2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把……
皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟，满分 150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$，其中 i 为虚数单位，则 $|z|=$

A.1　　B.2　　C.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D.$\sqrt{2}$

2.已知全集 $U=\{x\,|\,|x|\leqslant 2, x\in\mathbf{Z}\}$，集合 $A=\{2\}$，则 $\complement_U A=$

A.$\{x\,|\,x>2, x\in\mathbf{Z}\}$　　B.$\{-2,-1,1\}$

C.$\{-2,-1,0,1\}$　　D.$\{0,1\}$

3.已知命题 p：$\forall x\in(-1,+\infty)$，$\ln(x+1)>\frac{x}{x+1}$，则命题 p 的否定是

A.$\exists x_0\in(-\infty,-1]$，$\ln(x_0+1)\leqslant\frac{x_0}{x_0+1}$　　B.$\forall x\in(-1,+\infty)$，$\ln(x+1)\leqslant\frac{x}{x+1}$

C.$\forall x\in(-1,+\infty)$，$\ln(x+1)>\frac{x}{x+1}$　　D.$\exists x_0\in(-1,+\infty)$，$\ln(x_0+1)\leqslant\frac{x_0}{x_0+1}$

4.$\sin 160^\circ\cos 40^\circ+\cos 20^\circ\cos 50^\circ=$

A.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B.$\frac{1}{2}$　　C.$-\frac{1}{2}$　　D.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5.已知向量 $\boldsymbol{a}=(x,-2)$，$\boldsymbol{b}=(1,x)$，且 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影为 $\frac{1}{2}$，则 $x=$

A.$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B.$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C.$\sqrt{3}$　　D.$-\sqrt{3}$

6.已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，若 $f\left(\frac{1}{2}\right)=f(-2)=1$，则……题中正确的是

A.$f(x)$ 有两个零点　　B.$f(-1)>-1$　　C.$f(-3)<1$　　D.$f\left(\frac{1}{2}\right)$……

7.在$\triangle ABC$中,“$a\sin\left(A-\frac{\pi}{2}\right)=b\cos(\pi+B)$”是“$\triangle ABC$为等腰三角形”的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

8.已知$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{3}}{6}$,则$\sin\left(\frac{5\pi}{6}+2\alpha\right)=$

A.$\frac{\sqrt{11}}{6}$　　B.$-\frac{11}{12}$　　C.$\frac{5}{6}$　　D.$-\frac{5}{6}$

9.下列各命题中,p是q的充分不必要条件的是

A.$p:\frac{1}{\sqrt{x}}<\frac{1}{\sqrt{y}}$,$q:\ln x>\ln y$

B.已知$a\in\mathbf{R}$,p:直线$2x+ay+3=0$与直线$ax+8y+6=0$平行,$q:a=4$或-4

C.已知$a\in\mathbf{R}$,$p:-2<a<4$,$q:f(x)=2x^2-2ax+a+4$有两个零点

D.已知$a>0,b>0$,$p:a+b>6$,$q:a>3$且$b>3$

10.已知向量$\boldsymbol{a}=\left(\cos\frac{\pi}{3},\sin\frac{2\pi}{3}\right)$,$\boldsymbol{b}=(1,x)$,则下列结论正确的是

A.$\forall x\in\mathbf{R}$,$|2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|>1$

B.$\exists x\in(-\infty,0)$,使得$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{b}$

C.$\forall x\in[0,+\infty)$,$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角小于$\frac{\pi}{3}$

D.$\exists x\in\mathbf{R}$,使得$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\perp\boldsymbol{b}$

11.已知函数$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x-1|}$,$g(x)=-2\cos(\pi x)(-4\leqslant x\leqslant 6)$,两个函数图象的交点为$A_1(x_1,y_1),A_2(x_2,y_2),\cdots,A_m(x_m,y_m)$,则$\sum_{i=1}^{m}x_i=$

A.8　　B.10　　C.12　　D.14

12.将函数$f(x)=\sin x$的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位,再把每个点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{2}$(纵坐标不变),得到函数$y=g(x)$,若对于任意的$a\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$,在区间$[0,b]$上总存在唯一确定的$\theta$,使得$g(\theta)=a$,则$b$的最小值为

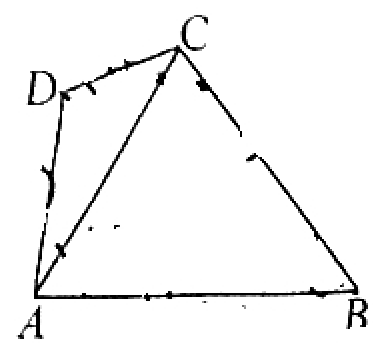
A.$\frac{13\pi}{12}$　　B.$\frac{7\pi}{24}$　　C.$\frac{19\pi}{24}$　　D.$\frac{13\pi}{24}$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13.已知点O为正$\triangle ABC$的重心,且$AO=2$,则$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=$________.

