2024北京汇文中学初三（下）开学考

数　　学

一、选择题（本大题共8小题，共16.0分）

1. 下面几何体中、左视图是矩形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

2. $KN95$型口罩可以保护在颗粒物浓度很高的空间中工作的人不被颗粒物侵害，也可以帮助人们预防传染病．“$KN95$”表示此类型的口罩能过滤空气中95%的粒径约为$0.0000003m$的非油性颗粒．其中，0.0000003用科学记数法表示为（　）

A. 0.3×10^{-6}　B. 0.3×10^{-7}　C. 3×10^{-6}　D. 3×10^{-7}

3. 下列计算正确的是（　）

A. $\left(a^2\right)^3=a^6$　B. $a^2\cdot a^3=a^6$　C. $\left(2a\right)^3=2a^3$　D. $a^{10}\div a^2=a^5$

4. 实数a，b，c在数轴上的对应点的位置如图所示，若$|a|=|b|$，则下列结论中错误的是（　　）

A. $a+b>0$　B. $a+c>0$　C. $b+c>0$　D. $ac<0$

5. 若正多边形的内角和是$540°$，则该正多边形的一个外角为（　）

A. $45°$　B. $60°$　C. $72°$　D. $90°$

6. 如果$a=\sqrt{3}-1$，那么代数式$(1+\dfrac{1}{a-1})\div\dfrac{a}{a^2-1}$的值为（　）

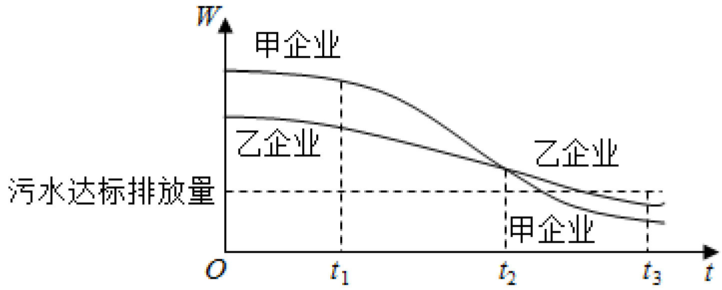
A. 3　B. $\sqrt{3}$　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　D. $\sqrt{3}-2$

7. 在$\triangle ABC$中，$AB\neq AC$，线段AD、AE、AF分别是$\triangle ABC$的高、中线、角平分线，则点D、E、F的位置关系为（　）

A. 点D总在点E、F之间　B. 点E总在点D、F之间

C. 点F总在点D、E之间　D. 三者的位置关系不确定

8. 为满足人民对美好生活的向往，造福子孙后代，环保部门要求相关企业加强污水治理能力，污水排放未达标的企业要限期整改．甲、乙两个企业的污水排放量W与时间t的关系如图所示，我们用W_t表示t时刻某企业的污水排放量，用$-\dfrac{W_{t_1}-W_{t_2}}{t_1-t_2}$的大小评价在$t_1$至$t_2$这段时间内某企业污水治理能力的强弱．已知甲、乙两企业在整改期间排放的污水排放量与时间的关系如下图所示．



给出下列四个结论：

①在 $t_1 \le t \le t_2$ 这段时间内，甲企业的污水治理能力比乙企业强；

②在 t_1 时刻，乙企业的污水排放量高；

③在 t_3 时刻，甲、乙两企业的污水排放量都已达标；

④在 $0 \le t \le t_1$，$t_1 \le t \le t_2$，$t_2 \le t \le t_3$ 这三段时间中，甲企业在 $t_2 \le t \le t_3$ 的污水治理能力最强.

其中所有正确结论的序号是（　）

A. ①②③　　B. ①③④　　C. ②④　　D. ①③

二、填空题（本大题共 8 小题，共 24.0 分）

9. 若要使 $\sqrt{2x-3}$ 有意义，则 x 的值可以是__________.（写出一个即可）

10. 分解因式：$-3x^2+12=$__________.

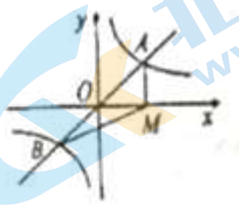
11. 分式方程 $\dfrac{2}{x-3}=\dfrac{1}{x}$ 的解为_____.

12. 在平面直有坐标系 xOy 中，若点 $A(-3, y_1)$，$B(-1, y_2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{m+2}{x}$ 的图象上，且 $y_1 > y_2$，则 m 的取值范围是__________.

13. 为了铸牢学生的安全意识，学校举行了“防溺水”安全知识竞赛，记分员小红将 7 位评委给某位选手的评分进行整理，并制作成如下表格，若去掉一个最高分和一个最低分后，表中数据一定不发生变化的统计量是__________.

平均数	中位数	众数	方差
8.9	9.1	9.1	0.11

14. 如图，直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 交于 A、B 两点，过点 A 作 $AM \perp x$ 轴，垂足为 M，连结 BM，若 $S_{\triangle ABM}=2$，则 k 的值是______.



15. 2019 年 2 月，全球首个 5G 火车站在上海虹桥火车站启动.虹桥火车站中 5G 网络峰值速率为 4G 网络峰值速率的 10 倍.在峰值速率下传输 8 千兆数据，5G 网络比 4G 网络快 720 秒，求这两种网络的峰值速率.设 4G 网络的峰值速率为每秒传输 x 千兆数据，依题意，可列方程为___.

16. 尊老敬老是中华民族的传统美德，某校文艺社团的同学准备在“五一”假期去一所敬老院进行慰问演出，他们一共准备了 6 个节目，全体演员中有 8 人需参加两个或两个以上的节目演出，情况如下表：

	演员 1	演员 2	演员 3	演员 4	演员 5	演员 6	演员 7	演员 8
节目 A	√		√		√	√		√
节目 B	√		√	√				
节目 C				√		√		√
节目 D		√			√			
节目 E		√					√	
节目 F					√		√	

从演员换装的角度考虑，每位演员不能连续参加两个节目的演出，从节目安排的角度考虑，首尾两个节目分别是 *A*，*F*，中间节目的顺序可以调换，请写出一种符合条件的节目先后顺序__________（只需按演出顺序填写中间 4 个节目的字母即可）.

三、解答题（本大影共 10 小题，共 60.0 分）

17. 下面是小方设计的“作一个 30°角”的尺规作图过程.

已知：直线 AB 及直线 AB 外一点 P.

求作：直线 AB 上一点 C，使得$\angle PCB=30°$.

