2020年普通高等学校招生全国统一考试
文科数学试题参考答案（A卷）

选择题答案

一、选择题

1. D　2. C　3. C　4. A　5. D　6. B

7. C　8. B　9. C　10. D　11. B　12. A

非选择题答案

二、填空题

13. 1　14. 5　15. $y=2x$　16. 7

三、解答题

17. 解：

（1）由试加工产品等级的频数分布表知，

甲分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为 $\frac{40}{100}=0.4$；

乙分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为 $\frac{28}{100}=0.28$．

（2）由数据知甲分厂加工出来的100件产品利润的频数分布表为

利润	65	25	-5	-75
频数	40	20	20	20

因此甲分厂加工出来的100件产品的平均利润为

$$\frac{65\times40+25\times20-5\times20-75\times20}{100}=15．$$

由数据知乙分厂加工出来的100件产品利润的频数分布表为

利润	70	30	0	-70
频数	28	17	34	21

因此乙分厂加工出来的100件产品的平均利润为

$$\frac{70\times28+30\times17+0\times34-70\times21}{100}=10．$$

比较甲、乙两分厂加工的产品的平均利润，应选甲分厂承接加工业务．

18．解：

（1）由题设及余弦定理得 $28=3c^2+c^2-2\times\sqrt{3}c^2\times\cos150°$．

解得 $c=-2$（舍去），$c=2$，从而 $a=2\sqrt{3}$．

$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\times\sin150°=\sqrt{3}$．

（2）在 $\triangle ABC$ 中，$A=180°-B-C=30°-C$，所以

$$\sin A+\sqrt{3}\sin C=\sin(30°-C)+\sqrt{3}\sin C=\sin(30°+C).$$

故 $\sin(30°+C)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

而 $0°<C<30°$，所以 $30°+C=45°$，故 $C=15°$．

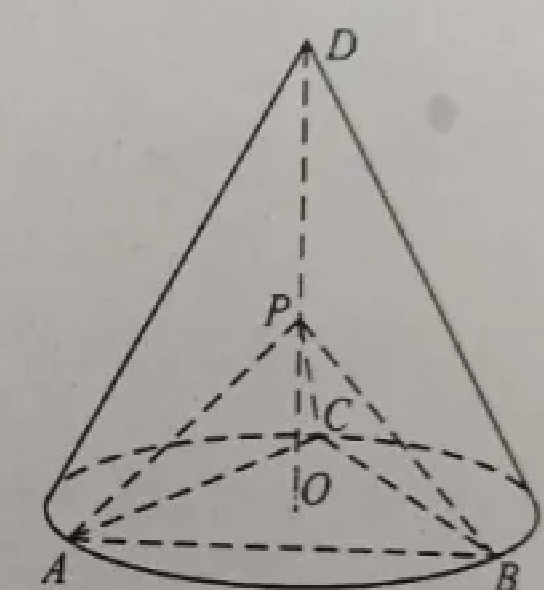
19．解：

（1）由题设可知，$PA=PB=PC$．

由于 $\triangle ABC$ 是正三角形，故可得 $\triangle PAC\cong\triangle PAB$，$\triangle PAC\cong\triangle PBC$．

又 $\angle APC=90°$，故 $\angle APB=90°$，$\angle BPC=90°$．

从而 $PB\perp PA$，$PB\perp PC$，故 $PB\perp$ 平面 PAC，所以平面 $PAB\perp$ 平面 PAC．



（2）设圆锥的底面半径为 r，母线长为 l．

由题设可得 $rl=\sqrt{3}$，$l^2-r^2=2$．

解得 $r=1$，$l=\sqrt{3}$．

从而 $AB=\sqrt{3}$．由（1）可得 $PA^2+PB^2=AB^2$，故 $PA=PB=PC=\frac{\sqrt{6}}{2}$．

所以三棱锥 $P-ABC$ 的体积为

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times PA\times PB\times PC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(\frac{\sqrt{6}}{2})^3=\frac{\sqrt{6}}{8}.$$

20．解：

（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x-x-2$，则 $f'(x)=e^x-1$．

当 $x<0$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$．

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递减，在 $(0,+\infty)$ 单调递增．

（2）$f'(x)=e^x-a$.

当$a\leqslant 0$时，$f'(x)>0$，所以$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$单调递增，故$f(x)$至多存在1个零点，不合题意.

