名卷· A10联盟2020
数学（文

巢湖一中 合肥八中 淮南二中 六安一中 南陵中学 舒城中学 太湖中学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)

1. 设集合 $A=\left\{x\left|y=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}\right.\right\}$，$B=\{-1,0,1,2,3\}$，则 $(\complement_{R}A)\cap B=$（　　）

A. $\{2\}$　　B. $\{-1,0,1,2\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

2. 下列命题中正确的是（　　）

A. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$e^{x_0}\leqslant 0$

B. $\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x>x^2$

C. 若 $\neg p\wedge q$ 是假命题，则 $p\vee\neg q$ 是真命题

D. $1\geqslant 0$ 是假命题

3. 若向量 $\boldsymbol{m}=(2,3)$，$\boldsymbol{n}=(-1,\lambda)$，且 $\boldsymbol{m}\perp(2\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n})$，则实数 λ 的值为（　　）

A. $-\dfrac{32}{9}$　　B. $\dfrac{32}{9}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $-\dfrac{3}{2}$

4. 若 $\log_{\frac{1}{2}}(-m)<\log_{\frac{1}{2}}(-n)$，则（　　）

A. $\sqrt[3]{m}>\sqrt[3]{n}$　　B. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^m<\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

C. $\dfrac{1}{4+m}>\dfrac{1}{4+n}$　　D. $\dfrac{m}{n}>1$

5. 已知不等式组 $\begin{cases}x+3y-3\geqslant 0\\x\leqslant 3\\y\leqslant 1\end{cases}$ 表示的平面区域为 D，直线 $l:y=kx+1-3k$ 把 D 的面积分成 $3:1$ 的两份，则 $k=$（　　）

A. $\dfrac{1}{9}$ 或 1　　B. $-\dfrac{1}{9}$ 或 -1　　C. $\dfrac{1}{3}$ 或 $\dfrac{1}{4}$　　D. $-\dfrac{1}{3}$ 或 $-\dfrac{1}{4}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，$\sin A:\sin B:\sin C=4:7:9$，则 $\triangle ABC$ 的最大内角的余弦值为（　　）

A. $\dfrac{1}{7}$　　B. $-\dfrac{1}{7}$　　C. $\dfrac{2}{7}$　　D. $-\dfrac{2}{7}$

届高三上学期11月段考

科）试题

文长中学 屯溪一中 宣城中学 滁州中学 池州一中 阜阳一中 灵璧中学

分，满分150分，考试时间120分钟，请在答题卷上作答。

7．设函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+6x, x\geq 0\\ -4x, x<0\end{cases}$，则函数 $g(x)=f(x)+x-8$ 的零点个数为（　　）

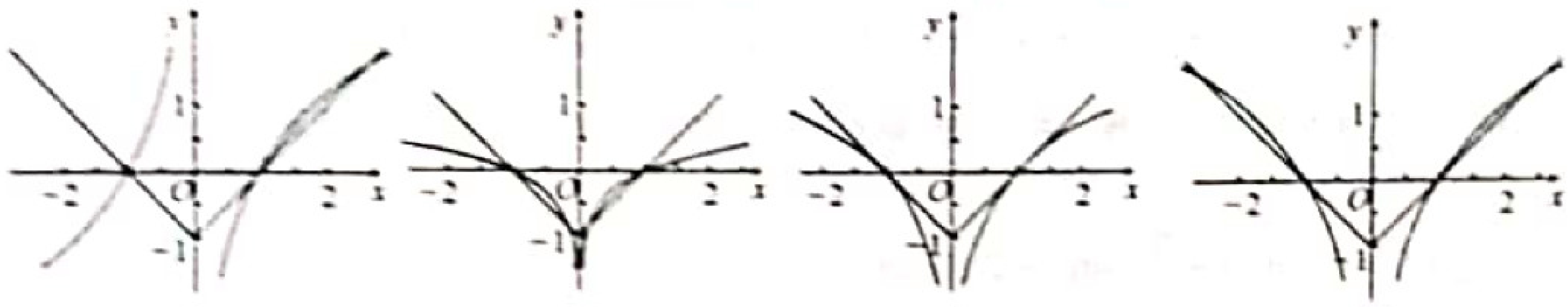
A．0　　　B．1　　　C．2　　　D．3

8．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，前 n 项和为 S_n，则“$a_1>0, d>0$”是“$S_3+S_9>2S_6$”的（　　）

