北京八中2019-2020学年度第一学期综合练习10月

高三第三次综合练习 数学试题

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x|x>1\}$，$B=\{x|x<m\}$，且 $A\cup B=\mathbf{R}$，那么 m 的值可以是 【 】

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

2. 在复平面内，复数 $(2-i)^2$ 对应的点位于 【 】

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 函数 $y=1-2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ 是（ ）

A. 最小正周期为 π 的偶函数　　B. 最小正周期为 π 的奇函数

C. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数　　D. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数

4. 将函数 $y=\sin(2x+\varphi)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位，得到一个偶函数的图象，则 φ 的一个可能取值为 【 】

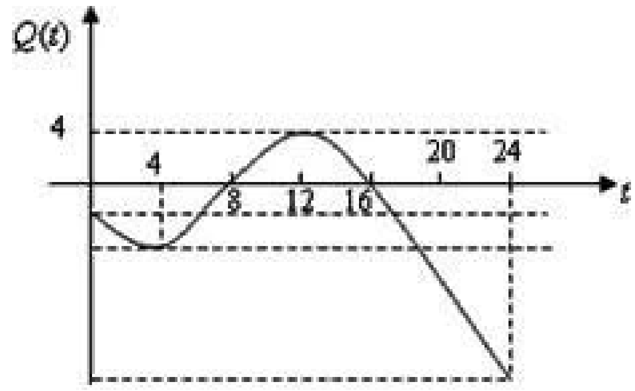
A. $\frac{3\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

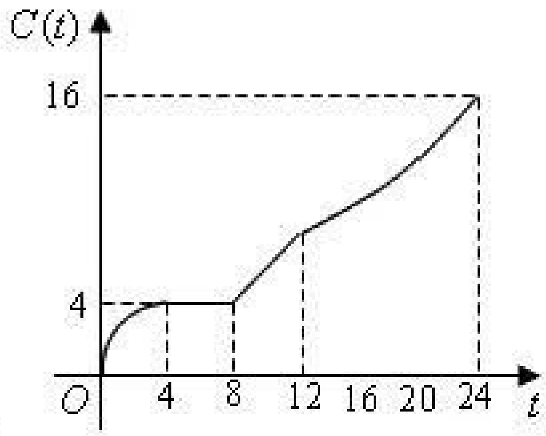
5. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x(\omega>0)$，$y=f(x)$ 的图象与直线 $y=2$ 的两个相邻交点的距离等于 π，则 $f(x)$ 的单调递增区间是 【 】

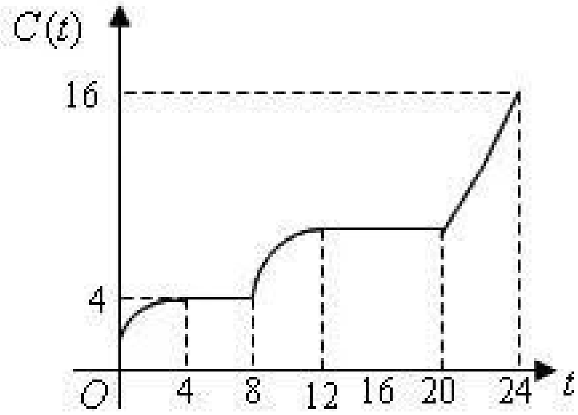
A. $\left[k\pi-\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{5\pi}{12}\right],k\in Z$　　B. $\left[k\pi+\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{11\pi}{12}\right],k\in Z$

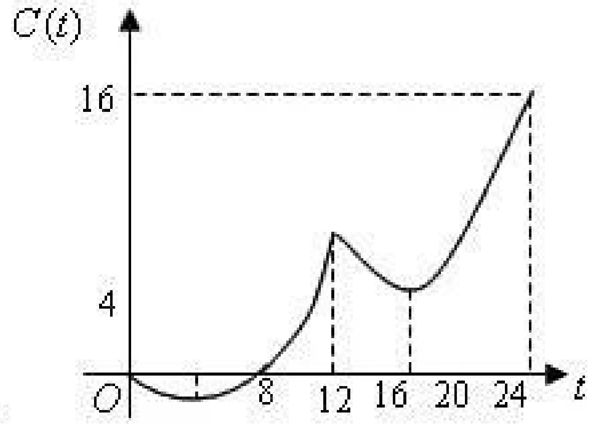
C. $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right],k\in Z$　　D. $\left[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right],k\in Z$