作法：

①在直线 AB 上取一点 M；

②以点 P 为圆心，PM 为半径画弧，与直线 AB 交于点 M、N；

③分别以 M、N 为圆心，PM 为半径画弧，在直线 AB 下方两弧交于点 Q.

④连接 PQ，交 AB 于点 O.

⑤以点 P 为圆心，PQ 为半径画弧，交直线 AB 于点 C 且点 C 在点 O 的左侧．则$\angle PCB$ 就是所求作的角.

根据小方设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规补全图形；(保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

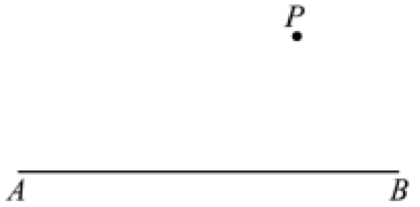
证明：∵$PM=PN=QM=QN$，

∴四边形 $PMQN$ 是______.

∴$PQ\perp MN$，$PQ=2PO$（______）.（填写推理依据）

∵在 Rt△POC 中，$\sin\angle PCB=\dfrac{PO}{PC}=$______（填写数值）

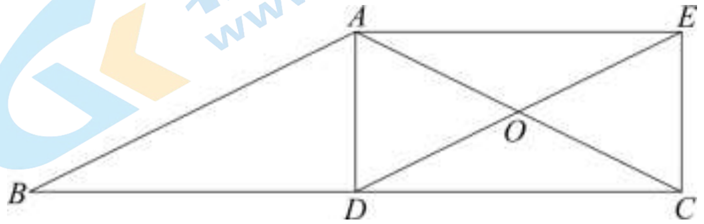
∴$\angle PCB=30°$.



18. $\sqrt{27}-\left|-\sqrt{3}\right|+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-2}+3\tan 30°$.

19. 解不等式组$\begin{cases}3x-4>2(x-3)\\ \dfrac{x+4}{3}\ge x\end{cases}$，并写出它的所有非负整数解.

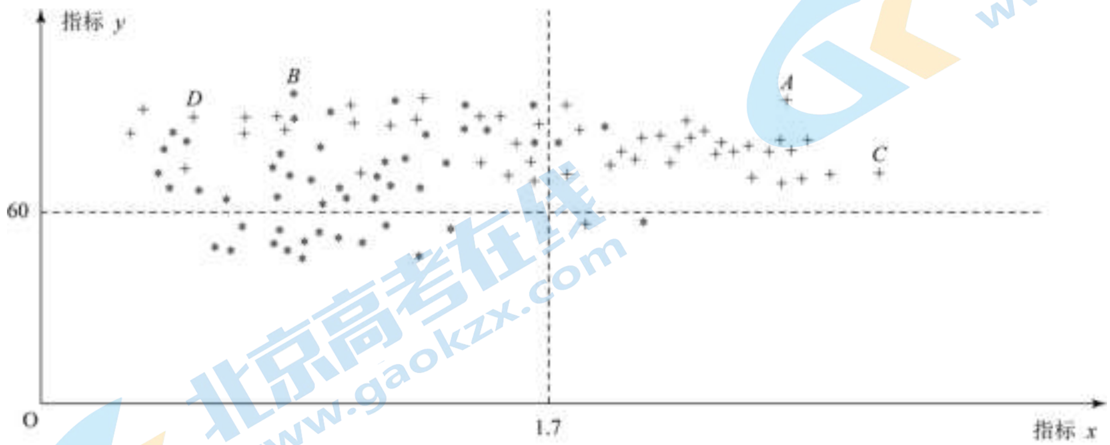
20. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点D是BC边的中点，连接AD，分别过点A，C作$AE\,//\,BC$，$CE\,//\,AD$交于点E，连接DE，交AC于点O.



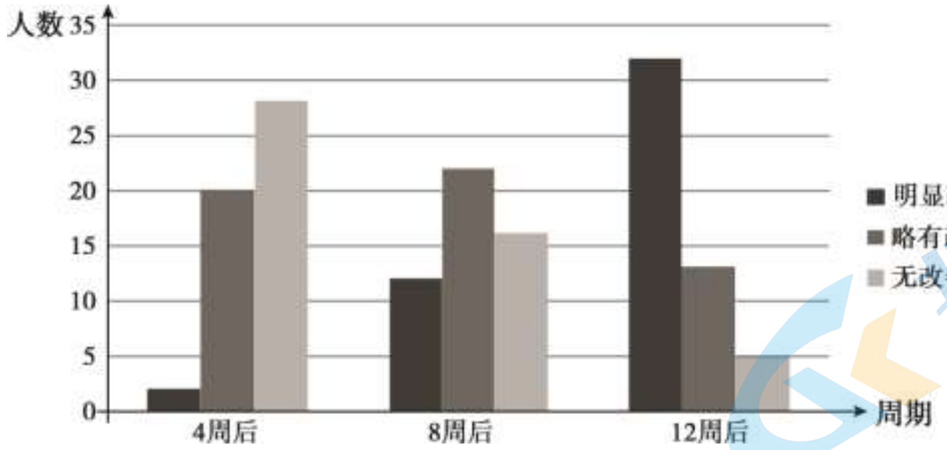
（1）求证：四边形$ADCE$是矩形；

（2）若$AB=10$，$\sin\angle COE=\dfrac{4}{5}$，则$CE$的长为__________.

21. 为了研究一种新药的疗效，选 100 名患者随机分成两组，每组各 50 名，一组服药，另一组不服药，12 周后，记录了两组患者的生理指标x和y的数据，并制成下图，其中“*”表示服药者，“+”表示未服药者；



同时记录了服药患者在 4 周、8 周、12 周后的指标z的改善情况，并绘制成条形统计图.



根据以上信息，回答下列问题：

（1）从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标 x 的值大于 1.7 的概率；

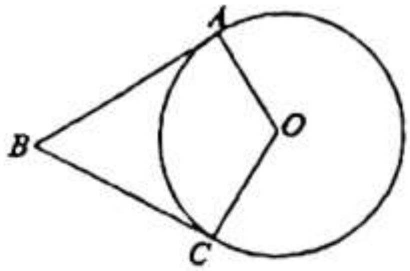
（2）设这 100 名患者中服药者指标 y 数据的方差为 s_1^2，未服药者指标 y 数据的方差为 s_2^2，则 s_1^2 s_2^2；（填“>”、“=”或“<”）

（3）对于指标 z 的改善情况，下列推断合理的是__.

①服药 4 周后，超过一半的患者指标 z 没有改善，说明此药对指标 z 没有太大作用；

②在服药的 12 周内，随着服药时间的增长，对指标 z 的改善效果越来越明显.