A．充分不必要条件　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　D．既不充分也不必要条件

9．已知函数 $f(x)=|x|-1$，$g(x)=\log_a|x|$，当 $1<a<e$ 时，$f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象大致是（　　）



A.　　　B.　　　C.　　　D.

10．若 $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$，则 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$（　　）

A．$-\frac{1}{8}$　　　B．$\frac{1}{8}$　　　C．$\frac{7}{16}$　　　D．$-\frac{7}{16}$

11．已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x+e^x-\frac{1}{e^x}$，其中e是自然对数的底数．若 $f(5a-1)+f(6a^2)\leq 0$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$[-3,2]$　　　B．$[-2,3]$　　　C．$\left[-1,\frac{1}{6}\right]$　　　D．$\left[-\frac{1}{6},1\right]$

12．设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_1=2$，对任意 $p,q\in N^*$，都有 $a_{p+q}=a_p\cdot a_q$，则 $\frac{S_{n-1}\cdot(S_{n-1}+4)+260}{a_n}$ $(n>1, n\in N^*)$ 取得最小值时，$n=$（　　）

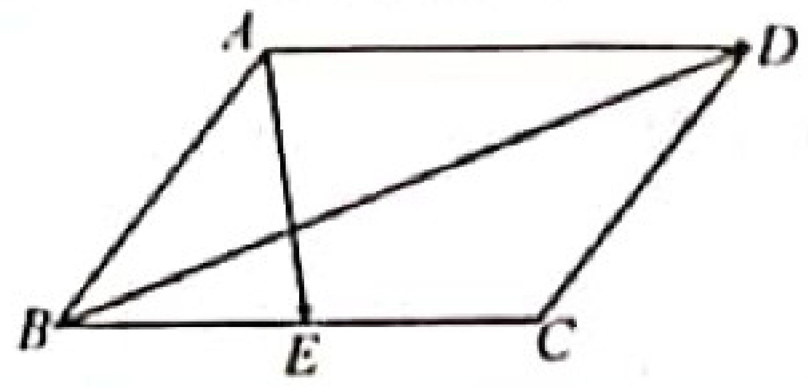
A．2　　　B．3　　　C．4　　　D．5

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}x, x>0\\ 4^{x-3}, x\leqslant 0\end{cases}$，则 $f\left(f(-3)\right)=$________.

14. 平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 是线段 BC 的中点，若 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AD}+\mu\overrightarrow{BD}$，则 $\lambda-\mu=$__________.



15. 中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题："三百七十八里关，初行健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见次日行里数，请公仔细算相还." 其意思是"有一个人走 378 里，第一天健步行走，从第二天起脚痛每天走的路程是前一天的一半，走了 6 天后到达目的地." 请问前三天走了_____里.

16. 若关于 x 的不等式 $e^x>a\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 10 分）

函数 $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\sin x-2\sqrt{3}\sin^2 x$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

（Ⅱ）当 $x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{12}\right]$ 时，求函数 $f(x)$ 的值域.