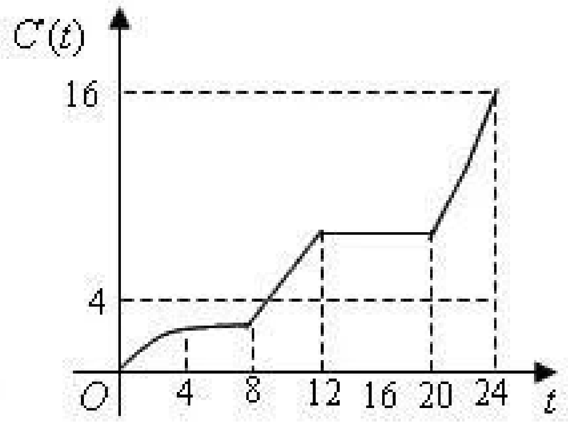
6. 某地一天内的气温 $Q(t)$（单位：℃）与时刻 t（单位：时）之间的关系如下图所示，令 $C(t)$ 表示时间段 $[0,t]$ 内的温差（即时间段 $[0,t]$ 内最高温度与最低温度的差）. $C(t)$ 与 t 之间的函数关系用下列图象表示，则正确的图象大致是　　　　【　　】



A.


B.


C.


D.


7. 下列命题中为（晓观数学）真命题的个数是　　　　【　　】

①若 $x\neq 0$，则 $x+\dfrac{1}{x}\geq 2$.

②"$a=1$"是"直线 $x-ay=0$ 与直线 $x+ay=0$ 互相垂直"的充要条件.

③已知 $x\in R$，则"$x>1$"是"$x>2$"的充分不必要条件

④若命题 p："$\exists x\in(0,+\infty)$，$x^2-x-1>0$"，则命题 p 的否定为："$\forall x\in(0,+\infty)$，$x^2-x-1\leq 0$".

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

8. 设S、T是$\mathbf{R}$的两个非空子集，如果存在一个从S到T的函数$y=f(x)$满足：

(i) $T=\{f(x)|x\in S\}$；(ii) 对任意$x_1,x_2\in S$，当$x_1<x_2$时，恒有$f(x_1)<f(x_2)$.

那么称这两个集合“保序同构”. 以下集合对不是“保序同构”的是 【　　】

A. $A=\mathbf{N}^*$，$B=\mathbf{N}$

B. $A=\{x|-1\le x\le 3\}$，$B=\{x|x=-8或0<x\le 10\}$

C. $A=\{x|0<x<1\}$，$B=\mathbf{R}$

D. $A=\mathbf{Z}$，$B=\mathbf{Q}$

二、填空题

9. 在$\triangle ABC$中，若$a=2$，$\cos A=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos B=-\dfrac{1}{4}$，则$b=$________.

10. 将序号分别是 1、2、3、4、5 的 5 张参观券全部分给 4 人，每人至少 1 张，如果分给同一人的 2 张参观券连号，那么不同的分法有______种. (用数字作答)

11. 函数$f(x)=\begin{cases}2^x,(x\ge 0)\\ \log_2(-x),(x<0)\end{cases}$，若$f(x_0)=2$，则$x_0=$__________.

12. 已知函数$f(x)=3x^2+ax^2+b$在$x=1$处有极小值$\dfrac{1}{2}$，（晓观数学）则b的值为__________.

13. $(2+x)^5$的展开式中x^2的系数是______(结果用数值表示).

14. 如图所示，$f(x)$是定义在区间$[-c,c](c>0)$上的奇函数，令$g(x)=af(x)+b$，并有关于函数$g(x)$的四个结论：

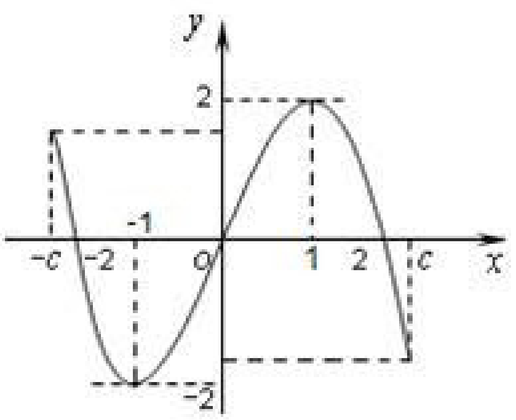
①若$a>0$，对于$[-1,1]$内的任意实数$m,n(m<n)$，$\dfrac{g(n)-g(m)}{n-m}>0$恒成立.

②函数$g(x)$是奇函数的充要条件是$b=0$.