22. 如图，四边形 $OABC$ 中 $\angle OAB=\angle OCB=90°$，$BA=BC$．以 O 为圆心，以 OA 为半径作 $\odot O$．



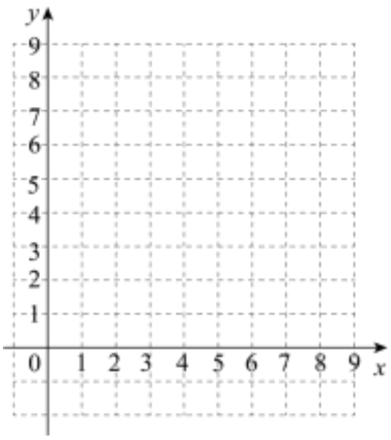
（1）求证：BC 是 $\odot O$ 的切线；

（2）连接 BO 形延长交 $\odot O$ 于点 D，延长 AO 交 $\odot O$ 于点 E，与 BC 的延长线交于点 F，

①补全图形；

②若 $AD=AC$，求证：$OF=OB$．

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=\frac{4}{x}(x>0)$ 图象 G 与直线 $l: y=kx-4k+1$，点 $B(1,n)$（$n\geq 4$，n 为整数）在直线 l 上.



（1）对于任意的 k 直线必过一定点，直接写出这个点的坐标；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫做整点．记图象 G 与直线 l 围成的区域（不含边界）为 W．

①当 $n=5$ 时，求 k 的值，并写出区域 W 内的整点个数；

②若区域 W 内整点个数 m 满足 $2\le m\le 5$ 时，结合函数图象，求 k 的取值范围．

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 A（0，－4）和 B（－2，2）．

（1）求 c 的值，并用含 a 的式子表示 b；

（2）当－2＜x＜0 时，若二次函数满足 y 随 x 的增大而减小，求 a 的取值范围；

（3）直线 AB 上有一点 C（m，5），将点 C 向右平移 4 个单位长度，得到点 D，若抛物线与线段 CD 只有一个公共点，求 a 的取值范围．

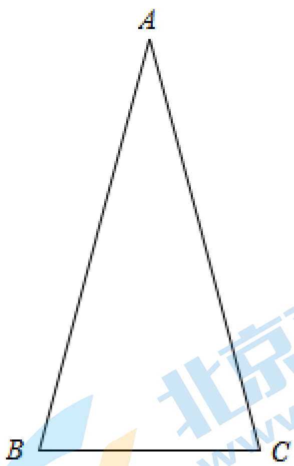
25. 如图，在△ABC 中，∠BAC=30°，AB=AC，将线段 AC 绕点 A 逆时针旋转 α°（0＜α＜180），得到线段 AD，连接 BD，交 AC 于点 P．

（1）当 α=90 时，

①依题意补全图形；

②求证：PD=2PB；

（2）写出一个 α 的值，使得 $PD=\sqrt{3}PB$ 成立，并证明．



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 为过点 $M(m,0)$ 且与 x 轴垂直的直线，对某图形上的点 $P(a,b)$ 作如下变换：当 $b\ge|m|$ 时，作出点 P 关于直线 l 的对称点 P_1，称为Ⅰ（m）变换；当 $b<|m|$ 时，作出点 P 关于

x 轴的对称点 P_2，称为Ⅱ（m）变换．若某个图形上既有点作了Ⅰ（m）变换，又有点作了Ⅱ（m）变换，我们就称该图形为 $m-$ 双变换图形．例如，已知 $A(1,3)$，$B(2,-1)$，如图 1 所示，当 $m=2$ 时，点 A 应作Ⅰ（2）变换，变换后 A_1 的坐标是 $(3,3)$；点 B 作Ⅱ（2）变换，变换后 B_1 的坐标是 $(2,1)$．请解决下面的问题：

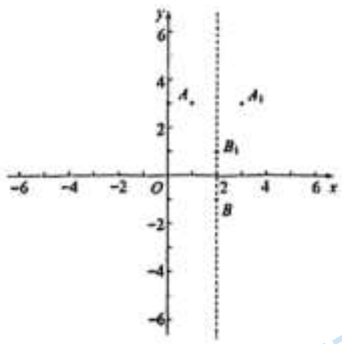


图 1

备用图

（1）当 $m=0$ 时：①已知点 P 的坐标题 $(-2,2)$，则点 P 作相应变换后的点的坐标是__________；②若点 $P(a,b)$ 作相应变换后的点的坐标为 $(-2,3)$，求点 P 的坐标；

（2）已知点 $C(-2,6)$，$D(-5,3)$，①若线段 CD 是 $m-$ 双变换图形，则 m 的取值范围是__________；②已知点 $E(m,m)$ 在第一象限，若 $\triangle CDE$ 及其内部（点 E 除外）组成的图形是 $m-$ 双变换图形，且变换后所得图形记为 G，直接写出所有图形 G 所覆盖的区域的面积．

参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，共 16.0 分）

1.【答案】C【分析】本题考查简单几何体三视图，理解视图的定义，掌握简单几何体的三视图的形状和画法是解题的关键．根据简单几何体三视图的画法判断它们的左视图即可．

【详解】解：A．圆锥的左视图是三角形，因此选项 A 不符合题意；

B．四棱锥的左视图是三角形，因此选项 B 不符合题意；

C．圆柱体的左视图是矩形，因此选项 C 符合题意；

D．球体的左视图是圆，因此选项 D 不符合题意；

故选：C．

2.【答案】D【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时，n 是正整数；当原数的绝对值小于 1 时，n 是负整数．

【详解】解：$0.0000003=3\times10^{-7}$

故选：D

【点睛】本题考查科学记数法的表示方法，科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要确定 a 的值以及 n 的值．

3.【答案】A【分析】本题考查了整式的运算；根据同底数幂的乘法，同底数幂的除法，幂的乘方，积的乘方，逐项分析判断即可求解．

【详解】解：A. $\left(a^2\right)^3=a^6$，故该选项正确，符合题意；

B. $a^2\cdot a^3=a^5$，故该选项不正确，不符合题意；

C. $\left(2a\right)^3=8a^3$，故该选项不正确，不符合题意；

D. $a^{10}\div a^2=a^8$，故该选项不正确，不符合题意；

故选：A．

4.【答案】A【分析】根据 $|a|=|b|$，确定原点的位置，根据实数与数轴，有理数的运算法则即可解答．

【详解】解：$\because |a|=|b|$，

$\therefore$原点在 a，b 的中间，

如图，

由图可得：$|a|<|c|$，$a+b=0$，$a+c>0$，$b+c>0$，$ac<0$，

故选项 A 错误，

故选 A．

【点睛】本题考查数轴，绝对值，有理数的乘法、加法，解题的关键是确定原点的位置．

5.【答案】C【分析】根据多边形的内角和公式$(n-2)\bullet 180°$求出多边形的边数，再根据多边形的外角和是固定的$360°$，依此可以求出多边形的一个外角．

【详解】∵正多边形的内角和是$540°$，

∴多边形的边数为$540°\div 180°+2=5$,

∵多边形的外角和都是$360°$，

∴多边形的每个外角$=360\div 5=72°$.