18.（本小题满分 12 分）

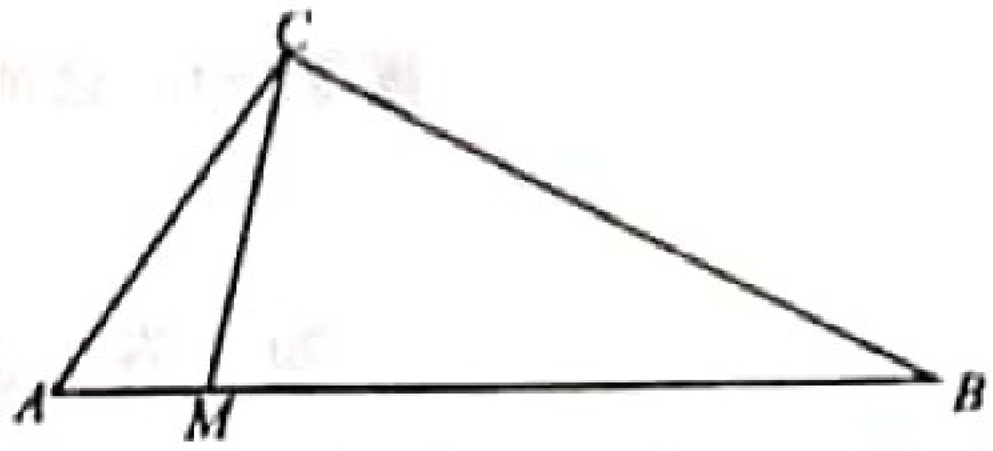
已知 $p: m-1\leqslant t\leqslant m^2+1$，$q$: 函数 $f(x)=\log_3 x-t$ 在区间 $\left(\frac{1}{9},9\right)$ 上没有零点.

（Ⅰ）若 $m=0$，且命题 $p\wedge(\neg q)$ 为真命题，求实数 t 的取值范围；

（Ⅱ）若 p 是 q 成立的充分不必要条件，求实数 m 的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $\frac{2a^2+\sqrt{6}bc}{b^2+c^2}=2$，$b=6$，点 M 在边 AB 上，且 $BC=BM$，$S_{\triangle ACM}=\frac{3\sqrt{15}}{2}$.



（Ⅰ）求 AM 的值；

（Ⅱ）求 $\frac{\sin\angle ACM}{\sin\angle BCM}$ 的值.

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^2-(2a+2)x+2a\ln x\ (a>0)$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上的最小值.

21.（本小题满分 12 分）

数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，公比不为 1，$a_1=3$，且 $3a_1,2a_2,a_3$ 成等差数列.

（Ⅰ）设数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求 S_n；

（Ⅱ）设 $b_n=\log_3 a_{2n-1}$，T_n 为数列 $\left\{\frac{4n^2+3}{b_n\cdot b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和，求不超过 T_{2019} 的最大整数.

22.（本小题满分 12 分）

已知 $x=1$ 是函数 $f(x)=xe^x-a\ln x$ 的极值点.

（Ⅰ）求 a 的值，并讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）当 $a\geq 2b$ 时，证明：$2f(x)-a\geq 2b(x-1)^2$.

号卷·A10联盟2020届高三上学期11月段考

数学（文科）参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

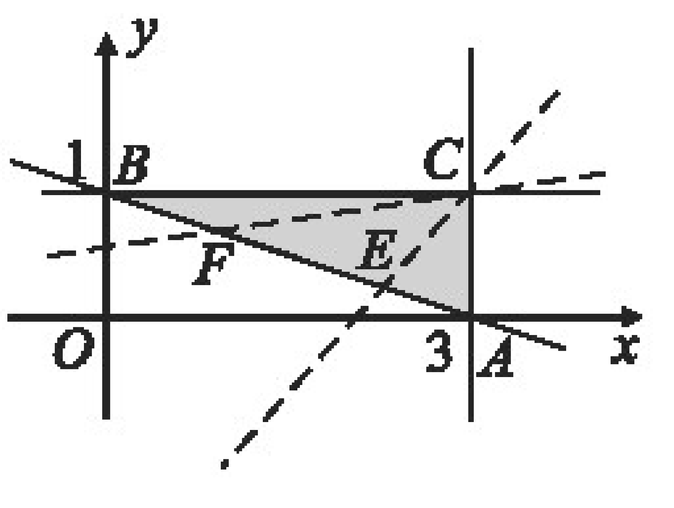
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	C	B	D	A	D	D	A	D	B	C	C

1. C　由题意得，$A=\{x|x<2\}$，$\therefore \complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x\geqslant 2\}$，$\therefore (\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{2,3\}$，故选 C.

