

绵阳市高中2019级第三次诊断性考试

理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $z=(2-i)(4-i)$ ，则 z 的共轭复数为

- A. $-7-6i$ B. $-7+6i$ C. $7-6i$ D. $7+6i$

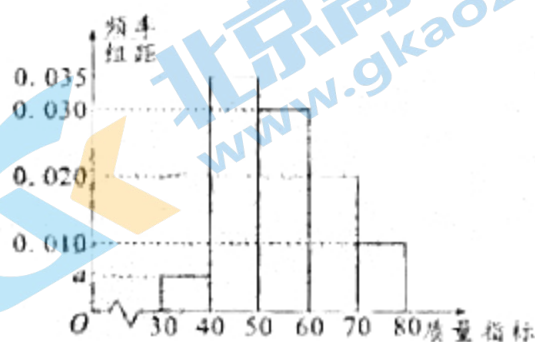
2. 已知集合 $A = \{x|x^2 < 1\}$ ， $B = \{x|e^x < 2\}$ ，则 $A \cap B =$

- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, \ln 2)$ C. $(0, \ln 2)$ D. $(\ln 2, 1)$

3. 某车间从生产的一批产品中随机抽取了1000个零件进行一项质量指标的检测，整理检测结果得此项质量指标的频率分布直方图如图

所示，则下列结论错误的是

- A. $a=0.005$
B. 估计这批产品该项质量指标的众数为45
C. 估计这批产品该项质量指标的中位数为60
D. 从这批产品中随机选取1个零件，其质量指标在 $[50, 70)$ 的概率约为0.5



4. 已知 α, β 是两个不同的平面， m 是一条直线，若 $m \perp \beta$ ，则“ $m // \alpha$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分又不必要条件

5. 已知函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ ，则

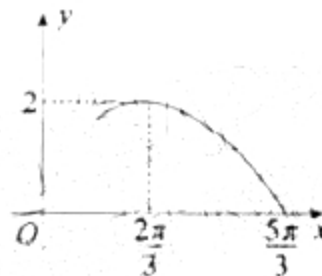
- A. $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增 B. $f(x)$ 的图象关于点 $(-1, 1)$ 对称
C. $f(x)$ 为奇函数 D. $f(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称

6. 已知抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 直线 $l: 2\sqrt{3}x - 2y + p = 0$ 与抛物线交于 A, B 两点, 且 $|AF| = 3|BF|$, 则 $|AB| =$

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 4

7. 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 将函数 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则 $g(\frac{\pi}{3}) =$

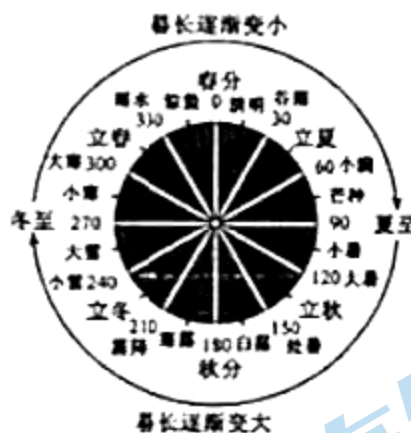
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$



8. 在 2022 年北京冬奥会开幕式上, 二十四节气倒计时惊艳亮相, 与节气相配的 14 句古诗词, 将中国人独有的浪漫传达给了全世界. 我国古代天文学和数学著作《周髀算经》中记载: 一年有二十四个节气, 每个节气的晷长损益相同

(晷是按照日影测定时刻的仪器, 晷长即为所测量影子的长度), 二十四节气及晷长变化如图所示, 相邻两个节气晷长减少或增加的量相同, 周而复始. 已知雨水的晷长为 9.5 尺, 立冬的晷长为 10.5 尺, 则冬至所对的晷长为

- A. 11.5 尺 B. 13.5 尺
C. 12.5 尺 D. 14.5 尺



9. 已知曲线 $y = x^3 - x^2 + x + 2$ 在 $x = 1$ 处的切线为 l , 若 l 与 $\odot C: x^2 + y^2 - 2ax + a^2 - 5 = 0$ 相交, 则实数 a 的取值范围是

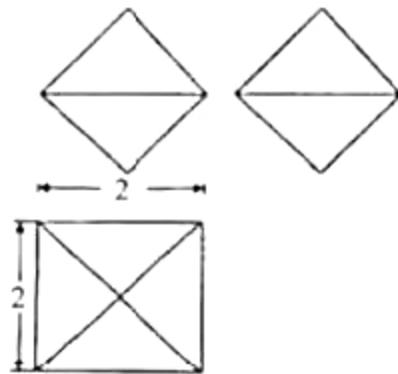
- A. $(-3, 2)$ B. $(-2, 3)$ C. $(-6, 4)$ D. $(0, 2)$

10. 将 5 名支援某地区抗疫的医生分配到 A, B, C 三所医院, 要求每所医院至少安排 1 人, 则其中甲、乙两医生恰分配到相同医院的概率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{6}{25}$ C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{4}{9}$

11. 某几何体的三视图如图所示, 其中正视图与侧视图均为正方形. 将该几何体完全放置在一个球内, 则满足条件的球的最小体积为

- A. $\frac{4}{3}\pi$ B. 8π
C. $\frac{32\pi}{3}$ D. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$



12. 在给出的① $\sqrt{e} \cdot \ln 2 < 1$; ② $e^{\frac{1}{3}} \ln 3 > \frac{9}{2}$; ③ $e^{0.2} > \ln 3$. 三个

不等式中, 正确的个数为

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (其中 $a > 0, b > 0$) 的焦距为 $4\sqrt{5}$ ，其中一条渐近线的斜率为 2，则 $a =$ _____.