故选C．

【点睛】本题主要考查了多边形的内角和与外角和之间的关系，关键是记住内角和的公式与外角和的特征，难度适中．

6.【答案】B【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 a 的值代入计算即可求出值；

【详解】原式$=(\frac{a-1}{a-1}+\frac{1}{a-1})\bullet\frac{(a+1)(a-1)}{a}$

$=\frac{a}{a-1}\bullet\frac{(a+1)(a-1)}{a}$

$=a+1$，

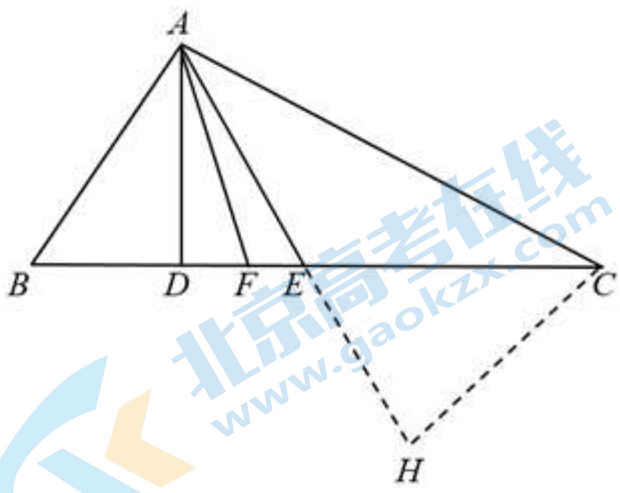
当$a=\sqrt{3}-1$时，原式$=\sqrt{3}-1+1=\sqrt{3}$．

故选：B．

【点睛】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键；

7.【答案】C【分析】延长AE至点H，使$EH=AE$，连接CH，证明$\triangle AEB\cong\triangle HEC$，根据全等三角形的性质得到$AB=CH$，$\angle BAE=\angle H$，根据三角形的高、中线、角平分线的定义解答即可．

【详解】解：假设$AB<AC$，如图所示，延长AE至点H，使$EH=AE$，连接CH，



在$\triangle AEB$和$\triangle HEC$中，

$\begin{cases} AE = HE \\ \angle AEB = \angle HEC \\ BE = CE \end{cases}$,

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle HEC(SAS)$,

$\therefore AB = CH$，$\angle BAE = \angle H$，

$\because AB < AC$，

$\therefore CH < AC$，

$\therefore \angle CAH < \angle H$，

$\therefore \angle CAH < \angle BAE$，

∴点 F 总在点 D，E 之间，

故选：C．

【点睛】本题考查的是全等三角形的判定和性质、三角形的中线、高、角平分线的定义，掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键．

8. 【答案】D【分析】根据图象位置的高低和倾斜程度，逐条判断即可．

【详解】解：①在 $t_1 \le t \le t_2$ 这段时间内，甲企业的图象比乙企业的图象倾斜角度大，故①正确；

②在 t_1 时刻，甲企业的污水排放量高，故②错误；

③在 t_3 时刻，甲、乙两企业的污水排放量在达标量以下，故③正确；

④在 $0 \le t \le t_1$，$t_1 \le t \le t_2$，$t_2 \le t \le t_3$ 这三段时间中，甲企业在 $t_1 \le t \le t_2$ 的图象倾斜角度最大，故④错误．

故答案为：D．

【点睛】本题考查了函数图象的信息，解题关键是准确从图象中获得正确信息，仔细判断．

二、填空题（本大题共 8 小题，共 24.0 分）

9. 【答案】2（答案不唯一）【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，二次根式中的被开方数是非负数．根据二次根式有意义的条件得出 $2x-3 \ge 0$，再求出 x 的范围即可写出答案．

【详解】解：要使二次根式 $\sqrt{2x-3}$ 有意义，必须 $2x-3 \ge 0$，

解得：$x \ge \frac{3}{2}$，

$\therefore x$ 的值可以是 2．

故答案为：2（答案不唯一）．

10. 【答案】$-3(x+2)(x-2)$【分析】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．先提取公因式 -3，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【详解】解：原式 $= -3(x^2 - 4)$

$=-3(x+2)(x-2)$，

故答案为：$-3(x+2)(x-2)$.

11.【答案】$x=-3$【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到x的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】解：去分母得：$2x=x-3$，

解得：$x=-3$，

经检验$x=-3$是分式方程的解.

故答案为$x=-3$.

【点睛】本题考查的是解分式方程，掌握解分式方程的步骤是关键.

12.【答案】$m>-2$【分析】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，根据条件分析函数性质是解题的关键．根据条件，分析出在每个象限内，y随x的增大而减小，得到$m+2>0$，即可得到结果.

【详解】解：$\because$点$A(-3,y_1)$，$B(-1,y_2)$在反比例函数$y=\dfrac{m+2}{x}$的图象上，且$y_1>y_2$，

$\therefore$函数的性质是：y随x的增大而减小，

$\therefore m+2>0$，

$\therefore m>-2$，

故答案为：$m>-2$.

13.【答案】中位数【分析】此题主要考查了统计量的选择，关键是掌握中位数定义．根据中位数：将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数可得答案.

【详解】解：如果去掉一个最高分和一个最低分，则表中数据一定不发生变化的是中位数，

故答案为：中位数.

14.【答案】2【分析】由题意得：$S_{\triangle ABM}=2S_{\triangle AOM}$，又$S_{\triangle AOM}=\frac{1}{2}|k|$，则k的值可求出.

【详解】解：设A（x，y），

$\because$直线$y=mx$与双曲线$y=\dfrac{k}{x}$交于A、B两点，

$\therefore$B（−x，−y），

$\therefore S_{\triangle BOM}=\frac{1}{2}|xy|$，$S_{\triangle AOM}=\frac{1}{2}|xy|$，

$\therefore S_{\triangle BOM}=S_{\triangle AOM}$，

$\therefore S_{\triangle ABM}=S_{\triangle AOM}+S_{\triangle BOM}=2S_{\triangle AOM}=2$，$S_{\triangle AOM}=\frac{1}{2}|k|=1$，则k＝±2.