14.函数$f(x)=\frac{e^x}{x+1}$的图象在$x=1$处的切线方程为________

15.如图,设$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,若$b^2=ac$,$B=\frac{\pi}{3}$,D是$\triangle ABC$外一点,$AD=3$,$CD=2$,则四边形$ABCD$面积的最大值是________.



16.已知函数$f(x)=x+\ln x$,若存在正数x,使得$f(ae^x)=f(x^2)$,$(a>0)$,则a的取值范围是________.

(一)必考题:60 分。

17.(12 分)

已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$,$|\boldsymbol{a}|=1$.

(1)求 $|\boldsymbol{b}|$ 的大小及 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影;

(2)求向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 夹角的余弦值

18.(12 分)

随着我国经济发展、医疗消费需求增长、人们健康观念转变以及人口老龄化进程加快等因素的影响.医疗器械市场近年来一直保持了持续增长的趋势.某医疗器械公司为了进一步增加市场竞争力,计划改进技术生产某产品.已知生产该产品的年固定成本为 300 万元,年最大产能为 100 台.每生产 x 台,需另投入成本 $G(x)$ 万元,且 $G(x)=\begin{cases}2x^2+80x, & 0<x\leqslant 40,\\ 201x+\frac{3\,600}{x}-2\,100, & 40<x\leqslant 100,\end{cases}$ 由市场调研知,该产品每台的售价为 200 万元,且全年内生产的该产品当年能全部销售完.

(1)写出年利润 $W(x)$ 万元关于年产量 x 台的函数解析式(利润=销售收入-成本);

(2)当该产品的年产量为多少时,公司所获利润最大?最大利润是多少?

19.(12 分)

已知直线 l 与函数 $f(x)=\mathrm{e}^x$,$g(x)=(x-a)^2$ 的图象均相切,切点分别为 $A(x_1,f(x_1))$,$B(x_2,g(x_2))$.

(1)当直线 l 的斜率为 1 时,求 a 的值;

(2)当 $a=-1$ 时,求证:$2x_1-x_2=1$.

在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，$\sqrt{3}\sin B-\cos B=2$.

(1)若$\frac{\cos B}{b}+\frac{\cos C}{c}=\frac{\sin A\sin B}{\tan B\sin C}$，求$\angle B$以及边$b$的大小；

(2)若$\angle ABC$的角平分线交AC于点D，且$BD=2$，求b的最小值.

21.(12分)

已知函数$f(x)=\frac{1}{2}ax^2+(1-a)x-\ln x$.

(1)当$a=-2$时，求函数$f(x)$的单调区间；

(2)当$a\geqslant 1$时，证明：当$x>1$时，$f(x)>(1-a)x+\frac{1}{x}-1+\frac{1}{2}a$恒成立.

(二)选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第

22.[选修4—4：坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系xOy中，曲线C的普通方程为$x^2+\frac{y^2}{2}=1$，以坐标原点为极点，x

极轴，建立极坐标系，直线l的极坐标方程为$2\sqrt{2}\cos\theta+\sin\theta=\frac{6}{\rho}$.

(1)求直线l的直角坐标方程，并写出曲线C的一个参数方程；

(2)已知M是曲线C上的点，求点M到直线l的距离的最小值.

23.[选修4—5：不等式选讲](10分)

设函数$f(x)=|x+1|-2|x-2|$的最大值为t.

(1)解不等式$f(x)\geqslant 2$；

(2)若$2a^2+5b^2+3c^2=t$，求$2ab+3bc$的最大值.

2022 届高三一轮复习联考(一)　全国卷 1

文科数学参考答案及评分意见

1.A 【解析】由题意知 $|z|=\frac{|1-\mathrm{i}|}{|1+\mathrm{i}|}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$，所以 z 的模为 1.故选 A.