2. C　$\forall x\in\mathbf{R}$，$\mathrm{e}^x>0$，故 A 错误；当 $x=2$ 时，$2^x=x^2$，故 B 错误；$\because \neg p\wedge q$ 是假命题，$\therefore \neg p$ 和 q 至少有一个是假命题，$\therefore p\vee\neg q$ 是真命题，故 C 正确；选项 D 显然错误，故选 C.

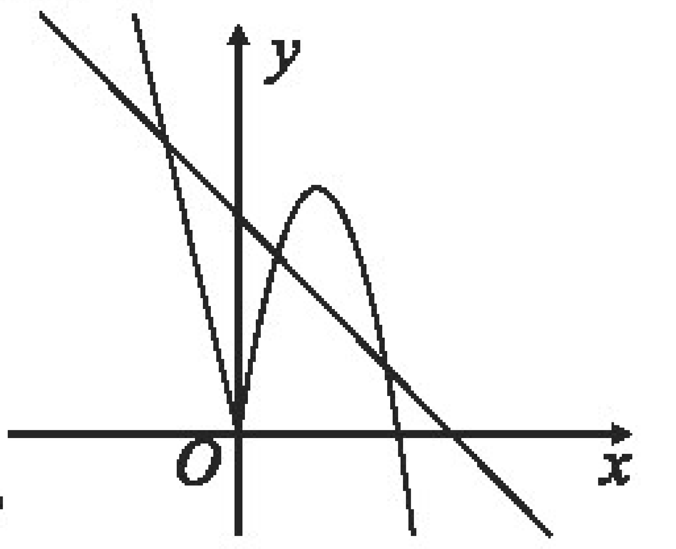
3. B　由题意得，$2\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}=(7,6-3\lambda)$，$\because \boldsymbol{m}\perp(2\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n})$，$\therefore \boldsymbol{m}\cdot(2\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n})=0$，即 $14+18-9\lambda=0$，解得 $\lambda=\dfrac{32}{9}$，故选 B.

4. D　$\because \log_{\frac{1}{2}}(-m)<\log_{\frac{1}{2}}(-n)$，$\therefore (-m)>(-n)>0$，即 $m<n<0$，$\therefore \sqrt[3]{m}<\sqrt[3]{n}$，故 A 错误；$\left(\dfrac{2}{3}\right)^m>\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$，故 B 错误；令 $m=-5$，$n=-3$，可知 $\dfrac{1}{4+m}<\dfrac{1}{4+n}$，故 C 错误；故选 D.



5. A　作出不等式组满足的平面区域如图阴影部分所示，其中直线 $l:y=kx+1-3k=k(x-3)+1$ 过定点 $C(3,1)$，当 l 过点 $E\left(\dfrac{9}{4},\dfrac{1}{4}\right)$ 时，$k=1$，当 l 过点 $F\left(\dfrac{3}{4},\dfrac{3}{4}\right)$ 时，$k=\dfrac{1}{9}$. 故选 A.

6. D　由题意得，$a:b:c=4:7:9$，$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中最大角为角 C，不妨设 $a=4k$，$b=7k$，$c=9k(k>0)$，则 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{16+49-81}{2\times4\times7}=-\dfrac{2}{7}$，故选 D.