14. 在等边 $\triangle ABC$ 中， $AB=4$ ， $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{BD}$ ，则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CA} =$ _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = S_n + 5$ ，则 $S_5 =$ _____.

16. 在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知点 P 为棱 AA_1 上靠近于点 A_1 的三等分点，点 Q 为棱 CD 上一动点. 若 M 为平面 D_1PQ 与平面 ABB_1A_1 的公共点， N 为平面 D_1PQ 与平面 $ABCD$ 的公共点，且点 M, N 都在正方体的表面上，则由所有满足条件的点 M, N 构成的区域的面积之和为 _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边为 a, b, c ，已知 $b \cdot \cos A = 2a \cdot \cos B$ ，且 $\tan C = -3$ 。

(1) 求角 B 的大小；

(2) 若 $c=3$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积 S 。

18. (12 分)

随着科技进步，近年来，我国新能源汽车产业迅速发展。以下是中国汽车工业协会 2022 年 2 月公布的近六年我国新能源乘用车的年销售量数据：

年份	2016	2017	2018	2019	2020	2021
年份代码 x	1	2	3	4	5	6
新能源乘用车年销量 y (万辆)	50	78	126	121	137	352

(1) 根据表中数据，求出 y 关于 x 的线性回归方程；(结果保留整数)

(2) 若用 $y = me^{ax}$ 模型拟合 y 与 x 的关系，可得回归方程为 $\hat{y} = 37.71e^{0.33x}$ ，经计算该模型和第 (1) 问中模型的 R^2 (R^2 为相关指数) 分别为 0.87 和 0.71，请分别利用这两个模型，求 2022 年我国新能源乘用车的年销售量的预测值；

(3) 你认为 (2) 中用哪个模型得到的预测值更可靠？请说明理由。

参考数据：设 $u = \ln y$ ，其中 $u_i = \ln y_i$ 。

\bar{y}	\bar{u}	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(u_i - \bar{u})$	$e^{3.63}$	$e^{5.94}$	$e^{6.27}$
144	4.78	841	5.70	37.71	380	528

参考公式：对于一组具有线性相关关系的数据 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ ，其回归直线

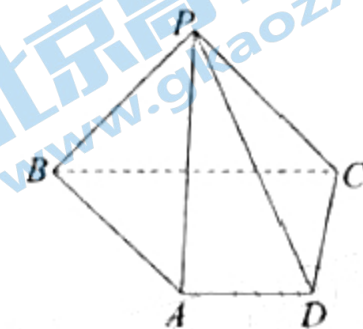
$$\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$$

的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ 。

19. (12分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为梯形, 已知 $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 120^\circ$, $AB = BC = PA = 2AD = 2$, $\triangle PBC$ 是以 BC 为斜边的等腰直角三角形.

- (1) 证明: $PB \perp$ 平面 PCD ;
- (2) 求二面角 $B-PA-D$ 的平面角的余弦值.



20. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (其中 $a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 直线 $y = x + m$ 与 E 交于

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 两点, 且 $x_1 > x_2$, 当 $m = 0$ 时, $|AB| = \frac{2a^2}{b^2}$.

- (1) 求椭圆 E 的方程;
- (2) 在直线 $x = \frac{14}{3}$ 上是否存在点 P , 使得 $|AP| = |AB|$, $AP \perp AB$, 若存在, 求出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

21. (12分)

函数 $f(x) = x \ln x - (a+1)x + 1$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 有 2 个零点, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[1, c]$ 上最大值为 m , 最小值为 n , 求 $m-n$ 的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. 【选修 4—4: 坐标系与参数方程】(10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 C 的方程

为 $x^2 + y^2 = |x| + |y|$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 射线 E 的极坐标方程为 $\theta = \alpha$, $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

- (1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的极坐标方程;
- (2) 若 E 与 l 交于点 A , E 与 C 交于点 B , 求 $\frac{|OA|}{|OB|}$ 的取值范围.

23. 【选修 4—5: 不等式选讲】(10分)

已知函数 $f(x) = |x|$.

- (1) 求关于 x 的不等式 $f(x-1) + f(x-2) \geq x+1$ 的解集;
- (2) 求证: $\frac{f(a+b)}{1+f(a+b)} \leq \frac{f(a)+f(b)}{1+f(a)+f(b)}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号：bjgkzx

官方网站：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980

微信客服：gaokzx2018