2.C 【解析】由题意 $U=\{x\,|\,|x|\leqslant 2,x\in\mathbf{Z}\}=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A=\{2\}$，所以 $\complement_U A=\{-2,-1,0,1\}$.故选 C.

3.D 【解析】因为全称命题的否定是特称命题，所以命题 p：$\forall x\in(-1,+\infty)$，$\ln(x+1)>\frac{x}{x+1}$ 的否定是 $\exists x_0\in(-1,+\infty)$，$\ln(x_0+1)\leqslant\frac{x_0}{x_0+1}$.故选 D.

4.A 【解析】$\sin 160^\circ\cos 40^\circ+\cos 20^\circ\cos 50^\circ=\sin 20^\circ\cos 40^\circ+\cos 20^\circ\sin 40^\circ=\sin(20^\circ+40^\circ)=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$.故选 A.

5.B 【解析】$\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影为 $\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{-x}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{1}{2}$，解得 $x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.故选 B.

6.B 【解析】根据题意可得函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数，$(-\infty,0)$ 上为减函数，$f(0)=0$，由 $f\left(\frac{1}{2}\right)=f(-2)=1$ 可得 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=f(2)=-1$，对于 A，由 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数，且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，$f(2)=-1$，所以存在 $x_0\in\left(\frac{1}{2},2\right)$，使 $f(x_0)=0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有一个零点，同理 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上有一个零点，又因为 $f(0)=0$，所以 $f(x)$ 有三个零点，故 A 错误；对于 B，因为函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为减函数，所以 $f(-1)>f\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$，故 B 正确；对于 C，因为函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为减函数，所以 $f(-3)>f(-2)=1$，故 C 错误；对于 D，因为 $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，$f(2)=-1$，所以 $f\left(\frac{1}{2}\right)>f(2)$，故 D 错误.故选 B.

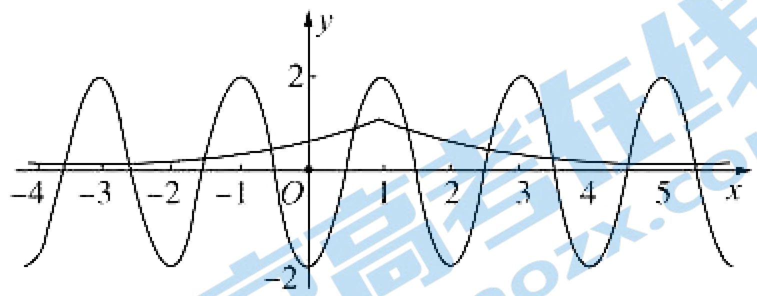
7.B 【解析】$a\sin\left(A-\frac{\pi}{2}\right)=b\cos(\pi+B)$ 化简得 $a\cos A=b\cos B$，由正弦定理可知，$\sin A\cos A=\sin B\cos B$，所以 $\sin 2A=\sin 2B$，因为 $2A,2B\in(0,2\pi)$，所以 $2A=2B$ 或 $2A+2B=\pi$，即 $A=B$ 或 $A+B=\frac{\pi}{2}$，所以△ABC 是直角三角形或等腰三角形，由此可知“$a\sin\left(A-\frac{\pi}{2}\right)=b\cos(\pi+B)$”是“△$ABC$ 为等腰三角形”的必要不充分条件.故选 B.

8.C 【解析】$\sin\left(\frac{5\pi}{6}+2\alpha\right)=\sin\left[\frac{3\pi}{2}-2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\right]=-\cos\left[2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\right]=2\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-1=2\times\frac{3}{36}-1=-\frac{5}{6}$.故选 C.

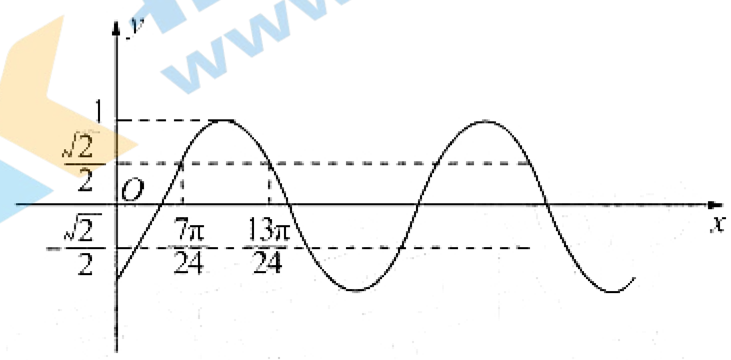
9.B 【解析】对于 A，p：$x>y>0$，q：$x>y>0$，故 p 是 q 的充要条件，不符合题意；对于 B，由题意得 $\frac{2}{a}=\frac{a}{8}\neq\frac{3}{6}$，解得 $a=-4$，故 p 是 q 的充分不必要条件，符合题意；对于 C，函数 $f(x)$ 若有两个零点，则 $\Delta=4a^2-8(a+4)>0$，解得 $a<-2$ 或 $a>4$，故 p 是 q 的既不充分也不必要条件，不符合题意；对于 D，易知由 q 可推出 p，若 $a=1$，$b=6$，满足 $a+b>6$，但不满足 $a>3$ 且 $b>3$，故 p 是 q 的必要不充分条件，不符合题意.故选 B.

