通州区 2019—2020 学年第二学期高二年级期末考试

数 学 试 卷

2020 年 7 月

考生须知	
考	1. 本试卷共 4 页，满分 150 分. 考试时长 120 分钟.
生	2. 本试卷分为第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)两部分.
须	3. 考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.
知	4. 考试结束后，请将答题卡交回.

第一部分(选择题　共 40 分)

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每个小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=1+2\mathrm{i}$(i 是虚数单位)，那么 z 的虚部是

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

2. 已知函数 $f(x)=\ln x$，导函数为 $f'(x)$，那么 $f'(2)$ 等于

A. $-\frac{1}{4}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

3. $(a+1)^5$ 展开式中的第 2 项是

A. $5a^3$　　B. $10a^3$　　C. $5a^4$　　D. $10a^4$

4. 命题“$\forall x\in\mathbf{R}, x+1\geqslant 0$”的否定是

A. $\exists x\in\mathbf{R}, x+1<0$　　B. $\forall x\in\mathbf{R}, x+1<0$

C. $\exists x\in\mathbf{R}, x+1\geqslant 0$　　D. $\forall x\in\mathbf{R}, x+1\leqslant 0$

5. “$x^2=1$”是“$x=1$”的

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 下列给出四个求导运算：

①$\left(x-\frac{1}{x}\right)'=\frac{x^2-1}{x^2}$；　　②$(xe^x)'=e^x(x+1)$；

③$\left(\frac{\sin x}{2}\right)'=\frac{\cos x}{4}$；　　④$(x^2-x-\ln x)'=\frac{(x-1)(2x+1)}{x}$.

其中运算结果正确的个数是

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7. 已知有 $B_1, B_2, \cdots, B_6$ 6 支篮球队举行单循环赛(单循环赛：所有参赛队均能相遇一次)，那么比赛的场次数是

A. 15　　B. 18　　C. 24　　D. 30

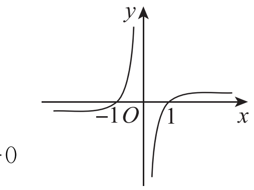
8. 哥德巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数的和”，如 $12=5+7$，在不超过 18 的素数 2，3，5，7，11，13，17 中，随机选取两个不同的数，其和等于 18 的概率是

A. $\frac{1}{42}$　　B. $\frac{1}{21}$　　C. $\frac{2}{21}$　　D. $\frac{1}{7}$

9. 甲、乙等 7 人排成一排，甲在最中间，且与乙不相邻，那么不同的排法种数是

A. 96　　B. 120　　C. 360　　D. 480

10. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示，那么该函数可能为



A. $f(x)=\frac{\ln x}{|x|}$　　B. $f(x)=\frac{\ln|x|}{x}$

C. $f(x)=\begin{cases}\frac{x-1}{e^x}, x>0\\ (x+1)e^x, x<0\end{cases}$　　D. $f(x)=\begin{cases}-\frac{\ln x}{x^2}, x>0\\ \frac{\ln(-x)}{x^2}, x<0\end{cases}$

第二部分(非选择题　共 110 分)

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-1$，那么 $f(x)$ 的极小值是________.

12. $(2x-1)^6$ 的展开式中 x^2 的系数是________.

13. 某飞碟运动员每次射击中靶的概率为 0.8，该运动员连续 3 次射击，中靶 2 次的概率是________.

14. 欧拉公式 $e^{ix}=\cos x+\mathrm{i}\sin x$(其中 i 为虚数单位)是由著名数学家欧拉发现的，当 $x=\pi$ 时，$e^{\pi i}+1=0$，这是数学里最令人着迷的一个公式，数学家们评价它是“上帝创造的公式”. 根据欧拉公式，若将 $e^{\frac{\pi}{3}i}$ 所表示的复数记为 z，那么 $|z|=$________.

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln x, x>0,\\ e^x(x+1), x\leqslant 0,\end{cases}$ 若函数 $F(x)=f(x)-c(c\in\mathbf{R})$ 恰有 3 个零点，则实数 c 的取值范围是________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分. 解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

16. (本题 14 分)

已知函数 $f(x)=x^3-3x+1$.

(Ⅰ)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程；

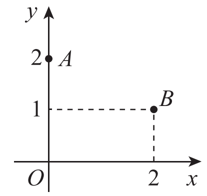
(Ⅱ)求 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的最大值和最小值.

17.(本题 14 分)

已知复数 $z=1-\mathrm{i}$(i 是虚数单位).

(Ⅰ)求 z^2-z;

(Ⅱ)如图,复数 z_1,z_2 在复平面上的对应点分别是 A,B,求$\dfrac{z_1+z_2}{z}$.



18.(本题 14 分)

一批笔记本电脑共有 8 台,其中 A 品牌 3 台,B 品牌 5 台,如果从中随机挑选 2 台.

(Ⅰ)求挑选的 2 台电脑都是 B 品牌电脑的概率;

(Ⅱ)设挑选的 2 台电脑中 A 品牌的台数为 X,求 X 的分布列和均值.

19.(本题 14 分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-mx-2\ln x, m\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)若 $m=1$,求 $f(x)$的单调递增区间和单调递减区间;

(Ⅱ)求 $f(x)$的极值点.

20.(本题 14 分)

为了让市民了解垃圾分类,养成垃圾分类的好习惯,同时让绿色环保理念深入人心,我市将垃圾进行了分类,共分为四类:厨余垃圾、可回收物、有害垃圾、其他垃圾.某班按此四类由 10 位同学组成宣传小组,其中厨余垃圾与可回收物宣传小组各有 2 位同学,有害垃圾与其他垃圾宣传小组各有 3 位同学,现从这 10 位同学中选派同学到社区进行宣传活动.

(Ⅰ)若选派 3 位同学参加活动,求这 3 位同学中至少有 1 位是可回收物宣传小组的选法有多少种?

(Ⅱ)若选派 4 位同学参加活动,求这 4 位同学中,每个小组恰好 1 位的概率;

(Ⅲ)若选派 5 位同学参加活动,求这 5 位同学中,每个小组至少 1 位的概率.(直接写出结论即可)

21.(本题 15 分)

已知函数 $f(x)=ax-(2a+2)\ln x-\dfrac{4}{x}+2$,$g(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{3}{2}x-\dfrac{4}{x}$.

(Ⅰ)若 $a\leqslant 1$,讨论 $f(x)$的单调性;

(Ⅱ)若 $a=-\dfrac{3}{2}$,求证:$f(x)<g(x)$.