③若$a\ge 1$，$b<0$，则方程$g(x)=0$必有 3 个实数根.

④$\forall a\in R$，$g(x)$的导函数$g'(x)$恰有两个零点.

其中所有正确结论的序号是__________.



三、解答题

15. 已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{2\cos^2\dfrac{x}{2}-\sqrt{3}\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}-1}{\sin^2\dfrac{x}{2}-\cos^2\dfrac{x}{2}}$.

(1)求 $f\left(x\right)$ 的定义域及最小正周期.

(2)写出 $f\left(x\right)$ 的单调区间.

16. 设函数 $f\left(x\right)=\cos\left(2x-\dfrac{4\pi}{3}\right)+2\cos^2 x$.

(1)求 $f\left(x\right)$ 的最大值，并写出使 $f\left(x\right)$ 取最大值时 x 的集合；（晓观数学）

(2)已知 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ，若 $f\left(B+C\right)=\dfrac{3}{2}$， $b+c=2$ ，求 a 的最小值.

17. 某课外小组计划在周六和周日各举行一次主题不同的活动，分别由李老师和陈老师负责，已知该小组共有 7 位学生，每次活动均需该小组的 3 位学生参加. 假设李老师和陈老师分别将各自活动通知的信息独立随机地发给该组的 3 位学生，且所发信息都能收到.

(1)求该组学生甲收到李老师或陈老师所发活动通知信息的概率.

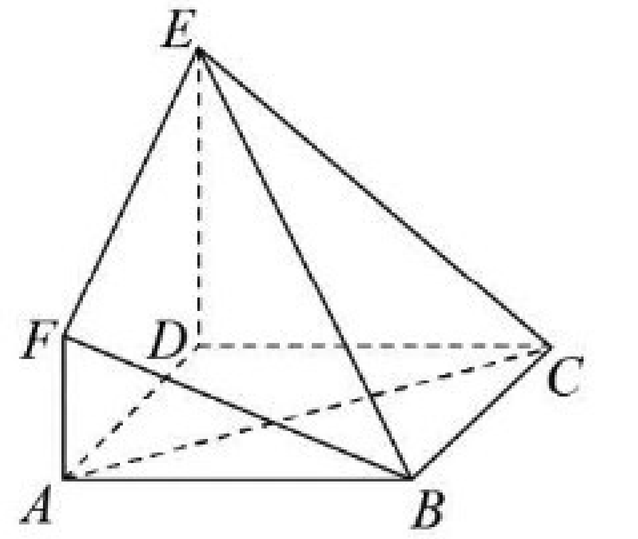
(2)求该组同时收到两位老师所发信息的人数 X 的分布列和数学期望.

18. 如图，$ABCD$是边长为3的正方形，$DE\perp$平面$ABCD$，$AF // DE$，$DE=3AF$，BE与平面$ABCD$所成角为ω.

(1) 求证：$AC\perp$平面BDE.

(2) 求二面角$F-BE-D$的余弦值.

(3) 设点M是线段BD上的一个动点，试确定点M的位置，使得$AM //$平面BEF，并证明你的结论.



19. 已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2+2x+a, x<0\\ \ln x-1, x>0\end{cases}$，其中$a$是实数，设$A\left(x_1,f\left(x_1\right)\right)$，$B\left(x_2,f\left(x_2\right)\right)$为该函数图象上的两点，且$x_1<x_2$.

(1) 指出函数$f(x)$的单调区间；

(2) 若函数$f(x)$的图象在点A、B处的切线互相垂直，且$x_2<0$，求x_2-x_1的最小值.

(3) 若函数$f(x)$的图象在点A、B处的切线重合，求a的取值范围.

20. 已知每项都是正整数的数列$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_{100}$，其中等于$i$的项有$k_i$个（$i=1,2,3,\cdots$），设（晓观数学）

$b_j=k_1+k_2+\cdots+k_j\left(j=1,2,3,\cdots\right)$，$g\left(m\right)=b_1+b_2+\cdots+b_m-100m\left(m=1,2,3,\cdots\right)$.

(1) 若$k_1=40$，$k_2=30$，$k_3=20$，$k_4=10$，$k_5=\cdots k_{100}=0$，求$g\left(1\right)$，$g\left(2\right)$，$g\left(3\right)$，$g\left(4\right)$.

(2) 若$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_{100}$中最大的项为50，比较$g\left(m\right)$与$g\left(m+1\right)$的大小.

(3) 若$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}=200$，求函数$g\left(m\right)$的最小值.