7. D　令 $g(x)=0$，得 $f(x)=8-x$；在同一平面直角坐标系中分别作出 $y=f(x)$ 和 $y=8-x$ 的图象，如图所示. 观察可知，它们有 3 个交点，即函数 $g(x)$ 有 3 个零点，故选 D.

8. A　由题意得，$S_5+S_7-2S_6=a_7-a_6=d$. 因此当 $a_1>0,d>0$ 时，$S_5+S_7-2S_6=d>0$，则 $S_5+S_7>2S_6$；当 $S_5+S_7>2S_6$ 时，$S_5+S_7-2S_6=d>0$，此时 $a_1\in\mathbf{R}$ 都可以. $\therefore$ “$a_1>0,d>0$”是“$S_5+S_7>2S_6$”的充分不必要条件. 故选 A.

9. D　由题意得，函数 $f(x)$，$g(x)$ 均为偶函数，故排除 A 选项；当 $x\in(0,+\infty)$ 时，

$g'(x)=\frac{1}{x}\log_a e$，$g'(1)=\log_a e$，当$1<a<e$时，$g'(1)>1$，$\therefore f(x)$与$g(x)$的图象在$(1,+\infty)$上有一个交点，故选 D.

10. B 由题意得，$\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=2\cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)-1=2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2-1=\frac{1}{8}$，

$\therefore \sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\right]=\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right)=\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{8}$，故选 B.

11. C $\because f(-x)=-\frac{1}{3}x^3+2x+\frac{1}{e^x}-e^x=-f(x)$，$\therefore f(x)$是奇函数，

则$f(5a-1)+f(6a^2)\leqslant 0$可化为$f(6a^2)\leqslant f(1-5a)$.

又$f'(x)=x^2-2+e^x+\frac{1}{e^x}\geqslant x^2-2+2\sqrt{e^x\cdot\frac{1}{e^x}}=x^2\geqslant 0$，

$\therefore f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增，则$6a^2\leqslant 1-5a$，解得$-1\leqslant a\leqslant\frac{1}{6}$. 故选 C.

12. C 当$q=1$时，$a_{p+1}=a_p\cdot a_1=2a_p$，$\therefore$数列$\{a_n\}$是首项为$2$，公比为$2$的等比数列，

$\therefore a_n=2^n$，$\therefore S_n=\frac{2(2^n-1)}{2-1}=2^{n+1}-2$，$\therefore S_{n-1}=2^n-2$，

$\therefore S_{n-1}\cdot(S_{n-1}+4)=(2^n-2)\cdot(2^n+2)=2^{2n}-4$，

$\therefore \frac{S_{n-1}\cdot(S_{n-1}+4)+260}{a_n}=\frac{2^{2n}+256}{2^n}=2^n+\frac{256}{2^n}\geqslant 2\sqrt{256}=32$，当且仅当$2^n=16$，即$n=4$时，等号成立. 故选 C.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 12

$\because f(-3)=4^{-6}$，$\therefore f(f(-3))=f(4^{-6})=\log_{\frac{1}{2}}4^{-6}=-\log_2 2^{-12}=12$.

14. $\frac{5}{2}$

$\because \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BD}$，$\therefore \lambda-\mu=\frac{5}{2}$.

15. 336

由题意得等比数列$\{a_n\}$，公比$q=\frac{1}{2}$，$S_6=378$，$\therefore \frac{a_1\left(1-\frac{1}{2^6}\right)}{1-\frac{1}{2}}=378$，解得$a_1=192$，

$$\therefore S_3=\frac{192\left(1-\frac{1}{2^3}\right)}{1-\frac{1}{2}}=336.$$

16. $\left(-\frac{2}{e},0\right]$

易知当$a>0$时，$e^x>a\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)$不恒成立；当$a=0$时，$e^x>a\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)$恒成立；

当$a<0$时，若$x\geqslant 0$，则$e^x\geqslant 1$，$a\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)\leqslant 0$，$\therefore e^x>a\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)$在$[0,+\infty)$上恒成立；若$x<0$，则$e^x>a\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)$可转化为$\frac{1}{a}<\frac{2x^2+3x}{2e^x}$恒成立，令

$f(x)=\frac{2x^2+3x}{2e^x}$，则$f'(x)=\frac{-(2x-3)(x+1)}{2e^x}$，易得$f(x)$在$(-\infty,-1)$上单调递减，

在$(-1,0)$上单调递增，$\therefore$当$x=-1$时，函数$f(x)$取得最小值，$\therefore\frac{1}{a}<f(-1)=-\frac{e}{2}$，

又$a<0$，$\therefore -\frac{2}{e}<a<0$，综上所述，实数$a$的取值范围为$\left(-\frac{2}{e},0\right]$.