10.A 【解析】因为 $\boldsymbol{a}=\left(\cos\frac{\pi}{3},\sin\frac{2\pi}{3}\right)=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\boldsymbol{b}=(1,x)$，又 $2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}=2\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-3(1,x)=(-2,\sqrt{3}-3x)$，所以 $|2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|=\sqrt{4+(\sqrt{3}-3x)^2}\geqslant 2>1$，故 A 正确；$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\left(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}+x\right)$，若 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{b}$，则 $\frac{3}{2}x=\frac{\sqrt{3}}{2}+x$，解得 $x=\sqrt{3}$，即当 $x=\sqrt{3}$ 时，$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{b}$，故 B 错误；设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}x}{\sqrt{x^2+1}}$，当 $x=0$ 时，$\cos\theta=\frac{1}{2}$，夹角为 $\theta=\frac{\pi}{3}$，故 C 错误；因为 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\left(\frac{1}{2},x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}+x\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=x^2-\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}=\left(x-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2+\frac{5}{16}>0$，所以不存在 x，使得 $(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\perp\boldsymbol{b}$，故 D 错误.故选 A.

11.B 【解析】两个函数均关于 $x=1$ 对称，所以两个函数的图象在 $x=1$ 两侧的交点对称，且每对交点的横坐标之和为 2，分别画出两个函数的图象，易知两个函数在 $x=1$ 两侧分别有 5 个交点，共有 10 个交点，$\sum\limits_{i=1}^{m}x_i=5\times2=10$.故选 B.



12.B 【解析】函数 $f(x)=\sin x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$，再把每个点横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数 $y=g(x)$，则 $g(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，画出其图象如图，由图可知，对于任意的 $a\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$，在区间 $[0,b]$ 上总存在唯一确定的 θ，使得 $g(\theta)=a$，则 b 的取值范围为 $\left[\frac{7}{24}\pi,\frac{13}{24}\pi\right)$，所以 b 的最小值为 $\frac{7\pi}{24}$.故选 B.



13.6 【解析】设点 D 为 BC 的中点，则 $AD=3$，$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AO}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cdot\cos\angle BAO=|\overrightarrow{AO}|\cdot|\overrightarrow{AD}|=2\times3=6$.

14.$ex-4y+e=0$ 【解析】因为 $f'(x)=\frac{e^x x}{(x+1)^2}$，$f'(1)=\frac{e}{4}$，所以函数 $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程为 $y-\frac{e}{2}=\frac{e}{4}(x-1)$，即 $ex-4y+e=0$.

15.$\frac{13\sqrt{3}}{4}+6$ 【解析】由题意 $b^2=ac$，$B=\frac{\pi}{3}$ 可得△ABC 为等边三角形.在△ADC 中，由余弦定理可得 $AC^2=AD^2+CD^2-2AD\cdot CD\cdot\cos D$，由于 $AD=3$，$CD=2$，代入上式可得 $b^2=13-12\cos D$，所以 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}b^2\sin\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}\cdot6\sin D=\frac{\sqrt{3}}{4}b^2+3\sin D=\frac{\sqrt{3}}{4}(13-12\cos D)+3\sin D=6\sin\left(D-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{13\sqrt{3}}{4}$，所以四边形 $ABCD$ 面积的最大值为 $\frac{13\sqrt{3}}{4}+6$.