又由于反比例函数图象位于一三象限，

$\therefore$k＞0，故k＝2.

故答案为2.

【点睛】本题主要考查了反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、y 轴垂线，所得矩形面积为|k|，是经常考查的一个知识点.

15.【答案】$\frac{8}{x}-\frac{8}{10x}=720$【分析】设 4*G* 网络的峰值速率为每秒传输 *x* 千兆，则 5*G* 网络的峰值速率为每秒传输 10*x* 千兆，根据在峰值速率下传输 8 千兆数据，5*G* 网络快 720 秒列出方程即可.

【详解】解：设 4*G* 网络的峰值速率为每秒传输 *x* 千兆，则 5*G* 网络的峰值速率为每秒传输 10*x* 千兆，

根据题意，得 $\frac{8}{x}-\frac{8}{10x}=720$.

故答案为 $\frac{8}{x}-\frac{8}{10x}=720$.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，理解题意，找到等量关系列出方程是解题的关键.

16.【答案】*EBDC*【分析】根据题意，可先确定第二个节目为节目 *E*，继而确定第三个节目和第五个节目的可能性，最后确定了第四个节目，即可得到答案.

【详解】由题意得，首尾两个节目分别是 *A*，*F*，节目 *A* 参演演员有 1、3、5、6、8，节目 *F* 参演演员有 5、7，

由于从演员换装的角度考虑，每位演员不能连续参加两个节目的演出

故可先确定第二个节目为不含演员 1、3、5、6、8 的节目，即节目 *E*；

第三个节目为不含 2、7 的节目，即节目 *B* 或 *C*

第五个节目为不含 5、7 的节目，即节目 *B* 或 *C*

所以，可确定第四个节目为节目 *D*

综上，演出顺序为节目 *AEBDCF* 或 *AECDBF*

故答案为：*EBDC* 或 *ECDB*（写一种即可）.

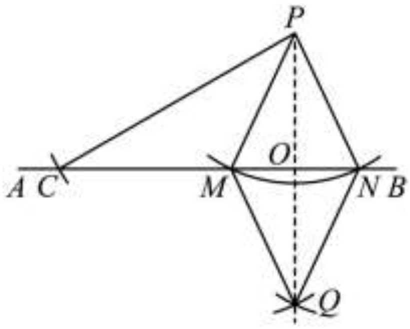
【点睛】本题考查了统计表、利用信息做出决策或方案，能够正确理解题意是解题的关键.

三、解答题（本大影共 10 小题，共 60.0 分）

17.【答案】(1) 见解析；(2) 菱形，菱形对角线互相垂直平分，$\frac{1}{2}$.【分析】(1) 根据图中所给的作图步骤，补全图形，保留作图痕迹.

(2) 根据菱形的判定与性质，即可推得四边形 *PMQN* 是菱形．菱形对角线互相垂直平分，可得 $PQ\perp MN$，$PQ=2PO$，利用正弦函数即可求得所作的叫是 30° 角.

【详解】(1) 如图即为补全的图形；



（2）完成下面的证明．

∵$PM=PN=QM=QN$，

∴四边形 $PMQN$ 是菱形．

∴$PQ\perp MN$，$PQ=2PO$（菱形对角线互相垂直平分）．

∵在 Rt△POC 中，$\sin\angle PCB=\dfrac{PO}{PC}=\dfrac{1}{2}$，

∴$\angle PCB=30°$．

故答案为：菱形，菱形对角线互相垂直平分，$\frac{1}{2}$．

【点睛】本题考查了复杂作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．本题还考查了菱形的判定与性质，及其正弦函数的应用．

18.【答案】$3\sqrt{3}+4$【分析】利用二次根式的性质，绝对值的性质，负整数指数幂，特殊锐角三角函数值计算即可．

【详解】解：原式$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+4+3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+4+\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}+4$．

【点睛】本题考查了实数的运算，相关知识有二次根式的性质，绝对值的性质，负整数指数幂，特殊锐角三角函数值，熟练掌握相关运算法则是解题的关键．

19.【答案】$-2<x\le2$，0，1，2【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集，利用数轴求出它们的交集，即可求得整数解．

【详解】由$3x-4>2(x-3)$，得$x>-2$，

由$\dfrac{x+4}{3}\ge x$，得$x\le2$，

∴此不等式组的解集是$-2<x\le2$，

∴此不等式组所有非负整数解是 0，1，2．

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，正确求出不等式组的解集是解答此题的关键．

20.【答案】（1）证明见解析；

（2）$2\sqrt{5}$.【分析】(1）根据等腰三角形的性质得到 $AD\perp BC$ 于点 D，根据矩形的判定定理即可得到结论；

（2）过点 E 作 $EF\perp AC$ 于 F，解直角三角形即可得到结论.

【小问 1 详解】

解：证明：$\because AB=AC$，点 D 是 BC 边的中点，

$\therefore AD\perp BC$，

$\because AE\parallel BC$，$CE\parallel AD$，

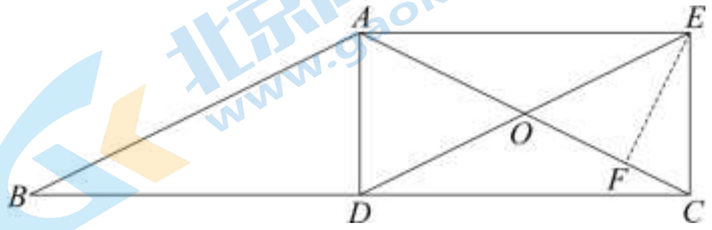
$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 是平行四边形，

$\because AD\perp BC$，

$\therefore$ 平行四边形 $ADCE$ 是矩形；

【小问 2 详解】

解：如下图，过点 E 作 $EF\perp AC$ 于 F，



$\because AB=10$，

$\therefore AC=10$，

$\because$ 四边形 $ADCE$ 是矩形，

$\therefore OE=OC=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}AC=5$，

$\because \sin\angle COE=\frac{4}{5}=\frac{EF}{OE}$，

$\therefore EF=4$，

$\therefore OF=\sqrt{OE^2-EF^2}=3$，

$\because OE=OC=5$，

$\therefore CF=2$.