当$a>0$时，由$f'(x)=0$可得$x=\ln a$. 当$x\in(-\infty,\ln a)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(\ln a,+\infty)$时，$f'(x)>0$. 所以$f(x)$在$(-\infty,\ln a)$单调递减，在$(\ln a,+\infty)$单调递增，故当$x=\ln a$时，$f(x)$取得最小值，最小值为$f(\ln a)=-a(1+\ln a)$.

（i）若$0<a\leqslant\dfrac{1}{e}$，则$f(\ln a)\geqslant 0$，$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$至多存在1个零点，不合题意.

（ii）若$a>\dfrac{1}{e}$，则$f(\ln a)<0$.

由于$f(-2)=e^{-2}>0$，所以$f(x)$在$(-\infty,\ln a)$存在唯一零点.

由（1）知，当$x>2$时，$e^x-x-2>0$，所以当$x>4$且$x>2\ln(2a)$时，

$$\begin{aligned}f(x)&=e^{\frac{x}{2}}\cdot e^{\frac{x}{2}}-a(x+2)\\&>e^{\ln(2a)}\cdot(\frac{x}{2}+2)-a(x+2)\\&=2a\\&>0.\end{aligned}$$

故$f(x)$在$(\ln a,+\infty)$存在唯一零点. 从而$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$有两个零点.

综上，a的取值范围是$(\dfrac{1}{e},+\infty)$.

21. **解：**

（1）由题设得$A(-a,0)$，$B(a,0)$，$G(0,1)$.

则$\overrightarrow{AG}=(a,1)$，$\overrightarrow{GB}=(a,-1)$. 由$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$得$a^2-1=8$，即$a=3$.

所以E的方程为$\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$.

（2）设$C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，$P(6,t)$．

若$t\neq 0$，设直线CD的方程为$x=my+n$，由题意可知$-3<n<3$．

由于直线PA的方程为$y=\frac{t}{9}(x+3)$，所以$y_1=\frac{t}{9}(x_1+3)$．

直线PB的方程为$y=\frac{t}{3}(x-3)$，所以$y_2=\frac{t}{3}(x_2-3)$．

可得$3y_1(x_2-3)=y_2(x_1+3)$．

由于$\frac{x_2^2}{9}+y_2^2=1$，故$y_2^2=-\frac{(x_2+3)(x_2-3)}{9}$，可得$27y_1y_2=-(x_1+3)(x_2+3)$，即

$$(27+m^2)y_1y_2+m(n+3)(y_1+y_2)+(n+3)^2=0. \qquad ①$$

将$x=my+n$代入$\frac{x^2}{9}+y^2=1$得

$$(m^2+9)y^2+2mny+n^2-9=0.$$

所以$y_1+y_2=-\frac{2mn}{m^2+9}$，$y_1y_2=\frac{n^2-9}{m^2+9}$．

代入①式得$(27+m^2)(n^2-9)-2m(n+3)mn+(n+3)^2(m^2+9)=0$．

解得$n=-3$（舍去），$n=\frac{3}{2}$．

故直线CD的方程为$x=my+\frac{3}{2}$，即直线CD过定点$(\frac{3}{2},0)$．

若$t=0$，则直线CD的方程为$y=0$，过点$(\frac{3}{2},0)$．

综上，直线CD过定点$(\frac{3}{2},0)$．

22．**解**：

（1）当$k=1$时，C_1：$\begin{cases}x=\cos t,\\ y=\sin t,\end{cases}$消去参数$t$得$x^2+y^2=1$，故曲线$C_1$是圆心为坐标原点，半径为1的圆．

（2）当$k=4$时，C_1：$\begin{cases}x=\cos^4 t,\\ y=\sin^4 t,\end{cases}$消去参数$t$得$C_1$的直角坐标方程为$\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$．