16.$\left(0,\frac{4}{e^2}\right]$ 【解析】因为函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，所以存在正数 x，使得 $ae^x=x^2$，即 $a=\frac{x^2}{e^x}$，设函数 $h(x)=\frac{x^2}{e^x}$，$h'(x)=\frac{x(2-x)}{e^x}$，所以 $h(x)=\frac{x^2}{e^x}$ 在 $(0,2)$ 上单调递增，在 $(2,+\infty)$ 上单调递减，且 $h(x)=\frac{x^2}{e^x}>0$，$h(x)_{max}=h(2)=\frac{4}{e^2}$，$h(0)=0$，所以 a 的取值范围是 $\left(0,\frac{4}{e^2}\right]$.

17.【解析】(1)因为 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos\frac{2\pi}{3}$，所以 $|\boldsymbol{b}|=4$，………………………… 3 分

所以 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影为 $|\boldsymbol{b}|\cos\frac{2\pi}{3}=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$. ………………………… 6 分

(2) $|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{4\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=2\sqrt{7}$，$\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}^2=-20$，………………………… 9 分

设向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=\frac{\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{b}|\cdot|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|}=\frac{-20}{4\times2\sqrt{7}}=-\frac{5\sqrt{7}}{14}$. ………………………… 12 分

18.【解析】(1)当 $0<x\leqslant40$ 时，$W(x)=200x-(2x^2+80x)-300=-2x^2+120x-300$；………………………… 2 分

当 $40<x\leqslant100$ 时，$W(x)=200x-\left(201x+\frac{3\,600}{x}-2\,100\right)-300=-\left(x+\frac{3\,600}{x}\right)+1\,800$，………………………… 4 分

所以 $W(x)=\begin{cases}-2x^2+120x-300, & 0<x\leqslant40,\\ -\left(x+\frac{3\,600}{x}\right)+1\,800, & 40<x\leqslant100.\end{cases}$ ………………………… 5 分

(2)若 $0<x\leqslant40$，$W(x)=-2(x-30)^2+1\,500$，

当 $x=30$ 时，$W(x)_{max}=1\,500$ 万元. ………………………… 8 分

若 $40<x\leqslant 100$，$W(x)=-\left(x+\dfrac{3\,600}{x}\right)+1\,800\leqslant -120+1\,800=1\,680$，

当且仅当 $x=\dfrac{3\,600}{x}$时，即 $x=60$ 时，$W(x)_{\max}=1\,680$万元. …………………………………… 11 分

则该产品的年产量为 60 台时，公司所获利润最大，最大利润是 1 680 万元. ……………………………… 12 分

19.【解析】(1)当直线 l 的斜率为 1 时，则 $f'(x_1)=e^{x_1}=1$，则 $x_1=0$，$A(0,1)$，所以直线 l 的方程是 $y=x+1$，联立方程 $\begin{cases}y=(x-a)^2\\y=x+1,\end{cases}$ 所以 $x^2-(2a+1)x+a^2-1=0$，令 $\Delta=(2a+1)^2-4(a^2-1)=0$，解得 $a=-\dfrac{5}{4}$，…………………… 6 分

(2)证明：已知 $A(x_1,e^{x_1})$，$B(x_2,(x_2+1)^2)$，根据两个切点分别写出直线 l 的切线方程是 $y-e^{x_1}=e^{x_1}(x-x_1)$，即 $y=e^{x_1}x+e^{x_1}(1-x_1)$，…………………………………………………………………… 7 分

$y-(x_2+1)^2=2(x_2+1)(x-x_2)$，即 $y=2(x_2+1)x-x_2^2+1$，……………………………………………… 8 分

利用斜率和纵截距可得方程组 $\begin{cases}e^{x_1}=2(x_2+1),\\e^{x_1}(1-x_1)=-x_2^2+1.\end{cases}$ …………………………………………… 10 分

所以 $2(x_2+1)(1-x_1)=-x_2^2+1$，因为 $e^{x_1}=2(x_2+1)>0$，所以 $2(1-x_1)=1-x_2$，即 $2x_1-x_2=1$，得证. ……………… 12 分

20.【解析】由$\sqrt{3}\sin B-\cos B=2$，得 $B=120°$. ……………………………………………………………… 2 分

因为$\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=-\dfrac{\sin A\sin B}{\tan B\sin C}$，

所以$\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2abc}+\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2abc}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{\sqrt{3}c}$，所以 $b=2$. ……………………………………………………… 4 分

(2)由面积关系可知$\dfrac{1}{2}ac\sin 120°=\dfrac{a}{2}\times 2\times\sin 60°+\dfrac{c}{2}\times 2\times\sin 60°$，