$\therefore CE=\sqrt{EF^2+CF^2}=2\sqrt{5}$，

故答案为 $2\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了矩形的判定与性质、勾股定理、三角函数的定义、等腰三角形三线合一，熟记特殊四边形的判定与性质是解题的关键.

21.【答案】(1）6%；（2）>；（3）②【分析】(1)根据图 1，可以的打指标 x 的值大于 1.7 的概率；

(2)根据图 1，可以得到 s_1^2 和 s_2^2 的大小情况；

(3)根据图 2，可以判断哪个推断合理.

【详解】(1)指标 x 的值大于 1.7 的概率$=3\div 50=\dfrac{3}{50}=6\%$;

(2)由图 1 可知，$s_1^2>s_2^2$，

故答案为：>；

(3)由图 2 可知，推断合理的是②，

故答案为：②.

【点睛】本题考查了条形统计图、其他统计图、方差、概率，解题本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

22.【答案】(1) 见解析

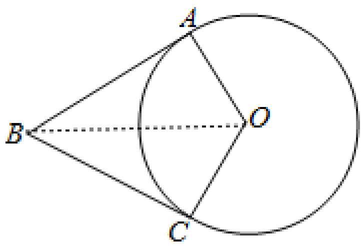
(2) ①补全图形见解析；②见解析【分析】本题是圆的综合题，考查了圆的有关知识，全等三角形的判定和性质，熟练运用这些性质进行推理是本题的关键.

(1) 连接 BO，由 "HL" 可证 $\mathrm{Rt}\triangle ABO\cong \mathrm{Rt}\triangle CBO$，可得 $AO=CO$，由切线的判定可得结论；

(2) ①依照题意画出图形，如图所示；②由全等三角形的性质可得 $\angle AOB=\angle BOC$，由在同圆或等圆中，等弧所对的圆周角相等可得 $\angle AOC=\angle AOD=\angle COD=120°$，由外角的性质和直角三角形的性质可得 $\angle F=30°=\angle OBC$，可得 $OB=OF$.

【小问 1 详解】

证明：如图，连接 BO，



$\because \angle OAB=\angle OCB=90°$，$BA=BC$，$BO=BO$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ABO\cong \mathrm{Rt}\triangle CBO(\mathrm{HL})$，

$\therefore AO=CO$，

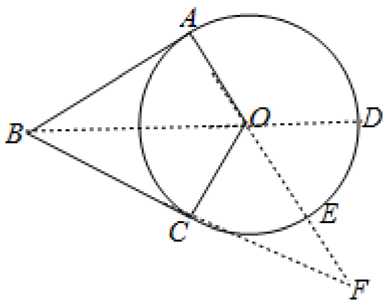
$\therefore CO$ 是 $\odot O$ 的半径，

又$\because \angle BCO=90°$，

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线；

【小问 2 详解】

①解：依照题意画出图形，如图所示，



②证明：$\because \text{Rt}\triangle ABO \cong \text{Rt}\triangle CBO$，

$\therefore \angle AOB=\angle BOC$，

$\therefore \angle AOD=\angle COD$，

$\because$ $AD=AC$，

$\therefore \angle AOC=\angle AOD$，

$\therefore \angle AOC=\angle AOD=\angle COD=120^\circ$，

$\therefore \angle AOB=\angle BOC=60^\circ$，

$\because \angle BCO=90^\circ$，

$\therefore \angle OBC=30^\circ$，

$\because \angle AOB=\angle OBC+\angle F=60^\circ$，

$\therefore \angle F=30^\circ=\angle OBC$，

$\therefore OB=OF$．

23.【答案】(1) $(4,1)$

(2) ①2；② $-2\le k\le -\frac{4}{3}$【分析】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：求反比例函数与一次函数的交点坐标，利用数形结合的思想是解题的关键．

(1) 解析式进行变形即可求得定点的坐标；

(2) ①当 $n=5$ 时，$B(1,5)$，将 $B(1,5)$ 代入 $y=kx-4k+1$，求得 k 即可，画图可得整点的个数；②分两种情况：直线 $l:y=kx-4k+1$ 过 $(1,6)$，直线 $l:y=kx-4k+1$ 过 $(1,7)$，画图根据区域 W 内恰有 5 个整点，结合①即可确定 k 的取值范围．

【小问 1 详解】

解：$\because$ 直线 $l:y=kx-4k+1=k(x-4)+1$，

$\therefore$ 直线必过一定点 $(4,1)$；

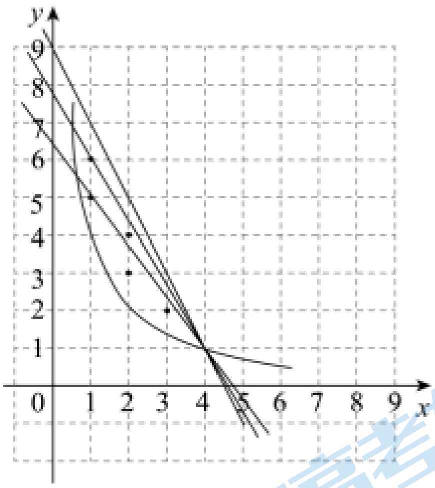
【小问 2 详解】

解：①当 $n=5$ 时，$B(1,5)$，将 $B(1,5)$ 代入 $y=kx-4k+1$，

得：$5=k-4k+1$，

解得 $k=-\frac{4}{3}$，

如图所示，



区域 W 内的整点有 $(2,3),(3,2)$，有 2 个；

②直线 $l:y=kx-4k+1$ 过 $(1,6)$ 时，$k=-\frac{5}{3}$，区域 W 内恰有 4 个整点，

直线 $l:y=kx-4k+1$ 过 $(1,7)$ 时，$k=-2$，区域 W 内恰有 5 个整点，

当 $n\geq 8$ 时，区域内的整点的个数大于 5，

∴区域 W 内整点个数 m 满足 $2\leq m\leq 5$ 时，k 的取值范围是 $-2\leq k\leq -\frac{4}{3}$.

24. 【答案】（1）$b=2a-3$；（2）$-\frac{3}{2}\leq a<0$ 或 $0<a\leq\frac{3}{2}$；（3）$0<a<4$ 或 $a=-3-\frac{3}{2}\sqrt{3}$.【分析】（1）把点 A（0，－4）和 B（－2，2）分别代入 $y=ax^2+bx+c$，即可求解；

（2）当 $a<0$ 时，依题意抛物线的对称轴需满足 $-\frac{2a-3}{2a}\leq-2$；当 $a>0$ 时，依题意抛物线的对称轴需满足 $-\frac{2a-3}{2a}\geq 0$，即可求解；

（3）①当 $a>0$ 时，若抛物线与线段 CD 只有一个公共点，则抛物线上的点（1，$3a-7$）在 D 点的下方，即可求解；②当 $a<0$ 时，若抛物线的顶点在线段 CD 上，则抛物线与线段只有一个公共点，即可求解.