C_2的直角坐标方程为$4x-16y+3=0$．

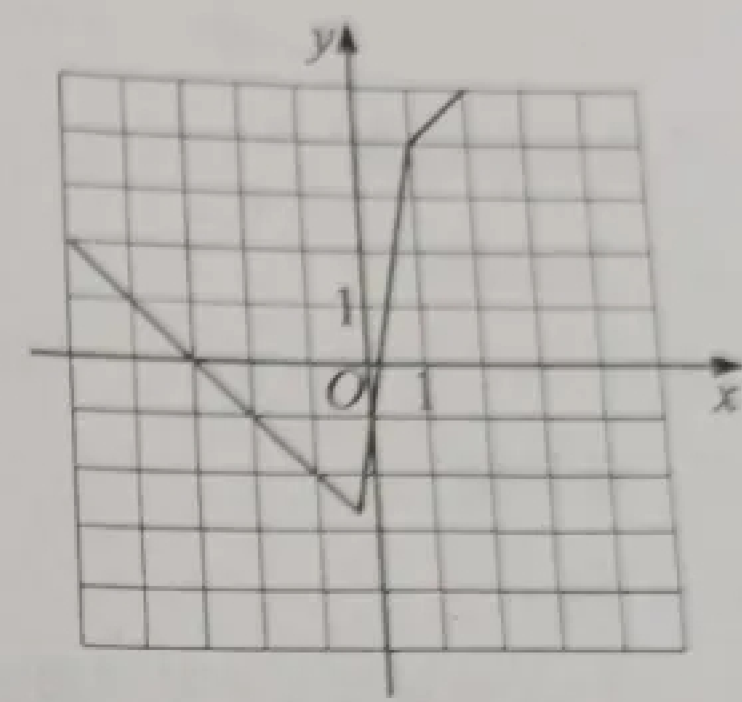
由$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=1,\\ 4x-16y+3=0\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=\dfrac{1}{4},\\ y=\dfrac{1}{4}.\end{cases}$

故C_1与C_2的公共点的直角坐标为$(\frac{1}{4},\ \frac{1}{4})$.

23．解：

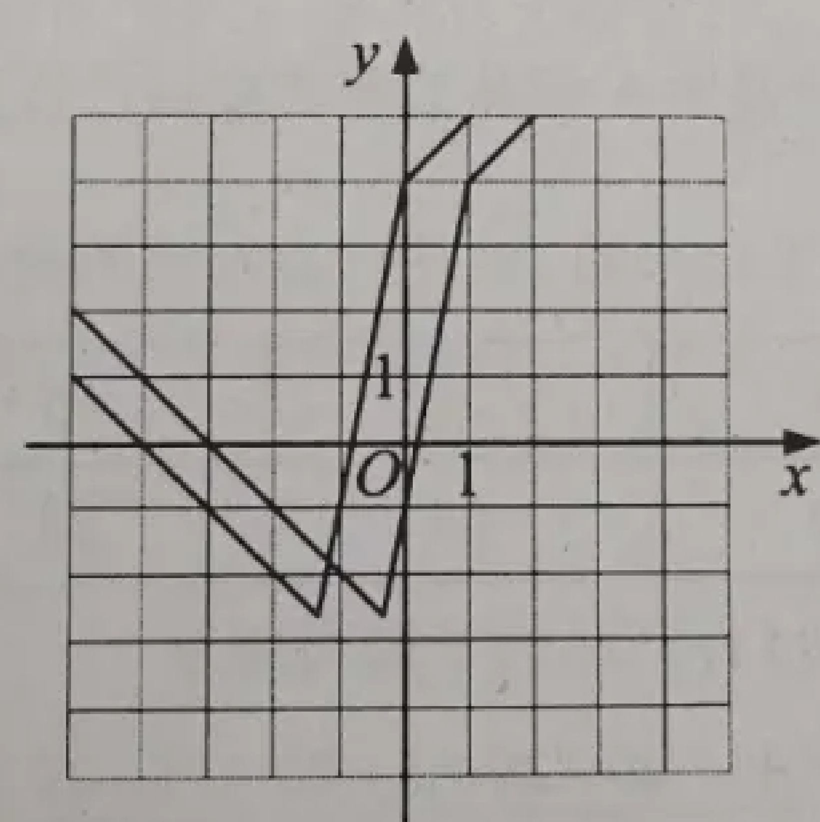
（1）由题设知

$$f(x)=\begin{cases}-x-3, & x\leqslant -\dfrac{1}{3},\\ 5x-1, & -\dfrac{1}{3}<x\leqslant 1,\\ x+3, & x>1.\end{cases}$$



$y=f(x)$的图像如图所示.

（2）函数$y=f(x)$的图像向左平移1个单位长度后得到函数$y=f(x+1)$的图像.



$y=f(x)$的图像与$y=f(x+1)$的图像的交点坐标为$(-\frac{7}{6},-\frac{11}{6})$.

由图像可知当且仅当$x<-\dfrac{7}{6}$时，$y=f(x)$的图像在$y=f(x+1)$的图像上方.

故不等式$f(x)>f(x+1)$的解集为$(-\infty,-\dfrac{7}{6})$.