \lg(x+1) + \frac{1}{x-2}$ 需满足 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$ ，

解得 $x > -1$ 且 $x \neq 2$ ，

故函数 $f(x) = \lg(x+1) + \frac{1}{x-2}$ 定义域为 $(-1, 2) \cup (2, +\infty)$ ，

故答案为： $(-1, 2) \cup (2, +\infty)$

12. 【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】根据分段函数求函数值解决即可.

【详解】由题知， $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x+1, & x \leq 0 \\ -(x-1)^2, & x > 0 \end{cases}$,

所以 $f(f(2)) = f(-1) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$,

故答案为： $\frac{1}{2}$

13. 【答案】 $\frac{1}{4} \leq a < \frac{1}{3}$

【解析】

【分析】根据分段函数的两段单调递增和两段的端点值之间的大小关系列式可求出结果.

【详解】因为函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数，

所以 $\begin{cases} 1-3a > 0 \\ a > 0 \\ -\frac{a}{-1} \leq -(1-3a) + 2a \end{cases}$ ，解得 $\frac{1}{4} \leq a < \frac{1}{3}$.

故答案为： $\frac{1}{4} \leq a < \frac{1}{3}$

14. 【答案】 $\frac{14}{15}$

【解析】

【分析】设这道题没被解出来为事件 A ，则这道题被解出（至少有一人解出来）的概率 $P = 1 - P(A)$

【详解】设数学题没被解出来为事件 A ，则 $P(A) = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right) = \frac{1}{15}$.

故则这道题被解出（至少有一人解出来）的概率 $P = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$.

故答案为： $\frac{14}{15}$

三、解答题

15. 【答案】(1) $A \cup B = (-1, +\infty)$ ， $A \cap B = (1, 2)$

(2) $[2, +\infty)$

【解析】

【分析】(1) 由交集和并集定义可直接求得结果；

(2) 由补集定义可得 $\complement_U A$ ，由包含关系可构造不等关系求得 a 的范围.

【小问 1 详解】

当 $a=1$ 时, $B = \{x|x > 1\} = (1, +\infty)$, 又 $A = \{x|-1 < x < 2\} = (-1, 2)$,

$\therefore A \cup B = (-1, +\infty)$, $A \cap B = (1, 2)$.

【小问 2 详解】

由题意知: $\complement_U A = (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$;

$\because B \subseteq \complement_U A$, $B = (a, +\infty)$, $\therefore a \geq 2$, 即 a 的取值范围为 $[2, +\infty)$.

16. **【答案】** (1) $f(x)_{\min} = f(1) = 3$, $f(x)_{\max} = f(-2) = 12$

(2) $[3, +\infty)$

$$(3) f(x)_{\min} = \begin{cases} 7-2a, & a \leq 2 \\ -a^2+2a+3, & 2 < a < 3 \\ 12-4a, & a \geq 3 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 (1) 当 $a=2$ 时, $f(x) = x^2 - 2x + 4$, 由二次函数的性质即可求出 $f(x)$ 在 $[-2, 3]$ 上的最值;

(2) 由题意可得 $a-1 \geq 2$, 解不等式即可得出答案.

(3) 二次函数 $f(x) = x^2 - 2(a-1)x + 4$ 的对称轴为 $x = a-1$, 分类讨论 $a-1 \leq 1$, $1 < a-1 < 2$ 和 $a-1 \geq 2$, 即可得出 $f(x)$ 在 $x \in [1, 2]$ 上的单调性, 即可求出函数 $f(x)$ 的最小值.

【小问 1 详解】

当 $a=2$ 时, $f(x) = x^2 - 2x + 4$, $x \in [-2, 3]$,

因为 $f(x)$ 的对称轴为 $x=1$,

所以 $f(x)$ 在 $[-2, 1]$ 上单调递减, 在 $[1, 3]$ 上单调递增,

所以当 $x=1$ 时, $f(x)$ 取得最小值为: $f(1) = 1 - 2 + 4 = 3$,

当 $x=-2$ 时, $f(x)$ 取得最大值为: $f(-2) = 2^2 + 4 + 4 = 12$,

【小问 2 详解】

二次函数 $f(x) = x^2 - 2(a-1)x + 4$ 的对称轴为 $x = a-1$,

$f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2]$ 是减函数,

则 $a-1 \geq 2$, 解得: $a \geq 3$.

所以实数 a 的取值范围为 $[3, +\infty)$.