【详解】解：（1）把点 A（0，－4）和 B（－2，2）分别代入 $y=ax^2+bx+c$ 中，得

$c=-4$，$4a-2b+c=2$.

∴$b=2a-3$；

（2）当 $a<0$ 时，依题意抛物线的对称轴需满足 $-\frac{2a-3}{2a}\leq-2$，

解得 $-\frac{3}{2}\leq a<0$.

当 $a>0$ 时，依题意抛物线的对称轴需满足 $-\dfrac{2a-3}{2a}\geq 0$，

解得 $0<a\leq\dfrac{3}{2}$．

∴a 的取值范围是 $-\dfrac{3}{2}\leq a<0$ 或 $0<a\leq\dfrac{3}{2}$；

（3）设直线 AB 的表达式为：$y=mx+n$，则 $\begin{cases}n=-4\\2=-2m+n\end{cases}$，解得：$\begin{cases}m=-3\\n=-4\end{cases}$，

故直线 AB 表达式为 $y=-3x-4$，把 C（m，5）代入得 $m=-3$．

∴C（-3，5），由平移得 D（1，5）．

①当 $a>0$ 时，若抛物线与线段 CD 只有一个公共点（如图 1），

$y=ax^2+bx+c=ax^2+(2a-3)-4$，当 $x=1$ 时，$y=3a-7$，

则抛物线上的点（1，$3a-7$）在 D 点的下方，

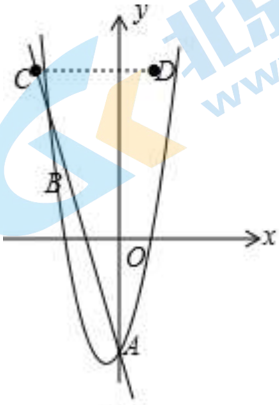


图1

∴$a+2a-3-4<5$．

解得 $a<4$．

∴$0<a<4$；

②当 $a<0$ 时，若抛物线的顶点在线段 CD 上，

则抛物线与线段只有一个公共点（如图 2），

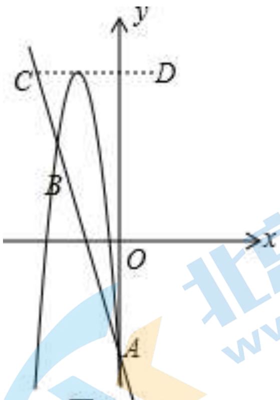


图2

$\therefore \dfrac{4ac-b^2}{4a}=5$.

即 $\dfrac{4a\times(-4)-(2a-3)^2}{4a}=5$.

解得 $a=-3+\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$（舍去）或 $a=-3-\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$.

综上，a 的取值范围是 $0<a<4$ 或 $a=-3-\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$.

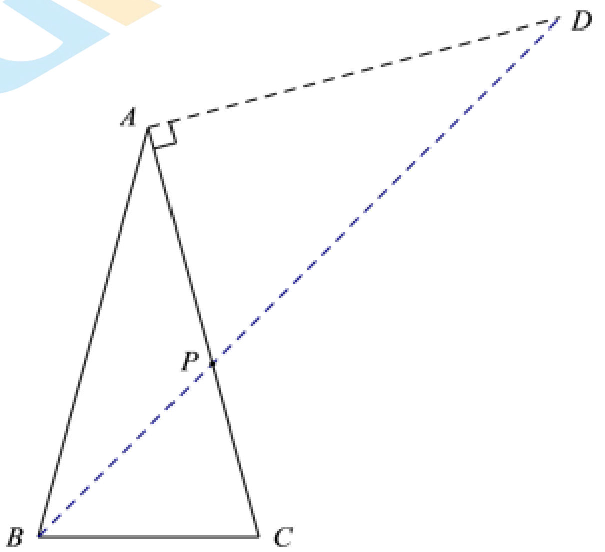
【点睛】本题考查的是二次函数综合运用，涉及到一次函数的性质、解不等式等，解题的关键是通过画图确定抛物线图象与直线之间的位置关系，进而求解.

25.【答案】(1) ①见解析；②见解析；(2) 当 $\alpha=60°$(或 $120°$)时，$PD=\sqrt{3}PB$，证明见解析【分析】(1) 当 $\alpha=90°$ 时，①依题意即可补全图形；

②根据 30 度角所对直角边等于斜边一半即可证明 PD=2PB；

(2) 当 α 的值为 60（或 120）度时，根据相似三角形的性质即可证明 PD=$\sqrt{3}$PB 成立.