所以 $ac=2a+2c$，所以 $1=\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{c}$，………………………………………………………………… 7 分

又 $b^2=a^2+c^2+ac$，$(a+c)\left(\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{c}\right)=4+\dfrac{2c}{a}+\dfrac{2a}{c}\geqslant 8$，……………………………………………… 9 分

所以 $b^2=a^2+c^2+ac=(a+c)^2-ac=(a+c)^2-2(a+c)=(a+c-1)^2-1$，

当 $a+c=8$ 时，b^2 有最小值为 48，……………………………………………………………………… 11 分

所以 b 的最小值为 $4\sqrt{3}$. ……………………………………………………………………………… 12 分

21.【解析】(1)函数 $f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

当 $a=-2$ 时，$f(x)=-x^2+3x-\ln x$，$f'(x)=-2x+3-\dfrac{1}{x}=-\dfrac{(2x-1)(x-1)}{x}$，$(x>0)$ ……………………… 2 分

则当 $0<x<\dfrac{1}{2}$或 $x>1$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$在$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，$(1,+\infty)$单调递减，…………………………… 3 分

当$\dfrac{1}{2}<x<1$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$在$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$单调递增. ………………………………………… 4 分

则函数 $f(x)$的单调递增区间为$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$，单调递减区间为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，$(1,+\infty)$. ………………………… 6 分

(2)要证明 $f(x)>(1-a)x+\dfrac{1}{x}-1+\dfrac{1}{2}a$，只需证明$\dfrac{1}{2}a(x^2-1)-\ln x-\dfrac{1}{x}+1>0$，……………………… 7 分

因为 $a\geqslant 1$，$x^2-1>0$，所以$\dfrac{1}{2}a(x^2-1)-\ln x-\dfrac{1}{x}+1>\dfrac{1}{2}(x^2-1)-\ln x-\dfrac{1}{x}+1$，………………… 9 分

设 $g(x)=\dfrac{1}{2}(x^2-1)-\ln x-\dfrac{1}{x}+1$，$g'(x)=x-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{(x+1)(x-1)^2}{x^2}+1>1>0$，

所以函数 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递增，$g(x)>g(1)=0$，所以 $f(x)>(1-a)x+\frac{1}{x}-1+\frac{1}{2}a$. …………………………………… 12 分

22.【解析】(1) C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\varphi,\\ y=\sqrt{2}\sin\varphi,\end{cases}$ (φ 为参数)；…………………………………… 3 分

l 的直角坐标方程为 $2\sqrt{2}x+y-6=0$. …………………………………… 5 分

(2) 由 (1) 可设 $M(\cos\varphi,\sqrt{2}\sin\varphi)$，

M 到直线 l 的距离 $d=\frac{|2\sqrt{2}\cos\varphi+\sqrt{2}\sin\varphi-6|}{3}=\frac{|\sqrt{10}\sin(\varphi+\alpha_0)-6|}{3}$，其中 $\tan\alpha_0=2$，…………………………………… 8 分

当 $\sin(\varphi+\alpha_0)=1$ 时，d 取得最小值 $\frac{6-\sqrt{10}}{3}$. …………………………………… 10 分

23.【解析】(1) $f(x)=|x+1|-2|x-2|=\begin{cases}x-5, & x\leqslant -1,\\ 3x-3, & -1<x\leqslant 2,\\ -x+5, & x>2,\end{cases}$

令 $f(x)\geqslant 2$，则有 $\begin{cases}x-5\geqslant 2,\\ x\leqslant -1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}3x-3\geqslant 2,\\ -1<x\leqslant 2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-x+5\geqslant 2,\\ x>2,\end{cases}$

解得 $\frac{5}{3}\leqslant x\leqslant 3$，所以不等式的解集为 $\left[\frac{5}{3},3\right]$. …………………………………… 5 分

(2) 由 (1) 可知，函数 $f(x)=|x+1|-2|x-2|$ 的最大值为 $t=f(2)=3$，

所以 $3=2a^2+5b^2+3c^2=2(a^2+b^2)+3(b^2+c^2)\geqslant 4ab+6bc$，…………………………………… 8 分

当且仅当 $a=b=c=\frac{\sqrt{30}}{10}$ 时等号成立，

所以 $3\geqslant 4ab+6bc$，即 $2ab+3bc\leqslant\frac{3}{2}$，

所以 $2ab+3bc$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$. …………………………………… 10 分