三、解答题（本大题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分10分）

（Ⅰ）$f(x)=2\cos x\sin x-2\sqrt{3}\cdot\frac{1-\cos 2x}{2}$

$=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x-\sqrt{3}=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$，………………2分

令$\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得$\frac{\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

$\therefore$函数$f(x)$的单调递减区间为$\left[\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{7\pi}{12}+k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$. ……………………5分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{12}\right]$上单调递增. ………………………………7分

$\therefore f(x)_{\min}=f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-2\sqrt{3}$，$f(x)_{\max}=f\left(\frac{\pi}{12}\right)=2-\sqrt{3}$，

$\therefore$函数$f(x)$的值域为$\left[-2\sqrt{3},2-\sqrt{3}\right]$. ………………………………………10分

18.（本小题满分12分）

（Ⅰ）当$m=0$时，$p:-1\leqslant t\leqslant 1$，

由函数 $f(x)=\log_3 x-t$ 在区间 $\left(\frac{1}{9},9\right)$ 上没有零点，得 $f\left(\frac{1}{9}\right)\geqslant 0$ 或 $f(9)\leqslant 0$，

解得 $t\leqslant -2$ 或 $t\geqslant 2$，……………………………………………3 分

$\because p\wedge(\neg q)$ 为真命题，$\therefore p$ 为真命题，q 为假命题，

当 q 为假命题时，$-2<t<2$，

$\therefore$ 实数 t 的取值范围是 $[-1,1]$．……………………………………………6 分

（Ⅱ）$\because p$ 是 q 成立的充分不必要条件，又 $m-1<m^2+1$ 恒成立，

$\therefore m-1\geqslant 2$ 或 $m^2+1\leqslant -2$，解得 $m\geqslant 3$，

$\therefore$ 实数 m 的取值范围是 $[3,+\infty)$．……………………………………………12 分

19.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）$\because \frac{2a^2+\sqrt{6}bc}{b^2+c^2}=2$，$\therefore 2a^2+\sqrt{6}bc=2b^2+2c^2$，

$\therefore \frac{\sqrt{6}}{4}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，即 $\cos A=\frac{\sqrt{6}}{4}$，……………………………………………2 分

又 $A\in(0,\pi)$，$\therefore \sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{\sqrt{10}}{4}$，

$S_{\triangle ACM}=\frac{1}{2}\cdot AM\cdot 6\cdot\frac{\sqrt{10}}{4}=\frac{3\sqrt{15}}{2}$，解得 $AM=\sqrt{6}$．……………………6 分

（Ⅱ）$\because BC=BM$，$\therefore \angle BMC=\angle BCM$，

$\therefore \sin\angle BCM=\sin\angle BMC=\sin\angle AMC$，……………………………9 分

$\therefore \frac{\sin\angle ACM}{\sin\angle BCM}=\frac{\sin\angle ACM}{\sin\angle AMC}=\frac{AM}{AC}=\frac{\sqrt{6}}{6}$．……………………………12 分

20.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，$f(x)=x^2-4x+2\ln x$，$\therefore f'(x)=2x-4+\frac{2}{x}$，$\therefore f'(1)=0$．

又 $f(1)=-3$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程是 $y=-3$．………4 分

（Ⅱ）$f'(x)=2x-(2a+2)+\frac{2a}{x}=\frac{2(x-1)(x-a)}{x}$，$x>0$．

① 当 $0<a<1$ 时，当 $x\in(0,a)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in(a,1)$ 时，$f'(x)<0$；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[1,\mathrm{e}]$ 上单调递增，