【详解】(1) ①如图



②∵$AC=AD$，$AB=AC$

∴$AB=AD$，$\angle ABD=\angle ADB$

又∵$\angle BAC=30°$，$\angle BAD=90°$

∴$\angle ABD=\angle ADB=30°$

∴$AP=BP$

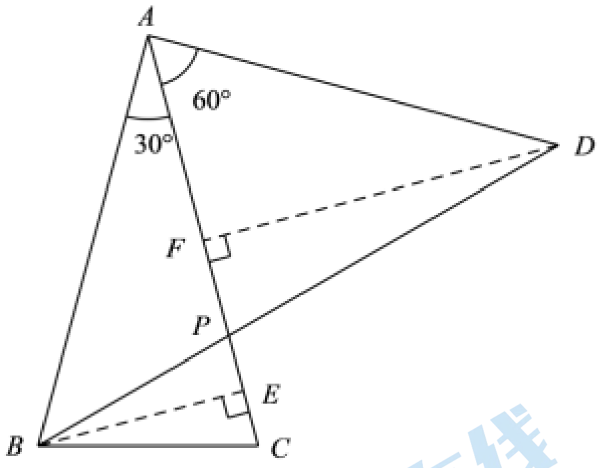
在 Rt$\triangle APD$ 中，$\angle ADB=30°$

∴$PD=2AP$

∴$PD=2PB$

(2) 当 $\alpha=60°$(或 $120°$)时，$PD=\sqrt{3}PB$

情况I：当 $\alpha=60°$时，过点 D 作 $DF\perp AC$，垂足为点 F，过点 B 作 $BE\perp AC$，垂足为点 E，



$\therefore DF // BE$

$\therefore \triangle DFP \backsim \triangle BEP$

$\therefore \dfrac{DF}{BE}=\dfrac{PD}{PB}$

在 Rt△ABE 中，$\angle BAC=30°$

$\therefore AC=2BE$

在 Rt△ADF 中，$\angle CAD=60°$

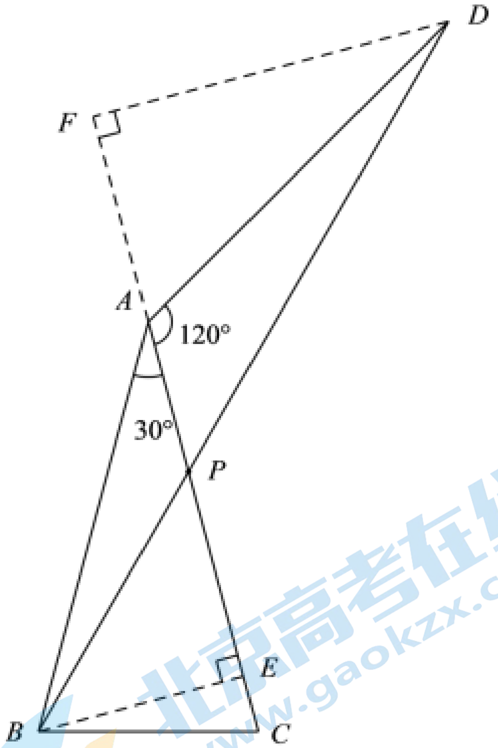
$\therefore AD=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}DF$

又$\because AD=AC=AB$

$\therefore 2BE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}DE$，即 $\sqrt{3}BE=DF$

$\therefore \sqrt{3}PB=PD$

情况II：当 $\alpha=120°$时，过点 D 作 $DF\perp AC$，交 CA 的延长线于点 F， 过点 B 作 $BE\perp AC$，垂足为点 E，



$\therefore DF // BE$

$\therefore \triangle DFP \backsim \triangle BEP$

$\therefore \dfrac{DF}{BE}=\dfrac{PD}{PB}$

在 Rt$\triangle ABE$ 中，$\angle BAC=30°$

$\therefore AC=2BE$

在 Rt$\triangle ADF$ 中，$\angle FAD=60°$

$\therefore AD=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}DF$

又$\because AD=AC=AB$

$\therefore 2BE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}DE$，即 $\sqrt{3}BE=DF$

$\therefore \sqrt{3}PB=PD$

【点睛】本题考查了作图-旋转变换、含 30 度角的直角三角形、相似三角形的判定与性质，解决本题的关键是掌握旋转的性质．

26. 【答案】（1）①$\left(2,2\right)$；② $P(2,3)$ 或 $P\left(-2,-3\right)$

（2）①$-6\le m<-3$ 或 $3<m\le 6$；②12【分析】（1）①根据变换的定义求出$\left(-2,2\right)$相应变换后的点的坐标即可；②分两种情形：$b\ge 0, b<0$，分别构建不等式解决问题即可；

（2）①根据 C，D 两点的纵坐标，结判断出 m 的范围即可；②把$\triangle CDE$ 沿 EF 分成两个三角形，分别判

断$\triangle CEF$ 和$\triangle DEF$ 作什么变换，推出 G 的面积$=S_{\triangle CEF}+S_{\triangle DEF}=S_{\triangle CDE}$，设$CD$的解析式为$y=kx+b$，将点$C$，$D$的坐标代入$y=kx+b$，建立关于$k$，$b$的二元一次方程组，解方程组求出$k$，$b$值后即可得到$CD$的解析式，当$y=m$时，$x=m-8$，求出点$F$的坐标和$EF$ 的长，即可求出图形G所覆盖的区域的面积.

【小问 1 详解】

解：①$m=0, 2>|m|$，

$\therefore (-2,2)$相应变换后的点的坐标是$(2,2)$，

故答案为：$(2,2)$；

②$\because m=0$，

$\therefore$直线l为y轴，

若$b\geq 0$，点$P(a,b)$作相应变换后的点的坐标为$(-2,3)$，则点P的坐标$(2,3)$；

若$b<0$，则$P(a,b)$作相应变换后的点$(-2,3)$，则点P的坐标$(-2,-3)$；

综上，$P(2,3)$或$P(-2,-3)$；

【小问 2 详解】

解：①由题可知，线段CD是$m-$双变换图形，点$C(-2,6)$，$D(-5,3)$，

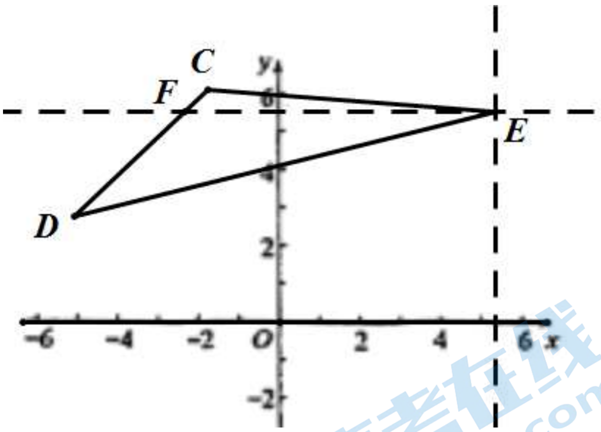
$\therefore 6\geq |m|, 3<|m|$，

$\because 6>3$，

$\therefore -6\leq m<-3$或$3<m\leq 6$.

故答案为：$-6\leq m<-3$或$3<m\leq 6$；

②如图，



把$\triangle CDE$沿EF分成两个三角形，$\triangle CEF$ 作Ⅰ（m）变换，$\triangle DEF$ 作Ⅱ（m）变换，

图形G的面积$=S_{\triangle CEF}+S_{\triangle DEF}=S_{\triangle CDE}$，

设CD的解析式为$y=kx+b$，

将点$C(-2,6)$，$D(-5,3)$代入$y=kx+b$，

得：$\begin{cases}-2k+b=6\\-5k+b=3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=1\\b=8\end{cases}$，

$\therefore CD$ 的解析式为 $y=x+8$，

当 $y=m$ 时，$x=m-8$，

$\therefore$ 点 $F\left(m-8,m\right)$，

$\therefore EF=m-\left(m-8\right)=8$，

$\therefore S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\times 8\left(m-3\right)+\frac{1}{2}\times 8\left(6-m\right)=4\left(m-3+6-m\right)=4\times 3=12$．

【点睛】本题属于几何变换综合题，主要考查轴对称的性质，新定义问题和三角形的面积公式，深入理解题意是解决问题的关键．