【小问 3 详解】

二次函数 $f(x) = x^2 - 2(a-1)x + 4$ 的对称轴为 $x = a-1$,

当 $a-1 \leq 1$, 则 $a \leq 2$, 此时 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上单调递增, 所以 $f(x)_{\min} = f(1) = 1 - 2(a-1) + 4 = 7 - 2a$,

当 $1 < a-1 < 2$, 则 $2 < a < 3$, 此时 $f(x)$ 在 $[1, a-1]$ 上单调递减, 在 $[a-1, 2]$ 上单调递增,

所以 $f(x)_{\min} = f(a-1) = (a-1)^2 - 2(a-1)^2 + 4 = -a^2 + 2a + 3$

当 $a-1 \geq 2$, 则 $a \geq 3$, 此时 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上单调递减,

所以 $f(x)_{\min} = f(2) = 2^2 - 4(a-1) + 4 = 12 - 4a$.

$$\text{所以 } f(x)_{\min} = \begin{cases} 7-2a, & a \leq 2 \\ -a^2+2a+3, & 2 < a < 3 \\ 12-4a, & a \geq 3 \end{cases}$$

17. 【答案】(1) $\frac{25}{16}$; (2) -1 .

【解析】

【分析】

- (1) 利用指数的性质、运算法则直接求解;
- (2) 利用对数的性质、运算法则直接求解.

【详解】(1) $(0.064)^{\frac{1}{3}} - \left(-\frac{7}{8}\right)^0 + [(-2)^3]^{\frac{4}{3}} = (0.4^3)^{\frac{1}{3}} - 1 + (-2)^{-4}$
 $= 0.4^{-1} - 1 + \frac{1}{2^4} = \frac{5}{2} - 1 + \frac{1}{16} = \frac{25}{16}$;

(2) $2\log_3 2 - \log_3 \frac{32}{9} + \log_3 8 - 5^{\log_5 3}$
 $= \log_3 4 - \log_3 \frac{32}{9} + \log_3 8 - 3$
 $= \log_3 \left(4 \times \frac{9}{32} \times 8\right) - 3 = 2 - 3 = -1$.

【点睛】本题考查指数式、对数式化简求值, 考查指数、对数的性质、运算法则等基础知识, 考查运算求解能力, 是基础题.

18. 【答案】(1) 0.9 (2) 0.26
(3) 0.98

【解析】

- 【分析】(1) 由相互独立事件的乘法公式即可求解;
(2) 分两种情况考虑即可求解;
(3) 根据对立事件的概率即可得解.

【小问1详解】

设甲中靶为事件 A , 乙中靶为事件 B ,

则事件 A 与事件 B 相互独立,

且 $P(A) = 0.8, P(AB) = 0.72$,

$$\text{则 } P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 0.9,$$

即乙中靶的概率为 0.9.

【小问 2 详解】

设恰有一人中靶为事件 C ,

$$\text{则 } P(C) = P(\overline{A}B) + P(A\overline{B}) = 0.8 \times 0.1 + 0.2 \times 0.9 = 0.26.$$

即恰有一人中靶的概率为 0.26.

【小问 3 详解】

设至少有一人中靶为事件 D ,

$$\text{则 } P(D) = 1 - P(\overline{A}\overline{B}) = 1 - 0.2 \times 0.1 = 0.98,$$

即至少有一人中靶得概率为 0.98.

19. 【答案】(1) 3; (2) $\frac{3}{5}$; (3) $s_1^2 > s_2^2$.

【解析】

【分析】(1) 运用平均数的计算公式求解即可;

(2) 运用列举法列出从阅读 5 本名著的 5 名学生中任取 2 人所有结果, 以及其中男生和女生各 1 人的所有结果, 然后利用古典概型公式求解即可;

(3) 直接计算出其方差并进行比较即可.

【详解】(1) 女生阅读名著的平均本数为 $\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 3 + 1 \times 4 + 2 \times 5}{10} = 3$ 本.

(2) 设事件 $A = \{ \text{从阅读 5 本名著的学生中任取 2 人, 其中男生和女生各 1 人} \}$.

男生阅读 5 本名著的 3 人分别记为 a_1, a_2, a_3 , 女生阅读 5 本名著的 2 人分别记为 b_1, b_2 .

从阅读 5 本名著的 5 名学生中任取 2 人, 共有 10 个结果, 分别是:

$$\{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_2, a_3\}, \{b_1, b_2\}, \{a_1, b_1\}, \{a_1, b_2\}, \{a_2, b_1\}, \{a_2, b_2\}, \{a_3, b_1\}, \{a_3, b_2\}.$$

其中男生和女生各 1 人共有 6 个结果, 分别是:

$$\{a_1, b_1\}, \{a_1, b_2\}, \{a_2, b_1\}, \{a_2, b_2\}, \{a_3, b_1\}, \{a_3, b_2\}.$$

$$\text{则 } P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

(3) 男生阅读名著的平均本数为 $\frac{3 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 3 + 1 \times 4 + 3 \times 5}{10} = 3$,

$$\text{则 } s_1^2 = \frac{1}{10} [3 \times (-2)^2 + 1 \times (-1)^2 + 2 \times 0^2 + 1 \times 1^2 + 3 \times 2^2] = 2.6,$$

$$s_2^2 = \frac{1}{10} [1 \times (-2)^2 + 3 \times (-1)^2 + 3 \times 0^2 + 1 \times 1^2 + 2 \times 2^2] = 1.6$$

所以 $s_1^2 > s_2^2$.



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