$\therefore$ 当 $x\in[1,\mathrm{e}]$ 时，$f(x)_{\min}=f(1)=-2a-1$；……………………6 分

②当 $a=1$ 时，$f'(x)=\frac{2(x-1)^2}{x}\geqslant 0$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore$ 当 $x\in[1,\mathrm{e}]$ 时，$f(x)_{\min}=f(1)=-2a-1$；……………………8 分

③当 $1<a<\mathrm{e}$ 时，当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in(1,a)$ 时，$f'(x)<0$；

当$x\in(a,+\infty)$时，$f'(x)>0$，

$\therefore$函数$f(x)$在$(1,a)$上单调递减，在(a,e)上单调递增.

$\therefore$当$x\in[1,\mathrm{e}]$时，$f(x)_{\min}=f(a)=a(2\ln a-a-2)$；……………………10分

④当$a\geqslant\mathrm{e}$时，由③知，函数$f(x)$在$[1,\mathrm{e}]$上单调递减，

$\therefore$当$x\in[1,\mathrm{e}]$时，$f(x)_{\min}=f(\mathrm{e})=\mathrm{e}^2-(2a+2)\mathrm{e}+2a$.

综合①②③④得，当$0<a\leqslant1$时，$f(x)$在$[1,\mathrm{e}]$上的最小值为$f(1)=-2a-1$；

当$1<a<\mathrm{e}$时，$f(x)$在$[1,\mathrm{e}]$上的最小值为$f(a)=a(2\ln a-a-2)$；

当$a\geqslant\mathrm{e}$时，$f(x)$在$[1,\mathrm{e}]$上的最小值为$f(\mathrm{e})=\mathrm{e}^2-(2a+2)\mathrm{e}+2a$.…………12分

21.（本小题满分12分）

（Ⅰ）由题意得，$4a_2=3a_1+a_3$，

设$\{a_n\}$的公比为$q(q\neq1)$，则$q^2-4q+3=0$，解得$q=3$，

$\therefore a_n=3^n$，则$na_n=n\cdot3^n$，……………………2分

$\therefore S_n=3^1+2\times3^2+\cdots+(n-1)\times3^{n-1}+n\times3^n$，

则$3S_n=3^2+2\times3^3+\cdots+(n-1)\times3^n+n\times3^{n+1}$，

两式相减得，$-2S_n=3^1+3^2+\cdots+3^{n-1}+3^n-n\times3^{n+1}$，

$\therefore S_n=\dfrac{1}{4}(2n-1)\cdot3^{n+1}+\dfrac{3}{4}$. ……………………6分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，$b_n=\log_3 a_{2n-1}=2n-1$，令$c_n=\dfrac{4n^2+3}{b_n\cdot b_{n+1}}$，

则$c_n=\dfrac{4n^2+3}{4n^2-1}=1+\dfrac{4}{4n^2-1}=1+\dfrac{4}{(2n-1)(2n+1)}=1+2\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$，9分

$\therefore T_n=n+2\left[\left(1-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)\right]=n+2\left(1-\dfrac{1}{2n+1}\right)$，

$\therefore T_{2019}=2021-\dfrac{2}{4039}\in(2020,2021)$，故不超过$T_{2019}$的最大整数为$2020$. 12分

22.（本小题满分12分）

（Ⅰ）由题意得，函数$f(x)$定义域是$(0,+\infty)$，$f'(x)=(x+1)\mathrm{e}^x-\dfrac{a}{x}$.

$\because x=1$是函数$f(x)$的极值点，$\therefore f'(1)=0$，则$a=2\mathrm{e}$. ……………………2分

即$f'(x)=(x+1)\mathrm{e}^x-\dfrac{2\mathrm{e}}{x}$，易知函数$f'(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$f'(1)=0$，

$\therefore$当$0<x<1$时，$f'(x)<0$；当$x>1$时，$f'(x)>0$.

$\therefore f(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增. ……………………5分

（Ⅱ）方法一：当$a\geqslant 2b$时，$a(x-1)^2\geqslant 2b(x-1)^2$．……………………6分

由（Ⅰ）知，$a=2\mathrm{e}$，$2f(x)-a-a(x-1)^2=2f(x)-2\mathrm{e}-2\mathrm{e}(x-1)^2=$

$2\left[f(x)-\mathrm{e}-\mathrm{e}(x-1)^2\right]$.

令$g(x)=f(x)-\mathrm{e}-\mathrm{e}(x-1)^2=x\mathrm{e}^x-2\mathrm{e}\ln x-\mathrm{e}-\mathrm{e}(x-1)^2$，

则$g'(x)=(1+x)\mathrm{e}^x-\dfrac{2\mathrm{e}}{x}-\mathrm{e}(2x-2)$，

令$g'(x)=h(x)$，则$h'(x)=(2+x)\cdot\mathrm{e}^x+\dfrac{2\mathrm{e}}{x^2}-2\mathrm{e}$.

当$x\geqslant 1$时，$(2+x)\cdot\mathrm{e}^x-2\mathrm{e}>0$；当$0<x<1$时，$\dfrac{2\mathrm{e}}{x^2}-2\mathrm{e}>0$，

$\therefore h'(x)>0$在$(0,+\infty)$上恒成立，$\therefore g'(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

又$g'(1)=0$，$\therefore g(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，

$\therefore g(x)\geqslant g(1)=0$，…………10分

$\therefore 2f(x)-a-a(x-1)^2\geqslant 0$，即$2f(x)-a\geqslant a(x-1)^2$，又$a(x-1)^2\geqslant 2b(x-1)^2$，

$\therefore$当$a\geqslant 2b$时，$2f(x)-a\geqslant 2b(x-1)^2$．……………………12分

方法二：$\because a\geqslant 2b$，$a=2\mathrm{e}$，$\therefore b\leqslant \mathrm{e}$.

当$b\leqslant 0$时，由（Ⅰ）知$f(x)\geqslant f(1)=\mathrm{e}$，$b(x-1)^2+\mathrm{e}\leqslant \mathrm{e}$，

$\therefore 2f(x)-a\geqslant 2b(x-1)^2$；…………6分

当$0<b\leqslant \mathrm{e}$时，由$2f(x)-a\geqslant 2b(x-1)^2$，整理得$x\mathrm{e}^x-2\mathrm{e}\ln x-b(x-1)^2-\mathrm{e}\geqslant 0$.

设$g(x)=x\mathrm{e}^x-2\mathrm{e}\ln x-b(x-1)^2-\mathrm{e}$，则$g'(x)=(x+1)\mathrm{e}^x-\dfrac{2\mathrm{e}}{x}-2b(x-1)$，

$\therefore g''(x)=(x+2)\mathrm{e}^x+\dfrac{2\mathrm{e}}{x^2}-2b$.

若$0<x\leqslant 1$，则$\dfrac{2\mathrm{e}}{x^2}-2b\geqslant 0$，$(x+2)\mathrm{e}^x>0$，$\therefore g''(x)>0$；

若$x>1$，则$(x+2)\mathrm{e}^x-2b>0$，$\dfrac{2\mathrm{e}}{x^2}>0$，$\therefore g''(x)>0$，

$\therefore$当$x>0$时，$g''(x)>0$恒成立，$\therefore g'(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

又$g'(1)=0$，$\therefore$当$0<x<1$时，$g'(x)<0$；当$x>1$时，$g'(x)>0$，………10分

$\therefore g(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增.

$\therefore g(x)\geqslant g(1)=0$．即$2f(x)-a\geqslant 2b(x-1)^2$.

综上所述，当$a\geqslant 2b$时，$2f(x)-a\geqslant 2b(x-1)^2$．……………………12分